الرموز الرياضية الهامة المستخدمة بالكتاب

الرمز	المعنى
ط	مجموعة الأعداد الطبيعية
ص	مجموعة الأعداد الصحيحة
ن	مجموعة الأعداد النسبية
نَ	مجموعة الأعداد غير النسبية
ع	مجموعة الأعداد الحقيقية
$\sqrt{أ}$	الجذر التربيعى للعدد أ
$\sqrt[3]{أ}$	الجذر التكعيبى للعدد أ
[أ ، ب]	فترة مغلقة
]أ ، ب[	فترة مفتوحة
]أ ، ب]	فترة نصف مفتوحة
[أ ، ب[	فترة نصف مفتوحة
[أ ، ∞[	فترة غير محدودة
ل (أ)	احتمال وقوع الحدث أ

الرمز	المعنى
$\equiv$	تطابق
$\sim$	تشابه
$\perp$	عمودى على
//	يوازى
$\overline{أب}$	القطعة المستقيمة أب
$\overrightarrow{أب}$	الشعاع أب
$\overleftrightarrow{أب}$	المستقيم أب
ق(∠ ل)	قياس زاوية ل
$>$	أكبر من
$\geq$	أكبر من أو يساوى
$<$	أقل من
$\leq$	أقل من أو يساوى

محتويات الكتاب



أولًا : الجبر والإحصاء

ثانيًا : الهندسة



أولاً الجبر والإحصاء





الوحدة 1

التحليل



يمكنك حل الامتحانات التفاعلية على الدروس من خلال مسح QR code الخاص بكل امتحان

دروس الوحدة :

أهداف الوحدة :

بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن :

- يتعرف مفهوم تحليل المقدار الجبرى.
- يحلل مقدارًا ثلاثيًا تحليلًا كاملًا.
- يتعرف المقدار الثلاثى المربع الكامل.
- يحلل المقدار الثلاثى المربع الكامل تحليلًا كاملًا.
- يحلل الفرق بين مربعين تحليلًا كاملًا.
- يستخدم تحليل الفرق بين مربعين لتسهيل إيجاد ناتج بعض العمليات الحسابية.
- يحلل مجموع المكعبين والفرق بينهما تحليلًا كاملًا.
- يحلل مقدارًا جبريًا يتكون من أكثر من ثلاثة حدود باستخدام التحليل بالتقسيم.
- يحلل مقدارًا جبريًا بإكمال المربع.
- يستخدم التحليل لحل معادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد.
- يستخدم المعادلات لحل المسائل اللفظية فى الجبر.

مراجعة على التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى (ع. م. أ)



تذكر أن

- تحليل أى عدد معناه كتابة هذا العدد فى صورة حاصل ضرب عاملين أو أكثر.

فمثلًا : ١٦ = ١ × ١٦ أو ١٦ = ٢ × ٨ أو ١٦ = −٢ × −٨

أو ١٦ = ٤ × ٤ أو ١٦ = ٢ × ٢ × ٤ أو ١٦ = ٢ × ٢ × ٢ × ٢

- كذلك تحليل المقدار الجبرى يُعنى كتابة هذا المقدار فى صورة حاصل ضرب عاملين أو أكثر.

طريقة التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى (ع. م. أ) :

١ نوجد ع. م. أ بين حدود المقدار الجبرى.

٢ نضع ع. م. أ خارج قوسين.

٣ نقسم كل حد من حدود المقدار الجبرى على ع. م. أ ونكتب خوارج القسمة داخل القوسين.

مثال ١

حلل كلاً مما يأتى بإخراج العامل المشترك الأعلى :

١ ٥ أ + ١٥ ب

٢ ١٠ س ص − ٨ س ع

٣ ١٢ س^{٢} − ٤ س ص

٤ ٣ س^{٢} ص + ٢ س ص^{٢} − س ص

الحل

١ ∵ ع. م. أ = ٥

∴ ٥ أ + ١٥ ب = ٥ (أ + ٣ ب)

٢ ∵ ع. م. أ = ٢ س

∴ ١٠ س ص − ٨ س ع = ٢ س (٥ ص − ٤ ع)

٣ ∵ ع. م. أ = ٤ س

∴ ١٢ س^{٢} − ٤ س ص = ٤ س (٣ س − ص)

٤ ∵ ع. م. أ = س ص

∴ ٣ س^{٢} ص + ٢ س ص^{٢} − س ص = س ص (٣ س + ٢ ص − ١)

مثال ②

إذا كان : أ (س + ص) − ب (س + ص) = ١٨ وكان : س + ص = ٣

أوجد قيمة : أ − ب

الحل

∵ أ (س + ص) − ب (س + ص) = ١٨

∴ (س + ص) (أ − ب) = ١٨ «تحليل بإخراج ع. م. أ»

، ∵ س + ص = ٣ ∴ ٣ (أ − ب) = ١٨

∴ أ − ب = ١٨/٣ = ٦

> **لاحظ أن :** العامل المشترك قد يكون عبارة عن مقدار جبرى.

حل آخر :

∵ أ (س + ص) − ب (س + ص) = ١٨

وبالتعويض عن س + ص = ٣ : ∴ ٣ أ − ٣ ب = ١٨

∴ ٣ (أ − ب) = ١٨ «تحليل بإخراج ع. م. أ»

∴ أ − ب = ١٨/٣ = ٦

حاول بنفسك

حلل كلاً مما يأتى بإخراج العامل المشترك الأعلى :

١ ٣ س + ٢١ ص

٢ ٢ أ^{٣} + ٦ أ^{٢} − ٤ أ

٣ ٣ س^{٢} + ١٥ س ع + ٢١ س ص^{٢}

٤ (س − ٥) س^{٢} + (س − ٥) ص^{٢}

③ (س − ٥) (س^{٢} + ص^{٢})

① ٣ (س + ٧ ص)

② ٢ أ (أ^{٢} + ٣ أ − ٢)

④ ٣ س (س + ٥ ع + ٧ ص^{٢})



الدرس
1

تحليل المقدار الثلاثى على صورة : $س^٢ + ب س + حـ$

تمهيد

المقدار الثلاثى هو مقدار جبرى يتكون من ثلاثة حدود.
فمثلًا : كل من المقدارين : $س^٢ + ٦ س + ٨$ ، $س^٢ + ٢ س - ٨$ يُسمى مقدارًا ثلاثيًا.

(١) تعلم أن : $(س + ٢)(س + ٤) = س^٢ + ٦ س + ٨$ ونلاحظ من المقدار أن :

$س^٢ + ٦ س + ٨$

الحد الأخير يساوى (+ ٨)	معامل س يساوى (+ ٦)
وهو حاصل ضرب (+ ٢) ، (+ ٤)	وهو ناتج جمع (+ ٢) ، (+ ٤)

(٢) تعلم أن : $(س - ٢)(س + ٤) = س^٢ + ٢ س - ٨$ ونلاحظ من المقدار أن :

$س^٢ + ٢ س - ٨$

الحد الأخير يساوى (- ٨)	معامل س يساوى (+ ٢)
وهو حاصل ضرب (- ٢) ، (+ ٤)	وهو حاصل جمع (- ٢) ، (+ ٤)

تحليل المقدار الثلاثى على الصورة $س^2 + ب س + ح$

١ لتحليل المقدار الثلاثى : $س^2 + ٦ س + ٨$ اتبع ما يلى :

• اكتب قوسين يعبران عن عملية الضرب كما يلى : (   ) (   )

• حلل $س^2$ إلى $س × س$ واكتبهما داخل القوسين كما يلى : (س   ) (س   )

• ابحث عن عددين حاصل ضربهما ٨ ومجموعهما ٦

وذلك بإجراء بعض المحاولات كما بالجدول المقابل :

حاصل ضربهما ٨	مجموعهما
+١ ، +٨	+٩
-١ ، -٨	-٩
-٢ ، -٤	-٦
+٢ ، +٤	+٦

ستجد أنهما +٢ ، +٤ واكتبهما داخل القوسين

كما يلى : (س + ٢) (س + ٤)

أى أن : $س^2 + ٦ س + ٨ = (س + ٢) (س + ٤)$

٢ لتحليل المقدار الثلاثى : $س^2 + ٢ س - ٨$ اتبع ما يلى :

• حلل $س^2$ إلى $س × س$

• ابحث عن عددين حاصل ضربهما (-٨) ومجموعهما (+٢)

وذلك بإجراء بعض المحاولات كما فى الجدول المقابل

حاصل ضربهما -٨	مجموعهما
-١ ، +٨	+٧
١ ، -٨	-٧
-٢ ، +٤	+٢
+٢ ، -٤	-٢

ستجد أنهما : -٢ ، +٤

فيكون : $س^2 + ٢ س - ٨ = (س - ٢) (س + ٤)$

وبصفة عامة :

تحليل المقدار الثلاثى على الصورة : $س^2 + ب س + ح$ هو كتابته فى صورة حاصل ضرب عاملين بحيث :

• الحد الأول فى كل منهما يساوى س

• الحدان الآخران فيهما هما عددان ، حاصل ضربهما ح وهو الحد الأخير فى المقدار الثلاثى ، ومجموعهما ب وهو معامل س فى المقدار الثلاثى.

أمثلة لتحليل المقدار الثلاثى على الصورة $س^2 + ب س + ح$:

١ لتحليل المقدار $س^2 + ٥ س + ٦$ نبحث عن عددين بحيث :

حاصل ضربهما = $+٦$ ، مجموعهما = $+٥$

نجد أن العددين هما $+٢$ ، $+٣$

فيكون المقدار $س^2 + ٥ س + ٦ = (س + ٢)(س + ٣)$

لاحظ أن :
∵ حاصل الضرب موجب والمجموع موجب
∴ العددان موجبان معًا

٢ لتحليل المقدار $س^2 - ٥ س + ٦$ نبحث عن عددين بحيث :

حاصل ضربهما = $+٦$ ، مجموعهما = -٥

نجد أن العددين هما -٢ ، -٣

فيكون المقدار $س^2 - ٥ س + ٦ = (س - ٢)(س - ٣)$

لاحظ أن :
∵ حاصل الضرب موجب والمجموع سالب
∴ العددان سالبان معًا

٣ لتحليل المقدار $س^2 + ٥ س - ٦$ نبحث عن عددين بحيث :

حاصل ضربهما = -٦ ، مجموعهما = $+٥$

نجد أن العددين هما $+٦$ ، -١

فيكون المقدار $س^2 + ٥ س - ٦ = (س + ٦)(س - ١)$

لاحظ أن :
∵ حاصل الضرب سالب
∴ العددان مختلفا الإشارة
، ∵ المجموع موجب
∴ أكبرهما عدديًا إشارته (+)
وأصغرهما عدديًا إشارته (-)

٤ لتحليل المقدار $س^2 - ٥ س - ٦$ نبحث عن عددين بحيث :

حاصل ضربهما = -٦ ، مجموعهما = -٥

نجد أن العددين هما -٦ ، $+١$

فيكون المقدار $س^2 - ٥ س - ٦ = (س - ٦)(س + ١)$

لاحظ أن :
∵ حاصل الضرب سالب
∴ العددان مختلفا الإشارة
، ∵ المجموع سالب
∴ أكبرهما عدديًا إشارته (-)
وأصغرهما عدديًا إشارته (+)

من الأمثلة السابقة لاحظ أنه :

عند تحليل المقدار : $س^2 + ب س + ح$ على الصورة (س + ل) (س + م) فإنه :

1 إذا كانت ح موجبة (أى حاصل ضرب العددين موجب) فإن :

ل ، م لهما نفس إشارة ب

2 إذا كانت ح سالبة (أى حاصل ضرب العددين سالب) فإن :

ل ، م مختلفان فى الإشارة وأكبرهما (عدديًا) له نفس إشارة ب

ملاحظة

قبل البدء فى تحليل المقدار الثلاثى يجب مراعاة ما يأتى :

- ترتيب حدود المقدار تنازليًا أو تصاعديًا حسب أسس أحد الرموز المعطاة ، ويفضل تنازليًا.
- إخراج ع.م.أ بين حدود المقدار.
- فك الأقواس واختصار المقدار الجبرى.

مثال 1

حلل كلاً مما يأتى :

1 $س^2 + 56 - 15 س$

2 $س^2 + س ص - 12 ص^2$

3 $3 أ^3 + 9 أ^2 - 120 أ$

4 م (م + 7) – 18

5 $س^4 - 3 س^2 ص - 10 ص^2$

الحل

1 نرتب حدود المقدار تنازليًا حسب أسس س قبل إجراء التحليل :

$\therefore$ $س^2 + 56 - 15 س = س^2 - 15 س + 56$

= (س – 7) (س – 8)

يمكنك التحقق من صحة الحل بضرب القوسين بمجرد النظر للحصول على المقدار الأصلى قبل التحليل

2 $س^2 + س ص - 12 ص^2$ = (س – 3 ص) (س + 4 ص)

٣ نخرج ع. م. أ بين حدود المقدار قبل إجراء التحليل :

∵ ع. م. أ هو ٣ ٩

∴ ٣ ٩^{٣} + ٩ ٩^{٢} – ١٢٠ ٩ = ٣ ٩ (٩^{٢} + ٣ ٩ – ٤٠) = ٣ ٩ (٩ + ٨) (٩ – ٥)

٤ نفك الأقواس أولاً قبل إجراء التحليل :

∴ م (م + ٧) – ١٨ = م^{٢} + ٧ م – ١٨ = (م + ٩) (م – ٢)

٥ س^{٤} – ٣ س^{٢} ص – ١٠ ص^{٢} = (س^{٢} – ٥ ص) (س^{٢} + ٢ ص)

«لاحظ أن : س^{٤} تحلل إلى س^{٢} × س^{٢}»

حاول بنفسك ١

حلل كلاً مما يأتى :

١ س^{٢} + ٧ س + ١٠

٢ س^{٢} – ٦ س ص + ٨ ص^{٢}

٣ – ٣٠ + س^{٢} + ١٣ س

٤ ٣ س^{٢} – ٤٨ + ١٨ س

مثال ٢

أوجد قيم ب الصحيحة التى تجعل كلاً من المقدارين الآتيين قابلاً للتحليل :

١ س^{٢} + ب س + ١٠

٢ س^{٢} + ب س – ١٢

الحل

١ لكى يكون المقدار : س^{٢} + ب س + ١٠ قابلاً للتحليل يجب أن تكون ب هى مجموع عددين حاصل ضربهما يساوى ١٠

(لاحظ أن العددين يجب أن يكون لهما نفس الإشارة لأن حاصل ضربهما موجب)

لذلك نبحث عن أزواج الأعداد الصحيحة التى حاصل ضرب كل منها يساوى ١٠ فنجدها :

١ ، ١٠ ، –١ ، –١٠ ، ٢ ، ٥ ، –٢ ، –٥

ونوجد مجموع كل زوج منها فنجده : ١١ ، –١١ ، ٧ ، –٧ وهى قيم ب الممكنة.

٢ لكى يكون المقدار : $س^٢ + ب س - ١٢$ قابلاً للتحليل يجب أن تكون ب هى مجموع عددين حاصل ضربهما يساوى −١٢

(لاحظ أن العددين يجب أن يكونا مختلفين فى الإشارة لأن حاصل ضربهما سالب)

لذلك نبحث عن أزواج الأعداد الصحيحة التى حاصل ضرب كل منها يساوى −١٢ فنجدها :

١ ، −١٢ ، −١ ، ١٢ ، ٢ ، −٦ ، −٢ ، ٦ ، ٣ ، −٤ ، −٣ ، ٤

ونوجد مجموع كل زوج فنجده : −١١ ، ١١ ، −٤ ، ٤ ، −١ ، ١ وهى قيم ب الممكنة.

مثال ٣

أوجد قيمة صحيحة موجبة وأخرى صحيحة سالبة للعدد حـ بحيث يكون المقدار :

$س^٢ - ٦ س + حـ$ قابلاً للتحليل.

الحل

*** لإيجاد قيمة موجبة للعدد حـ :**

نبحث عن عددين سالبين مجموعهما يساوى −٦ فتكون حـ هى حاصل ضربهما

مثل : −٢ ، −٤ فتكون حـ = −٢ × (−٤) = ٨ «حاول إيجاد قيم أخرى»

*** لإيجاد قيمة سالبة للعدد حـ :**

نبحث عن عددين مختلفى الإشارة مجموعهما يساوى −٦ فتكون حـ هى حاصل ضربهما

مثل : −٨ ، ٢ فتكون حـ = −٨ × ٢ = −١٦ «حاول إيجاد قيم أخرى»

حاول بنفسك ٢

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

إذا كان المقدار : $س^٢ - ٢ س + حـ$ قابلاً للتحليل فإن : حـ يمكن أن تساوى ....

(أ) ٨ (ب) ٤ (جـ) −٢ (د) −٣

إجابات حاول بنفسك

١ ① (س + ٢) (س + ٥) ② (س − ٢ ص) (س − ٤ ص)

③ (س + ١٥) (س − ٢) ④ ٣ (س + ٨) (س − ٢)

٢ (د)



تمارين 1

على تحليل المقدار الثلاثى على صورة : $س^{٢} + ب س + ح$

📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ أوجد :

١ عددين حاصل ضربهما ٣٠ ومجموعهما ١١

٢ 📖 عددين حاصل ضربهما ١٢ ومجموعهما −٨

٣ عددين حاصل ضربهما −١٨ ومجموعهما ٣

٤ 📖 عددين حاصل ضربهما −١٥ ومجموعهما −١٤

٢ حلل كلاً مما يأتى :

١ $س^{٢} + ٨ س + ١٥$

٢ 📖 $س^{٢} + ١١ س + ١٠$

٣ 📖 $س^{٢} - ٧ س + ١٢$

٤ $س^{٢} - ١٧ س + ٣٠$

٥ $س^{٢} + ٥ س - ١٤$

٦ 📖 $س^{٢} + ٤ س - ١٢$

٧ $س^{٢} - ٦ س - ١٦$

٨ 📖 $س^{٢} - ٣ س - ١٠$

٣ حلل كلاً مما يأتى :

١ $س^{٢} + ٥ س ص + ٦ ص^{٢}$

٢ 📖 $ب^{٢} + ٣ ب ح - ١٠ ح^{٢}$

٣ $س^{٢} - ١٥ س ص + ٣٦ ص^{٢}$

٤ 📖 $س^{٢} - ٥ س ص - ٢٤ ص^{٢}$

٤ حلل كلاً مما يأتى :

١ $١٥ أ + أ^{٢} - ٣٤$

٢ $٢٢ أ - ٧٥ + أ^{٢}$

٣ $- ١٠ + س^{٢} + ٣ س$

٤ $س^{٢} + ٢١ - ١٠ س$

٥ حلل كلاً مما يأتى :

١ $س^{٤} + ٩ س^{٢} + ١٨$

٢ $س^{٤} - ٨ س^{٢} + ١٥$

٣ $ل^{٦} - ٦ ل^{٣} - ٤٠$

٤ $أ^{٤} + أ^{٢} ب^{٢} - ٥٦ ب^{٤}$

٦ حلل كلاً مما يأتى :

١ ٥ س^{٢} − ١٠ س − ١٥

٢ ٢ أ^{٢} + ٢٨ أ + ٩٦

٣ ص^{٣} + ص^{٢} − ٦ ص

٤ س^{٣} − ٣ س^{٢} − ٢٨ س

٥ ٢ س^{٢} − ٤٢ − ١٥ س

٦ ١٨ س − ١٥ س^{٢} + ٣ س^{٣}

٧ −٢ س^{٢} − ٢ س + ٤٠

٨ − س^{٢} + ٢ س + ٦٣

٩ أ^{٢} ب^{٢} − ٢٤ أ ب^{٢} + ١٤٣ ب^{٢}

١٠ ٢ أ^{٤} − ٢٤ أ^{٢} ب^{٢} − ٢٦ ب^{٤}

٧ حلل كلاً مما يأتى :

١ س (س + ٧) + ١٠

٢ س^{٢} − ٤ س − ٣ (س − ٢)

٣ (أ − ٤ ب) (أ + ٤ ب) + ٦ أ ب

٤ س^{٢} (س − ٢٣) + ٦٠ س

٥ (س − ٤) (س − ٩) − ٢ (س + ٥)

٨ أوجد قيمة للعدد ح ∈ ص بحيث يكون المقدار قابلاً للتحليل ، وحلله :

١ س^{٢} + ح س − ١٥

٢ س^{٢} − ٧ س + ح

٣ ص^{٢} − ح ص + ٢٩

٤ أ^{٢} + أ − ح

٩ أكمل :

١ س^{٢} − ١١ س + ١٨ = (س − ....) (س − ....)

٢ س^{٢} + ٥ س + ٦ = (..........) (س + ٢)

٣ س^{٢} + ... + ٣٥ = (س + ...) (.......... + ٥)

٤ إذا كان (س − ٢) أحد عاملى المقدار : س^{٢} − ٨ س + ١٢ فإن العامل الآخر ....

٥ (س − ....) أحد عاملى المقدار : س^{٢} − س − ٦

٦ إذا كان : (س + ٢ ص) = ٤ ، (س − ص) = ١

فإن القيمة العددية للمقدار : س^{٢} + س ص − ٢ ص^{٢} هى ....

٧ إذا كان : $س^٢ - ٢ س ص - ٣ ص^٢ = ٧$ ، $س + ص = ١$

فإن : $س - ٣ ص =$ ....

١٠ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان المقدار : $س^٢ + ٧ س + أ$ قابلاً للتحليل فإن : أ يمكن أن تساوى ....

(أ) ٨ (ب) ١٠ (جـ) ١٨ (د) ٤٩

٢ إذا كان المقدار : $س^٢ - ٣ س + حـ$ قابلاً للتحليل فإن : حـ يمكن أن تساوى ....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٦

٣ لكى يكون المقدار : $س^٢ - س - ك$ قابلاً للتحليل فإن : $ك \neq$ ....

(أ) ١٢ (ب) ٣٠ (جـ) ٦ (د) ٨

٤ إذا كان المقدار : $س^٢ + أ س + ٢$ قابلاً للتحليل فإن : أ يمكن أن تساوى ....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٥ إذا كان المقدار : $س^٢ + ب س - ١٠$ قابلاً للتحليل فإن : ب يمكن أن تساوى ....

(أ) ٣ (ب) ٢ (جـ) ١ (د) -١

٦ إذا كان المقدار : $س^٢ - حـ س + ١٢$ قابلاً للتحليل فإن : حـ يمكن أن تساوى ....

(أ) -١ (ب) ٤ (جـ) ٧ (د) ١

٧ أى عدد من الأعداد الآتية يمكن إضافته إلى المقدار : $س^٢ - ٨ س + ٥$ حتى يكون قابلاً للتحليل ؟

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٥

تطبيق هندسى

١١ مستطيل مساحته $(س^٢ + ٦ س + ٨)$ $سم^٢$ وطوله $(س + ٤)$ سم

أوجد كلًا من عرضه ومحيطه بدلالة س

للمتفوقين

١٢ حلل ما يأتى : $(س - ١)^٢ - ٢ (س - ١) - ٨$



الدرس

2

تحليل المقدار الثلاثى على صورة : ٢ س^٢ + ب س + حـ عندما ٢ ≠ ± ١

لتحليل المقدار الثلاثى : ٢ س^٢ + ب س + حـ حيث (٢ ≠ ± ١) اتبع ما يلى :

خطوة (١) حلل ٢ س^٢ إلى عاملين «ل س ، م س» واكتبهما داخل القوسين كما بالشكل المقابل.

(ل س)
(م س)

خطوة (٢) حلل الحد الأخير فى المقدار الثلاثى (حـ) إلى عاملين «ن ، هـ» واكتبهما أيضًا داخل القوسين كما بالشكل المقابل.

(ل س + ن)
(م س + هـ)

خطوة (٣) أوجد (حاصل ضرب الطرفين + حاصل ضرب الوسطين) فإذا كان المجموع مساويًا للحد الأوسط فى المقدار الثلاثى كان التحليل صحيحًا ، وإذا لم يكن قُم بمحاولات أخرى للوصول إلى التحليل الصحيح.

(ل س + ن)
(م س + هـ)

طريقة التحليل السابق ذكرها يطلق عليها «طريقة المقص».

وفيما يلى تطبيق هذه الطريقة عند تحليل المقدار : ٣ س^٢ + ١٣ س + ١٢

خطوة (١) نحلل ٣ س^٢ إلى عاملين هما : ٣ س ، س

خطوة (٢) نحلل ١٢ «الحد الأخير» إلى عاملين هما : ١ ، ١٢ أ، ٢ ، ٦ أ، ٣ ، ٤

وقد استبعدنا أن يكون العاملان سالبين لأن معامل س إشارته موجبة.

خطوة (٣) نجرى عدة محاولات حتى نصل إلى أن :
حاصل ضرب الطرفين + حاصل ضرب الوسطين = الحد الأوسط فى المقدار الثلاثى (١٣ س)

(٣ س +١)
(س +١٢)

(٣ س × ١٢) + (س × ١)
= ٣٧ س ≠ الحد الأوسط
(محاولة خطأ) ✗

(٣ س +١٢)
(س +١)

(٣ س × ١) + (س × ١٢)
= ١٥ س ≠ الحد الأوسط
(محاولة خطأ) ✗

(٣ س +٢)
(س +٦)

(٣ س × ٦) + (س × ٢)
= ٢٠ س ≠ الحد الأوسط
(محاولة خطأ) ✗

(٣ س +٦)
(س +٢)

(٣ س × ٢) + (س × ٦)
= ١٢ س ≠ الحد الأوسط
(محاولة خطأ) ✗

(٣ س +٣)
(س +٤)

(٣ س × ٤) + (س × ٣)
= ١٥ س ≠ الحد الأوسط
(محاولة خطأ) ✗

(٣ س +٤)
(س +٣)

(٣ س × ٣) + (س × ٤)
= ١٣ س = الحد الأوسط
(محاولة صحيحة) ✓

فيكون : ٣ س^{٢} + ١٣ س + ١٢ = (٣ س + ٤) (س + ٣)

مثال ①

حلل : 14 س^{2} − 17 س + 5

الحل

١ حلل العدد 14 س^{2} إلى عاملين هما : س ، 14 س أ، 2 س ، 7 س

٢ حلل ٥ «الحد الأخير» إلى عاملين سالبين معًا (لأن معامل س سالب) هما : −١ ، −٥

وفيما يلى المحاولات المختلفة لتحليل المقدار 14 س^{2} − 17 س + 5

(د)	(جـ)	(ب)	(أ)
(٢س − ٥)	(٢س − ١)	(س − ٥)	(س − ١)
(٧س − ١)	(٧س − ٥)	(١٤س − ١)	(١٤س − ٥)

٣ أوجد مجموع حاصل ضرب الطرفين مع حاصل ضرب الوسطين كما بالمثال السابق ، ستجد أن المحاولة (جـ) هى المحاولة الصحيحة.

∴ 14 س^{2} − 17 س + 5 = (٢ س − ١) (٧ س − ٥)

ملاحظة

- إذا كانت إشارة الحد الأخير فى المقدار الثلاثى موجبة فإن :
  إشارة الوسط فى كل من القوسين تأخذ إشارة الحد الأوسط فى المقدار.
- إذا كانت إشارة الحد الأخير فى المقدار الثلاثى سالبة فإن :
  إشارتى الوسط فى القوسين مختلفتان.

مثال ②

حلل كلاً من المقادير الآتية :

١ 6 أ − 27 + 5 أ^{2}

٢ 14 س^{2} − 11 س ص − 15 ص^{2}

٣ 48 س^{3} − 112 س^{2} − 20 س

٤ (10 س + ص) (س + ص) − 7 ص^{2}

الحل

١ ٦أ − ٢٧ + ٥أ^{٢} = ٥أ^{٢} + ٦أ − ٢٧

= (٥أ − ٩) (أ + ٣)

(٥أ − ٩)
(أ + ٣)

٢ ١٤ س^{٢} − ١١ س ص − ١٥ ص^{٢}

= (٧ س + ٥ ص) (٢ س − ٣ ص)

(٧س + ٥ص)
(٢س − ٣ص)

٣ لاحظ وجود ع. م. أ بين حدود المقدار وهو : ٤ س

∴ ٤٨ س^{٣} − ١١٢ س^{٢} − ٢٠ س

= ٤ س (١٢ س^{٢} − ٢٨ س − ٥)

= ٤ س (٦ س + ١) (٢ س − ٥)

(٦س + ١)
(٢س − ٥)

٤ قُم أولاً بفك الأقواس :

∴ (١٠ س + ص) (س + ص) − ٧ ص^{٢}

= ١٠ س^{٢} + ١١ س ص + ص^{٢} − ٧ ص^{٢}

= ١٠ س^{٢} + ١١ س ص − ٦ ص^{٢} = (٥ س − ٢ ص) (٢ س + ٣ ص)

(٥س − ٢ص)
(٢س + ٣ص)

حاول بنفسك

حلل كلاً مما يأتي تحليلًا كاملًا :

١ ٣ب^{٢} + ٧ب + ٢

٢ ٥ س^{٢} − ٦ س + ١

٣ ١٢ س^{٢} + ٢٨ س ص − ٥ ص^{٢}

٤ ٦ س^{٢} − س − ١٢

③ (٢س − ٣) (٣س + ٤)

④ (٦س + ٥ص) (٢س − ص)

① (٣ب + ١) (ب + ٢)

② (٥س − ١) (س − ١)



تمارين 2

على تحليل المقدار الثلاثي على صورة : أ س^{٢} + ب س + حـ عندما أ ≠ ± ١

اختبار تفاعلي

📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ حلل كلاً من المقادير الآتية :

1. 📖 ٢ س^{٢} + ٣ س + ١
2. 📖 ٣ أ^{٢} + ٧ أ + ٢
3. 📖 ٥ ع^{٢} − ٧ ع + ٢
4. ٣ س^{٢} − ١٤ س − ٥
5. ٥ س^{٢} + ٤ س − ١٢
6. ٣ س^{٢} + ١٠ س + ٨
7. 📖 ٦ س^{٢} − ١١ س + ٣
8. 📖 ٥ أ^{٢} − ١٨ أ + ١٦
9. 📖 ٣ ص^{٢} + ٧ ص − ٦
10. 📖 ٨ ع^{٢} + ٢ ع − ٣
11. ٤ ص^{٢} + ٥ ص − ٢١
12. ١٢ أ^{٢} − أ − ٦

٢ حلل كلاً من المقادير الآتية :

1. ٢ س^{٢} − ٥ س ص + ٢ ص^{٢}
2. 📖 ٣ س^{٢} − ٢٠ س ص − ٧ ص^{٢}
3. ٦ أ^{٢} + ٥ أ ب + ب^{٢}
4. ٢ ص^{٢} + ص س − س^{٢}
5. 📖 ١٠ أ^{٢} + ١١ أ ب − ١٨ ب^{٢}
6. 📖 ٦ س^{٢} − ٤٧ س ص − ٦٣ ص^{٢}
7. 📖 ٧ س^{٤} + ٢٣ س^{٢} ص − ٣٠ ص^{٢}

٣ حلل كلاً من المقادير الآتية :

1. ٦ س^{٢} − ٢١ س + ١٨
2. ٨ س^{٢} − ٢٨ س − ٦٠
3. 📖 ٢٥ م − ١٠ + ١٥ م^{٢}
4. 📖 ٨ س^{٣} − ٢٧ س^{٢} − ٢٠ س
5. ٦ س^{٣} + ١٤ س^{٢} + ٨ س
6. 📖 ١٨ س^{٥} + ٣٣ س^{٣} − ٣٠ س
7. 📖 ٢١ س^{٢} ص^{٢} + ٦ س^{٢} ص^{٣} − ١٥ س^{٢} ص^{٤}
8. ١٢ (حـ + ء) س^{٢} + ٦٨ (حـ + ء) س + ٨٠ (حـ + ء)

٤ حلل كلاً مما يأتي :

1. ٢ س (س + ٣) + ١٣ س + ٢٤
2. ٤ س (٢ س + ٧ ص) − ٥ ص^{٢}
3. 📖 ٥ ص^{٢} − ٤ س (٧ ص + ٣ س)
4. (٥ ب − ٢)^{٢} − ٤ ب − ٥

٥ أكمل الحدود الناقصة :

١ ٥ س^{٢} – ٢ س – ٧ = (٥ س – ....) (س + ...)

٢ ٣ س^{٢} + ١٠ س + ٨ = (.......... + ٤) (س + ...)

٣ ٦ س^{٢} – ١١ س – ١٠ = (٢ س – ....) (.......... + ٢)

٤ ٣ س^{٢} – ٧ س + ٢ = (.......... – ٢) (.......... – ١)

٥ ٣ س^{٢} + ٧ س – ٦ = (٣ س – ....) (.......... + ...)

٦ ٢ س^{٢} + س – ٦ = (.......... – ....) (س + ...)

٧ ٢ س^{٢} – .... – .... = (٢ س + ٣ ص) (.......... – ٢ ص)

٨ ٥ س^{٢} – ٣ س ص – .... = (س – ص) (.......... + ...)

٦ ١ إذا كان (س + ١) أحد عاملى المقدار : ٥ س^{٢} – ٢ س – ٧

فأوجد العامل الآخر.

٢ إذا كان (٢ س – ٧) أحد عاملى المقدار : ٤ س^{٢} – ٨ س – ٢١

فأوجد العامل الآخر.

٧ أوجد قيمة حـ ∈ ص بحيث يكون المقدار قابلًا للتحليل ، وحلله :

١ حـ س^{٢} + س – ١٥

٢ حـ س^{٢} – ١٣ س + ٦

تطبيق هندسى

٨ مستطيل مساحته (٢ س^{٢} + ١٩ س + ٣٥) سم^{٢}

أوجد بعدين ممكنين له بدلالة س ، ثم أوجد محيطه عندما س = ٣

للمتفوقين

٩ حلل كلًا مما يأتى :

١ ٣ + ١١ (أ + ب) – ٤ (أ + ب)^{٢}

٢ ٣ (٢ س + ٣ ص)^{٢} – (٢ س + ٣ ص) (س – ص) – ٢ (س – ص)^{٢}

الدرس

3

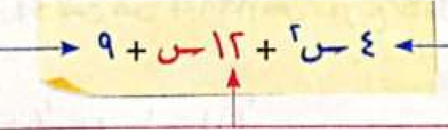
تحليل المقدار الثلاثى المربع الكامل

المقدار الثلاثى المربع الكامل

إذا كان المقدار الثلاثى مرتبًا ترتيبًا تصاعديًا أو تنازليًا حسب قوى أحد رموزه فإن هذا المقدار يكون مربعًا كاملاً إذا كان :

الحد الأول	الحد الأوسط	الحد الثالث
مربع كامل (وهو موجب دائمًا).	= ٢ × $\sqrt{\text{الحد الأول}}$ × $\sqrt{\text{الحد الثالث}}$ (وقد يكون موجبًا أو سالبًا).	مربع كامل (وهو موجب دائمًا).

فمثلًا :



الحد الأول $٤ س^{٢}$	الحد الأوسط $١٢ س$	الحد الثالث ٩
مربع كامل لأن : $٤ س^{٢} = (٢ س)^{٢}$	$= ٢ \times \sqrt{٤ س^{٢}} \times \sqrt{٩}$	مربع كامل لأن : $٩ = ٣^{٢}$

أى أن : $٤ س^{٢} + ١٢ س + ٩$ **مقدار ثلاثى مربع كامل.**

9 س^2 − 30 س ص + 25 ص^2

الحد الأول	الحد الأوسط	الحد الثالث
9 س^2	− 30 س ص	25 ص^2
مربع كامل لأن : 9 س^2 = (3 س)^2	= − 2 × $\sqrt{9\text{ س}^2}$ × $\sqrt{25\text{ ص}^2}$	مربع كامل لأن : 25 ص^2 = (5 ص)^2

أى أن : 9 س^2 − 30 س ص + 25 ص^2 مقدار ثلاثى مربع كامل.

مثال ①

بيّن أى المقادير الآتية مربعًا كاملاً وأيها ليس مربعًا كاملاً :

١ 4 س^2 + 44 س ص + 121 ص^2

٢ 25 س^2 − 5 س + 1

٣ 16 أ^2 − 24 أ − 9

٤ 12 ب^2 − 16 ب + 4

الحل

١ ∵ 4 س^2 = (2 س)^2 مربع كامل ، 121 ص^2 = (11 ص)^2 مربع كامل

، ∵ 2 × 2 س × 11 ص = 44 س ص = الحد الأوسط

∴ المقدار 4 س^2 + 44 س ص + 121 ص^2 مربع كامل.

٢ ∵ 25 س^2 = (5 س)^2 ، 1 = (1)^2

، ∵ 2 × 5 س × 1 = 10 س ≠ الحد الأوسط

∴ المقدار 25 س^2 − 5 س + 1 ليس مربعًا كاملاً.

٣ المقدار 16 أ^2 − 24 أ − 9 ليس مربعًا كاملاً لأن الحد الثالث إشارته سالبة.

٤ المقدار 12 ب^2 − 16 ب + 4 ليس مربعًا كاملاً لأن الحد الأول ليس مربعًا كاملاً.

كيفية إيجاد حد ناقص من حدود مقدار ثلاثى مربع كامل

١ إيجاد الحد الأوسط :

$$\text{الحد الأوسط} = \pm ٢ \times \sqrt{\text{الحد الأول}} \times \sqrt{\text{الحد الثالث}}$$

٢ إيجاد الحد الأول :

$$\text{الحد الأول} = \frac{(\text{الحد الأوسط})^٢}{٤ \times \text{الحد الثالث}}$$

٣ إيجاد الحد الثالث :

$$\text{الحد الثالث} = \frac{(\text{الحد الأوسط})^٢}{٤ \times \text{الحد الأول}}$$

مثال ٢

أكمل الحد الناقص فى كل من المقادير الثلاثية الآتية ليكون المقدار مربعًا كاملاً :

١ $٤٩ \text{ س}^٢$ .... + ٢٥

٢ $٢٥ \text{ س}^٢ - ٦٠ \text{ س} +$ ....

٣ .... + ١٢ س ص + $٩ \text{ ص}^٢$

الحل

١ $\text{الحد الأوسط} = \pm ٢ \times \sqrt{\text{الحد الأول}} \times \sqrt{\text{الحد الثالث}}$

$$= \pm ٢ \times \sqrt{٤٩ \text{ س}^٢} \times \sqrt{٢٥} = \pm ٢ \times ٧ \text{ س} \times ٥ = \pm ٧٠ \text{ س}$$

٢ $\text{الحد الثالث} = \frac{(\text{الحد الأوسط})^٢}{٤ \times \text{الحد الأول}}$

$$= \frac{(-٦٠ \text{ س})^٢}{٤ \times ٢٥ \text{ س}^٢} = \frac{٣٦٠٠ \text{ س}^٢}{١٠٠ \text{ س}^٢} = ٣٦$$

٣ $\text{الحد الأول} = \frac{(\text{الحد الأوسط})^٢}{٤ \times \text{الحد الثالث}}$

$$= \frac{(١٢ \text{ س ص})^٢}{٤ \times ٩ \text{ ص}^٢} = \frac{١٤٤ \text{ س}^٢ \text{ ص}^٢}{٣٦ \text{ ص}^٢} = ٤ \text{ س}^٢$$

مثال ٣

أوجد قيمة حـ الموجبة التى تحقق أن كلاً من المقدارين الآتيين مربع كامل :

١ $س^٢ + حـ س + ٢٥$

٢ $حـ^٢ ص^٢ - ٩٠ ص + ٨١$

الحل

١ ∵ الحد الأوسط = ± ٢ × $\sqrt{\text{الحد الأول}}$ × $\sqrt{\text{الحد الثالث}}$

∴ حـ س = ± ٢ × $\sqrt{س^٢}$ × $\sqrt{٢٥}$ = ± ٢ × س × ٥ = ± ١٠ س

∴ حـ = ± ١٠ ، ∵ حـ موجبة ∴ حـ = ١٠

٢ ∵ الحد الأول = $\frac{(\text{الحد الأوسط})^٢}{٤ \times \text{الحد الثالث}}$ ∴ $حـ^٢ ص^٢ = \frac{(-٩٠ ص)^٢}{٤ \times ٨١}$

∴ $حـ^٢ ص^٢ = \frac{٨١٠٠ ص^٢}{٤ \times ٨١}$ ∴ $حـ^٢ ص^٢ = ٢٥ ص^٢$

∴ $حـ^٢ = ٢٥$ ∴ حـ = ± ٥

، ∵ حـ موجبة ∴ حـ = ٥

حاول بنفسك ١

أكمل الحد الناقص فى كل من المقادير الآتية ليكون المقدار مربعًا كاملاً :

١ $٤ ص^٢$ .... + ٢٥

٢ .... + ١٢ $س^٢$ + ٣٦

٣ $٢٥ م^٢ - ٣٠ م ب$ ....

تحليل المقدار الثلاثى المربع الكامل

- تحليل المقدار الثلاثى يُعنى كتابته فى صورة حاصل ضرب عاملين (أو أكثر).
- تحليل المقدار الثلاثى المربع الكامل يعنى كتابته فى صورة حاصل ضرب عاملين متساويين (أى مربع أحد عامليه المتساويين).

إذا كان المقدار الثلاثى مربعًا كاملاً مرتبًا ترتيبًا تنازليًا أو تصاعديًا حسب قوى أحد رموزه فإنه يمكن تحليله على الصورة : $\left(\sqrt{\text{الحد الأول}} \pm \sqrt{\text{الحد الثالث}}\right)^٢$

مع ملاحظة أن :

الإشارة بين الحدين داخل القوس تكون مماثلة لإشارة الحد الأوسط فى المقدار الثلاثى.

مثال ٤

حلل كلاً من المقادير الآتية :

١ $٢٥ \text{أ}^٢ + ٢٠ \text{أ} + ٤$

٢ $١٦ \text{س}^٢ - ٢٤ \text{س} + ٩$

٣ $٢٥ \text{أ}^٤ - ٩٠ \text{أ}^٢ \text{ب} + ٨١ \text{ب}^٢$

٤ $\frac{١}{٩} \text{س}^٢ + \frac{١}{٣} \text{س} + \frac{١}{٤}$

٥ $١٨ \text{س}^٢ - ٤٨ \text{س} + ٣٢$

٦ $٢٨ \text{س} - ٤٩ \text{س}^٢ - ٤$

الحــل

بعد التأكد من أن كلاً من المقادير السابقة هو مقدار ثلاثى مربع كامل نجرى التحليل مباشرة كالتالى :

١ $٢٥ \text{أ}^٢ + ٢٠ \text{أ} + ٤ = \left(\sqrt{٢٥ \text{أ}^٢} + \sqrt{٤}\right)^٢ = (٥ \text{أ} + ٢)^٢$

٢ $١٦ \text{س}^٢ - ٢٤ \text{س} + ٩ = \left(\sqrt{١٦ \text{س}^٢} - \sqrt{٩}\right)^٢ = (٤ \text{س} - ٣)^٢$

٣ $٢٥ \text{أ}^٤ - ٩٠ \text{أ}^٢ \text{ب} + ٨١ \text{ب}^٢ = \left(\sqrt{٢٥ \text{أ}^٤} - \sqrt{٨١ \text{ب}^٢}\right)^٢ = (٥ \text{أ}^٢ - ٩ \text{ب})^٢$

٤ $\frac{١}{٩} \text{س}^٢ + \frac{١}{٣} \text{س} + \frac{١}{٤} = \left(\sqrt{\frac{١}{٩} \text{س}^٢} + \sqrt{\frac{١}{٤}}\right)^٢ = \left(\frac{١}{٣} \text{س} + \frac{١}{٢}\right)^٢$

٥ $١٨ \text{س}^٢ - ٤٨ \text{س} + ٣٢ = ٢ \, (٩ \text{س}^٢ - ٢٤ \text{س} + ١٦)$

$= ٢ \left(\sqrt{٩ \text{س}^٢} - \sqrt{١٦}\right)^٢ = ٢ \, (٣ \text{س} - ٤)^٢$

٦ ‏٢٨ س $-$ ٤٩ س^{٢} $-$ ٤

$= -٤٩$ س^{٢} $+$ ٢٨ س $-$ ٤

$= -($$٤٩$ س^{٢} $-$ ٢٨ س $+$ $٤$$)$

$= -($$٧$ س $-$ $٢$$)^{٢}$

لاحظ أن :

-٤٩ س^{٢} $+$ ٢٨ س $-$ ٤ ليس مربعًا كاملاً

بينما ٤٩ س^{٢} $-$ ٢٨ س $+$ ٤ مربع كامل

حاول بنفسك ٢

حلل كلاً مما يأتي :

١ ‏١٦ م^{٢} $+$ ٥٦ م $+$ ٤٩

٢ ‏٢٥ أ^{٢} $-$ ٣٠ أ $+$ ٩

٣ ‏٢ س^{٢} $+$ ٤ س ص $+$ ٢ ص^{٢}

٤ ‏٥٠ س^{٢} $-$ ٢٠ س ص $+$ ٢ ص^{٢}

مثال ٥

استخدم التحليل لتسهيل حساب قيمة كل مما يأتي :

١ ‏$(٥٥)^{٢} + ٢ \times ٥٥ \times ٤٥ + (٤٥)^{٢}$

٢ ‏$(٣١٢)^{٢} - ٢ \times ٣١٢ \times ٣١١ + (٣١١)^{٢}$

الحل

١ ‏$(٥٥)^{٢} + ٢ \times ٥٥ \times ٤٥ + (٤٥)^{٢} = \left(\sqrt{(٥٥)^{٢}} + \sqrt{(٤٥)^{٢}}\right)^{٢}$

$= (٥٥ + ٤٥)^{٢} = (١٠٠)^{٢} = ١٠٠٠٠$

٢ ‏$(٣١٢)^{٢} - ٢ \times ٣١٢ \times ٣١١ + (٣١١)^{٢} = \left(\sqrt{(٣١٢)^{٢}} - \sqrt{(٣١١)^{٢}}\right)^{٢}$

$= (٣١٢ - ٣١١)^{٢} = ١^{٢} = ١$

حاول بنفسك ٣

استخدم التحليل لتسهيل حساب قيمة كل مما يأتي :

١ ‏$(٣٨)^{٢} - ٢ \times ٣٨ \times ٢٨ + (٢٨)^{٢}$

٢ ‏$(١٤)^{٢} + ٢ \times ١٤ \times ١٦ + (١٦)^{٢}$

مثال ٦

أوجد قيمة ك التى تجعل كل مقدار ثلاثى مما يلى مربعًا كاملاً :

١ $٢٥ س^{٢} - ٦٠ س + ك$ ٢ $ك س^{٢} + ١٢ س ص + ٩ ص^{٢}$

الحل

> **لاحظ أنه :**
> تم حل المسألة المجاورة بطريقة أخرى فى مثال (٢) فى نفس هذا الدرس.

١ ∵ $٢٥ س^{٢} - ٦٠ س + ك$ مربع كامل

∴ $٢٥ س^{٢} - ٦٠ س + ك = (٥ س - \sqrt{ك})^{٢}$

$= ٢٥ س^{٢} - ١٠ س \sqrt{ك} + ك$

وبمقارنة الحدود نجد أن : $- ٦٠ س = - ١٠ س \sqrt{ك}$

∴ $\sqrt{ك} = \frac{- ٦٠ س}{- ١٠ س} = ٦$ ∴ $ك = ٦^{٢}$ ∴ $ك = ٣٦$

٢ ∵ $ك س^{٢} + ١٢ س ص + ٩ ص^{٢}$ مربع كامل

∴ $ك س^{٢} + ١٢ س ص + ٩ ص^{٢} = (\sqrt{ك} س + ٣ ص)^{٢}$

$= ك س^{٢} + ٦ \sqrt{ك} س ص + ٩ ص^{٢}$

وبمقارنة الحدود نجد أن : $١٢ س ص = ٦ \sqrt{ك} س ص$

∴ $\sqrt{ك} = \frac{١٢ س ص}{٦ س ص} = ٢$ ∴ $ك = ٢^{٢}$ ∴ $ك = ٤$

حاول بنفسك ٤

أوجد قيمة ك إذا كان : $٦٤ س^{٢} - ٣٢ س + ك$ مربعًا كاملاً.






تمارين 3

على تحليل المقدار الثلاثى المربع الكامل

📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ بيِّن أى المقادير الآتية مربعًا كاملاً :

1. أ^{2} + ٩
2. أ^{2} − أ ب + ب^{2}
3. 📖 س^{2} − ١٢ س + ٣٦
4. 📖 ٢٥ س^{2} − ١٥ س + ٩
5. ل^{2} − ٨ ل م + ١٦ م^{2}
6. ٩ س^{2} + ١٥ س ص + ٢٥ ص^{2}
7. ٤ جـ^{4} − ١٢ جـ^{2} ء − ٩ ء^{2}
8. ٤ + ٣٦ أ^{3} + ٨١ أ^{6}
9. ١ − ٢ أ + أ^{2}
10. ٤ − ٦ أ + ٨ أ^{2}
11. 📖 $\frac{١}{٤}$ ص^{2} − ص + ٤
12. 📖 ٠٫٠١ س^{2} − ٠٫٢ س + ١

٢ حلل كلاً مما يأتى :

1. 📖 م^{2} − ٢ م + ١
2. س^{2} + ٢ س ص + ص^{2}
3. 📖 ٩ س^{2} + ١٢ س + ٤
4. 📖 ٢٥ ب^{2} − ١٠ ب + ١
5. 📖 ٩ أ^{2} + ٦ أ ب + ب^{2}
6. 📖 ٤ س^{2} − ٤ س ص + ص^{2}
7. ١٦ أ^{2} − ٤٠ أ ب + ٢٥ ب^{2}
8. ١ + ١٤ س + ٤٩ س^{2}
9. 📖 ٣٦ − ٦٠ ك + ٢٥ ك^{2}
10. ١ − ١٠ أ^{2} + ٢٥ أ^{4}

٣ حلل كلاً مما يأتى :

1. 📖 ١٨ ص^{2} − ١٢ ص + ٢
2. ١٢ س^{2} + ٣٦ س ص + ٢٧ ص^{2}
3. ٢٤ أ^{4} + ٢٤ أ^{2} + ٦
4. 📖 ٦ أ^{4} − ١٢ أ^{2} ب^{2} + ٦ ب^{4}
5. 📖 ٢٠ أ ص^{2} − ٦٠ أ ص + ٤٥ أ
6. 📖 ٢٤ س + ٢٤ س^{2} + ٦ س^{3}
7. 📖 ٣ ع + ٤٢ ع^{4} + ١٤٧ ع^{7}
8. 📖 ٤ ب^{2} جـ + ب جـ^{2} + ٤ ب^{3}
9. ٦٠ أ ب − ٣٦ أ^{2} − ٢٥ ب^{2}
10. 📖 (جـ − ء) + ٢ س (جـ − ء) + س^{2} (جـ − ء)

٤ حلل كلاً مما يأتى :

١ $\frac{١}{٤}$ ص^{٢} − ٢ ص + ٤

٢ $\frac{١}{١٦}$ أ^{٢} + $\frac{١}{١٠}$ أ + $\frac{١}{٢٥}$

٣ $\frac{٤}{٢٥}$ س^{٢} − $\frac{١}{١٠}$ س + $\frac{١}{٦٤}$

٤ ٠,٠١ س^{٢} − ٠,٢ س + ١

٥ حلل كلاً مما يأتى :

١ ٧ س (٧ س − ١٠ ص) + ٢٥ ص^{٢}

٢ ٤ س^{٢} − ٧ ص (٤ س − ٧ ص)

٣ م^{٢} − ١١ ن (٢ م − ١١ ن)

٤ (س − ص)^{٢} + ٤ س ص

٦ أكمل الحد الناقص فى كل من المقادير الثلاثية الآتية ليكون المقدار مربعًا كاملاً :

١ ٤ س^{٢} .... + ١

٢ ٤ أ^{٢} .... + ٣٦ ب^{٢}

٣ $\frac{١}{٢٥}$ س^{٢} .... + $\frac{١}{٤}$ ص^{٢}

٤ ع^{٤} .... + ٤٩ ل^{٢}

٥ أ^{٢} − ٦ أ + ...

٦ ٤ س^{٢} + ٢٨ س + ...

٧ أ^{٢} − ٦ أ ب + ...

٨ ٢٥ م^{٢} + ٢٠ م ن ....

٩ .... − ١٨ ص^{٢} + ٨١

١٠ .... − ٢٤ أ ب + ١٦ ب^{٢}

٧ أوجد قيمة ك الموجبة التى تجعل كل مقدار ثلاثى مما يلى مربعًا كاملاً :

١ ٣٦ س^{٢} + ك س + ١

٢ ١٦ ص^{٢} + ك ص + ١٠٠

٣ ٤ س^{٢} + س + ك

٤ ٩ ل^{٢} + ١٢ ل + ك

٥ ك س^{٢} − ٦ س + ١

٦ ك أ^{٢} ب^{٢} − ١٢ أ ب + ٩

٧ ك^{٢} س^{٢} − ٤ س + ١٦

٨ ١ + ١٤ ص + ك^{٢} ص^{٢}

٨ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : س^{٢} + ك س + ٢٥ مربعًا كاملاً فإن : ك = ...

(أ) ٥ (ب) ١٠ (جـ) ± ١٠ (د) ± ٥

٢ إذا كان المقدار : س^{٢} + ١٤ س + ب مربعًا كاملاً فإن : ب = ...

(أ) ٢ (ب) ٧ (جـ) ١٤ (د) ٤٩

٣ المقدار أ $س^٢$ – ٤٠ س + ٢٥ يكون مربعًا كاملاً عندما أ = …………

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٩ (د) ١٦

٤ إذا كان المقدار : حـ + ٣ س + $\frac{١}{٤}$ مربعًا كاملاً فإن : حـ = …………

(أ) ٩ (ب) $\frac{٩}{٤}$ $س^٢$ (جـ) ٩ $س^٢$ (د) ٤ $س^٢$

٥ إذا كان : س = ٦ ، ص = ٤ فإن : $س^٢$ – ٢ س ص + $ص^٢$ = …………

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ١٠ (د) ١٠٠

٦ إذا كان : $أ^٢$ + ٢ أ ب + $ب^٢$ = ٢٥ فإن : أ + ب = …………

(أ) ٥ (ب) –٥ (جـ) ± ٥ (د) ١٢,٥

٩ استخدم التحليل لتسهيل حساب قيمة كل مما يأتى :

١ $(٨٧)^٢$ + ٢ × ١٣ × ٨٧ + $(١٣)^٢$

٢ $(٩٩)^٢$ – ٢ × ٩٩ × ٩٨ + $(٩٨)^٢$

٣ $(٧,٣)^٢$ + ٢ × ٧,٣ × ٢,٧ + $(٢,٧)^٢$

٤ $(٢٠,٧)^٢$ – ١,٤ × ٢٠,٧ + $(٠,٧)^٢$

٥ $(٩٩٧)^٢$ + ٦ × ٩٩٧ + ٩

٦ $(٩٩)^٢$ + ٢ × ٩٩ + ١

٧ ٢٥ – ٢ × ٤٥ + ٨١

تطبيق هندسى

١٠ مربع مساحته (٩ $س^٢$ + ٣٠ س + م) $سم^٢$ وطول ضلعه عدد نسبى أوجد قيمة م ثم أوجد محيط المربع عندما س = ٢

للمتفوقين

١١ حلل كلاً مما يأتى :

١ $ص^٢$ + ٢ ص (س + ١) + $(س + ١)^٢$

٢ $(أ + ب)^٢$ – ٤ $حـ^٢$ (أ + ب) + ٤ $حـ^٤$



الدرس

4

تحليل الفرق بين المربعين

تعلم أن : $(أ + ب)(أ - ب) = أ^2 - ب^2$

ولذلك فإن تحليل المقدار $أ^2 - ب^2$ هو :

$$أ^2 - ب^2 = (أ + ب)(أ - ب)$$

أي أن : الفرق بين مربعى كميتين = مجموع هاتين الكميتين × الفرق بين هاتين الكميتين

مثال ١

حلل كلاً مما يأتى :

١ $س^2 - ٢٥$

٢ $س^2 - ٩ ص^2$

٣ $٤٩ س^4 - ١$

٤ $\frac{١}{٩} أ^2 - \frac{١}{٤}$

الحل

١ $س^2 - ٢٥ = (\sqrt{س^2} + \sqrt{٢٥})(\sqrt{س^2} - \sqrt{٢٥}) = (س + ٥)(س - ٥)$

٢ $س^2 - ٩ ص^2 = (\sqrt{س^2} + \sqrt{٩ ص^2})(\sqrt{س^2} - \sqrt{٩ ص^2})$

$= (س + ٣ ص)(س - ٣ ص)$

٣ $\text{٤٩ س}^{٤} - ١ = \left(\sqrt{\text{٤٩ س}^{٤}} + \sqrt{١}\right)\left(\sqrt{\text{٤٩ س}^{٤}} - \sqrt{١}\right) = (\text{٧ س}^{٢} + ١)(\text{٧ س}^{٢} - ١)$

٤ $\frac{١}{٩}\,\text{أ}^{٢} - \frac{١}{٤} = \left(\sqrt{\frac{١}{٩}\text{أ}^{٢}} + \sqrt{\frac{١}{٤}}\right)\left(\sqrt{\frac{١}{٩}\text{أ}^{٢}} - \sqrt{\frac{١}{٤}}\right) = \left(\frac{١}{٣}\,\text{أ} + \frac{١}{٢}\right)\left(\frac{١}{٣}\,\text{أ} - \frac{١}{٢}\right)$

مثال ٢

حلل كلاً مما يأتى :

١ $\text{٢ س}^{٢} - ١٨$

٢ $\text{س}^{٣} - \text{٦٤ س}$

٣ $\frac{١}{٢}\,\text{س}^{٢} - ٢$

٤ $\text{١٦ س}^{٤} - ٨١$

الحل

١ $\text{٢ س}^{٢} - ١٨ = ٢\,(\text{س}^{٢} - ٩)$ (إخراج ع . م . أ)

$= ٢\,(\text{س} - ٣)\,(\text{س} + ٣)$

٢ $\text{س}^{٣} - \text{٦٤ س} = \text{س}\,(\text{س}^{٢} - ٦٤)$ (إخراج ع . م . أ)

$= \text{س}\,(\text{س} - ٨)\,(\text{س} + ٨)$

٣ $\frac{١}{٢}\,\text{س}^{٢} - ٢ = \frac{١}{٢}\,(\text{س}^{٢} - ٤) = \frac{١}{٢}\,(\text{س} - ٢)\,(\text{س} + ٢)$

٤ $\text{١٦ س}^{٤} - ٨١ = (\text{٤ س}^{٢} + ٩)\,(\text{٤ س}^{٢} - ٩) = (\text{٤ س}^{٢} + ٩)\,(\text{٢ س} - ٣)\,(\text{٢ س} + ٣)$

مثال ٣

حلل كلاً مما يأتى :

١ $\text{٢٥ أ}^{٢}\,(\text{٢ أ} - \text{ب}) - ١٦\,(\text{٢ أ} - \text{ب})$

٢ $(\text{س} + \text{ص})^{٢} - ٩$

الحل

١ $\text{٢٥ أ}^{٢}\,(\text{٢ أ} - \text{ب}) - ١٦\,(\text{٢ أ} - \text{ب}) = (\text{٢ أ} - \text{ب})\,(\text{٢٥ أ}^{٢} - ١٦)$ (إخراج ع . م . أ)

$= (\text{٢ أ} - \text{ب})\,(\text{٥ أ} - ٤)\,(\text{٥ أ} + ٤)$

٢ $(\text{س} + \text{ص})^{٢} - ٩ = [(\text{س} + \text{ص}) + ٣]\,[(\text{س} + \text{ص}) - ٣]$

$= (\text{س} + \text{ص} + ٣)\,(\text{س} + \text{ص} - ٣)$

حاول بنفسك ١

حلل كلاً مما يأتى :

1. $س^{٢} - ١٦$
2. $٤ أ^{٢} - ٢٥ ب^{٢}$
3. $١٨ س^{٢} - ٥٠ ص^{٢}$
4. $١٦ س^{٢} (س + ص) - ص^{٢} (س + ص)$

مثال ٤

استخدم التحليل لتسهيل إيجاد قيمة كل من :

1. $(٢٥)^{٢} - (١٥)^{٢}$
2. $(١،٦)^{٢} - (١،٤)^{٢}$
3. $(٩٩)^{٢} - ١$
4. ٥٢×٤٨

الحل

1. $(٢٥)^{٢} - (١٥)^{٢} = (٢٥ - ١٥)(٢٥ + ١٥) = ١٠ \times ٤٠ = ٤٠٠$
2. $(١،٦)^{٢} - (١،٤)^{٢} = (١،٦ - ١،٤)(١،٦ + ١،٤) = ٠،٢ \times ٣ = ٠،٦$
3. $(٩٩)^{٢} - ١ = (٩٩ + ١)(٩٩ - ١) = ١٠٠ \times ٩٨ = ٩٨٠٠$
4. $٥٢ \times ٤٨ = (٥٠ + ٢)(٥٠ - ٢) = (٥٠)^{٢} - (٢)^{٢} = ٢٥٠٠ - ٤ = ٢٤٩٦$

حاول بنفسك ٢

استخدم التحليل لتسهيل إيجاد قيمة كل من :

1. $(٧٥)^{٢} - (٢٥)^{٢}$
2. ٣١×٢٩

إجابات حاول بنفسك

١ ① $(س - ٤)(س + ٤)$ ② $(٢أ - ٥ب)(٢أ + ٥ب)$

③ $٢ (٣س - ٥ص)(٣س + ٥ص)$ ④ $(س + ص)(٤س - ص)(٤س + ص)$

٢ ① ٥٠٠٠ ② ٨٩٩

تمارين 4

على تحليل الفرق بين المربعين



📖 أسئلة كتاب الوزارة

اختبر تفاعلي

١ حلل كلاً مما يأتي :

١ 📖 $س^{٢} - ٤$

٢ $أ^{٢} - ٢٥$

٣ $١٦ س^{٢} - ٩$

٤ $٤٩ ص^{٢} - ١$

٥ $س^{٢} - ٤ ص^{٢}$

٦ 📖 $٢٢٥ س^{٢} - ص^{٢}$

٧ 📖 $٦٢٥ أ^{٢} - ٨١ ب^{٢}$

٨ 📖 $٩ - ص^{٢}$

٩ 📖 $-٩ س^{٢} + ٢٥$

١٠ $أ^{٢} ب^{٢} - ١$

١١ 📖 $أ^{٢} - ب^{٢} جـ^{٤}$

١٢ $س^{٤} - ١٠٠$

١٣ $١٦ أ^{٦} - ب^{٦}$

١٤ $\frac{١}{٩} ص^{٢} - \frac{١}{١٦}$

١٥ $٠,٠٤ س^{٢} - ٠,٢٥ ص^{٢}$

٢ حلل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً :

١ $س^{٤} - ١$

٢ 📖 $س^{٤} - ١٦ ص^{٤}$

٣ 📖 $س^{١٠٠} - ١$

٣ حلل كلاً مما يأتي :

١ $٢ س^{٢} - ٣٢$

٢ $س^{٣} - ٢٥ س$

٣ $س^{٤} - س^{٢}$

٤ 📖 $٨ س^{٢} - ٥٠$

٥ $س^{٣} ص - س ص^{٥}$

٦ 📖 $٢٧ س^{٣} - ٤٨ س ص^{٦}$

٧ $\frac{١}{٢} س^{٢} - ٢$

٨ $٣ س^{٢} - \frac{٣}{١٦}$

٩ $\frac{١}{٢} س^{٢} - \frac{١}{١٨} ص^{٢}$

١٠ $٤ ب^{٢} (٢ أ - ب) - ٢٥ أ^{٢} (٢ أ - ب)$

٤ حلل كلاً مما يأتي :

١ $(أ + ب)^{٢} - ٤$

٢ $١ - (أ - ١)^{٢}$

٣ $٩ أ^{٢} - (٢ أ + ب)^{٢}$

٤ $أ^{٢} ب^{٢} - (أ ب - ١)^{٢}$

٥ 📖 $(س + ١)^{٢} - (س - ١)^{٢}$

٦ 📖 $٩ (م - ١)^{٢} - ٢٥ (م + ١)^{٢}$

٧ 📖 $(س + ص + ٥)^{٢} - (س - ص - ٥)^{٢}$

٨ $(أ - ٢ ب) (أ + ٢ ب) - ٥ ب^{٢}$

٥ استخدم التحليل لتسهيل حساب قيمة كل من :

١ $(٧٧)^٢ - (٢٣)^٢$ ٢ $(٧٨)^٢ - (٧٧)^٢$ ٣ $(١١,٦)^٢ - (١,٦)^٢$

٤ $(٨,٢٧)^٢ - (١,٧٣)^٢$ ٥ $(٩٥)^٢ - ٢٥$ ٦ $(٩٩٩)^٢ - ١$

٧ $٢ \times (٢٦,١٨)^٢ - ٢ \times (٢٣,٨٢)^٢$

٦ باستخدام فكرة تحليل الفرق بين مربعين أوجد قيمة كل من :

١ ٣١×٢٩ ٢ ١٠٣×٩٧

٧ إذا كان : س ص = ٨ فأوجد القيمة العددية للمقدار : $(س + ص)^٢ - (س - ص)^٢$

٨ اختصر إلى أبسط صورة : $(٣أ - ٢ب)^٢ - (٣أ + ٢ب)^٢ + ٢٤ أ ب$

٩ أكمل ما يأتى :

١ (٢ س + ...) (.......... - ٣ ص) = ٤ $س^٢$ - ....

٢ (.......... + ٣ م) (.......... - ٣ م) = ٢٥ $س^٢$ - ....

٣ .... - ٦٤ $س^٢$ = (٤ - ....) (٤ + ...)

٤ إذا كان : أ - ب = ٢ ، أ + ب = ٣ فإن : $أ^٢ - ب^٢$ = ...

٥ إذا كان : $س^٢ - ص^٢$ = ٢٠ ، س + ص = ١٠ فإن : س - ص = ...

٦ إذا كان : $أ^٢ - ب^٢$ = ٤٥ ، أ - ب = ٥ فإن : $\sqrt{أ + ب}$ = ...

٧ إذا كان : $س^٢ - ص^٢$ = ٢٤ ، س + ص = ٨

فإن : ٣ س - ٣ ص = ...

٨ إذا كان : $س^٢ - ص^٢$ = س + ص فإن : س - ص = ...

٩ إذا كان : ٢ (أ - ب) (أ + ب) = ١٨ فإن : $أ^٢ - ب^٢$ = ...

١٠ إذا كان : أ + ب = ٧ (أ - ب) = ١٤ فإن : $أ^٢ - ب^٢$ = ...

١٠ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $س^٢$ - أ = (س - ٣) (س + ٣) فإن : أ = ...

(أ) ٣ (ب) -٣ (جـ) ٩ (د) -٩

٢ إذا كان : س^{٢} + ل − ٤ = (س − ٢) (س + ٢) فإن : ل = ...

(أ) صفر (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٨

٣ إذا كان : س + ٢ ص = ٣ ، س^{٢} − ٤ ص^{٢} = ٢١

فإن : س − ٢ ص = ...

(أ) ١٤ (ب) ٩ (جـ) ٧ (د) ٦

٤ إذا كان : أ − ب = ٧ ، أ + ب = ٥ فإن : ٢ أ^{٢} − ٢ ب^{٢} = ...

(أ) ٢ (ب) ١٢ (جـ) ٣٥ (د) ٧٠

٥ إذا كان : س^{٢} − ص^{٢} = ١٦ ، ص − س = ٢ فإن : س + ص = ...

(أ) ٤ (ب) ٨ (جـ) −٨ (د) ٢

٦ إذا كان : أ + ب = ٥ ، أ − ب = ٤ فإن : ب^{٢} − أ^{٢} = ...

(أ) −٢٠ (ب) −١ (جـ) ٩ (د) ٢٠

٧ إذا كان : (٢٥)^{٢} − (١٥)^{٢} = ١٠ س فإن : س = ...

(أ) ٤٠ (ب) ٣٠ (جـ) ٢٠ (د) ١٠

٨ (س − ص) (س + ص) (س^{٤} − ٢ س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤}) = ...

(أ) س^{٦} − ص^{٦} (ب) (س − ص)^{٣} (س + ص)^{٣}

(جـ) (س^{٣} − ص^{٣}) (س^{٣} + ص^{٣}) (د) (س^{٢} + ص^{٢}) (س^{٢} − ص^{٢})

تطبيق هندسى

١١ مثلث قائم الزاوية طول وتره ٤١ سم وطول أحد ضلعى القائمة ٤٠ سم
استخدم التحليل لحساب طول ضلع القائمة الآخر.

للمتفوقين

١٢ حلل ما يأتى :

١ (أ^{٢} − ٢ أ ب + ب^{٢}) − حـ^{٢}

٢ (٢ أ + ٣ ب)^{٣} − ٨ أ^{٣} − ١٢ أ^{٢} ب

١٣ إذا كان : س > ص ، س^{٢} − ٢ س ص + ص^{٢} = ٤ ، س + ص = ٨

فأوجد القيمة العددية للمقدار : س^{٢} − ص^{٢}



ملخص الجزء الأول

من الوحدة الأولى (من درس 1 حتى درس 4)

✪ قبل البدء فى تحليل المقدار الجبرى يجب مراعاة ما يأتى :

- ترتيب حدود المقدار تنازليًا أو تصاعديًا حسب أسس أحد الرموز المعطاة ، ويفضل تنازليًا.
- إخراج ع.م.أ بين حدود المقدار.
- فك الأقواس واختصار المقدار الجبرى.

✪ تحليل المقدار الثلاثى على الصورة : س^{٢} + ب س + حـ هو كتابته فى صورة حاصل ضرب عاملين بحيث :

- الحد الأول فى كل منهما يساوى س
- الحدان الآخران فيهما هما عددان ، حاصل ضربهما حـ وهو الحد الأخير فى المقدار الثلاثى ، ومجموعهما ب وهو معامل س فى المقدار الثلاثى.

✪ عند تحليل المقدار : س^{٢} + ب س + حـ على الصورة (س + ل) (س + م) فإنه :

١ إذا كانت حـ موجبة (أى حاصل ضرب العددين موجب) فإن :

ل ، م لهما نفس إشارة ب

٢ إذا كانت حـ سالبة (أى حاصل ضرب العددين سالب) فإن :

ل ، م مختلفان فى الإشارة وأكبرهما (عدديًا) له نفس إشارة ب

✪ لتحليل المقدار الثلاثى : أ س^{٢} + ب س + حـ حيث (أ ≠ ± ١) اتبع ما يلى :

١ حلل أ س^{٢} إلى عاملين «ل س ، م س»

واكتبهما داخل القوسين كما بالشكل المقابل.

(ل س + ن)

(م س + هـ)

٢ حلل الحد الأخير فى المقدار الثلاثى (حـ) إلى عاملين «ن ، هـ»

واكتبهما أيضًا داخل القوسين كما بالشكل المقابل.

٣ أوجد (حاصل ضرب الطرفين + حاصل ضرب الوسطين) فإذا كان المجموع مساويًا للحد الأوسط فى المقدار الثلاثى كان التحليل صحيحًا ، وإذا لم يكن قُم بمحاولات أخرى للوصول إلى التحليل الصحيح.

✪ تحليل المقدار الثلاثى المربع الكامل :

إذا كان المقدار الثلاثى مربعًا كاملًا مرتبًا ترتيبًا تنازليًا أو تصاعديًا حسب قوى أحد رموزه

فإنه يمكن تحليله على الصورة : $\left(\sqrt{\text{الحد الأول}} \pm \sqrt{\text{الحد الثالث}}\right)^{٢}$

مع ملاحظة أن :

الإشارة بين الحدين داخل القوس تكون مماثلة لإشارة الحد الأوسط فى المقدار الثلاثى.

✪ كيفية إيجاد حد ناقص من حدود مقدار ثلاثى مربع كامل :

١ إيجاد الحد الأوسط : الحد الأوسط $= \pm ٢ \times \sqrt{\text{الحد الأول}} \times \sqrt{\text{الحد الثالث}}$

٢ إيجاد الحد الأول : الحد الأول $= \dfrac{(\text{الحد الأوسط})^{٢}}{٤ \times \text{الحد الثالث}}$

٣ إيجاد الحد الثالث : الحد الثالث $= \dfrac{(\text{الحد الأوسط})^{٢}}{٤ \times \text{الحد الأول}}$

✪ تحليل الفرق بين مربعين :

الفرق بين مربعى كميتين = مجموع هاتين الكميتين × الفرق بين هاتين الكميتين.

أى أن : $أ^{٢} - ب^{٢} = (أ - ب)\,(أ + ب)$



امتحانات على الجزء الأول
من الوحدة الأولى (من درس 1 حتى درس 4)

النموذج الأول

أجب عن جميع الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $س^٢ + ك س + ٤٩$ مربعًا كاملًا فإن : ك = ...

(أ) ٧ (ب) −٧ (جـ) ± ٧ (د) ± ١٤

٢ إذا كان : س + ٢ ص = ٤ ، $س^٢ - ٤ ص^٢ = ٢٠$ فإن : س − ٢ ص = ...

(أ) ٤ (ب) صفر (جـ) ٥ (د) ٨٠

٣ إذا كان المقدار : $س^٢ + ٥ س + أ$ قابلًا للتحليل فإن أ يمكن أن تساوى ....

(أ) ٦ (ب) ٨ (جـ) ١٠ (د) ١٢

٤ إذا كان المقدار : $س^٢ + ١٦ س + ب$ مربعًا كاملًا فإن : ب = ...

(أ) ٨ (ب) ٢٥ (جـ) ١٦ (د) ٦٤

٥ إذا كان : $٢ س^٢ + حـ س - ٣ = (٢ س + ٣) (س - ١)$ فإن : حـ = ...

(أ) ٣ (ب) ١ (جـ) −٢ (د) ٤

٦ إذا كان : $س^٢ - ٣ س + أ = (س - ٥) (س + ٢)$ فإن : أ = ...

(أ) −٣ (ب) ٥ (جـ) −١٠ (د) ٤

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ $س^٢$ − .... = (س + ٩) (س − ٩)

٢ $(٣ أ - ....)^٢$ = ... − ١٢ أ + ...

٣ (س + ...) (٢ س − ٣) = ... + ... − ١٥

٤ إذا كان : $س^٢ - ك + ١٠ = (س - ٣)(س + ٣)$ فإن : ك = ...

٥ إذا كان : (س - ٣) أحد عاملى المقدار : $س^٢ + ٢ س - ١٥$

فإن العامل الآخر هو ....

٣ حلل كلًا مما يأتى تحليلًا تامًا :

١ $س^٢ - ٧ س - ٨$

٢ $٣ س^٢ - ١٠ س - ٨$

٣ $٨ س^٣ - ٢ ص^٢ س$

٤ $٤ س^٢ + ١٢ س + ٩$

٤ استخدم التحليل لتسهيل حساب قيمة كل مما يأتى :

١ $(٩٩)^٢ - ٢ \times ٩٩ \times ٩٧ + (٩٧)^٢$

٢ $(٧٨)^٢ - (٢٢)^٢$

٥ مستطيل مساحته $(س^٢ + ١٠ س + ٢٤)$ $سم^٢$ وطوله (س + ٦) سم

أوجد كلًا من عرضه ومحيطه بدلالة س

النموذج الثانى

أجب عن جميع الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $س^٢ - م = (س - ٧)(س + ٧)$ فإن : م = ...

(أ) ٧ (ب) -٧ (جـ) ٤٩ (د) -٤٩

٢ المقدار : $أ س^٢ - ٣٦ س + ٣٦$ يكون مربعًا كاملًا عندما أ = ...

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ٩ (د) ٤

٣ إذا كان : $س^٢ - ك س + ١٢ = (س - ٣)(س - ٤)$ فإن : ك = ...

(أ) ١ (ب) ٥ (جـ) ١٢ (د) ٧

٤ إذا كان : ٢ س^{٢} − ٣ س − ٣٥ = (٢ س + ١) (س − ٥) فإن : ١ = ...

(أ) ٥ (ب) ٧ (جـ) ١٠ (د) ٢

٥ إذا كان : ١ + ٥ ب = ٣ ، ١^{٢} − ٢٥ ب^{٢} = ١٢ فإن : ١ − ٥ ب = ...

(أ) ٩ (ب) ١٦ (جـ) ٣ (د) ٤

٦ إذا كان : س^{٢} + ك س + ٦٤ مربعًا كاملًا فإن : ك = ...

(أ) ٨ (ب) ١٦ (جـ) ٣٢ (د) ٦٤

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : ١ + ب = ٥ ، ب − ١ = ٤ فإن : ب^{٢} − ١^{٢} = ...

٢ إذا كان : س^{٢} + ص^{٢} = ١٧ ، س ص = −٩ فإن : (س − ص)^{٢} = ...

٣ إذا كان : (٢ س − ١) أحد عاملى المقدار : ٢ س^{٢} + ٩ س − ٥

فإن العامل الآخر هو ....

٤ (٣ س + ...) (............ − ٥ ص) = ٩ س^{٢} − ....

٥ س^{٢} + س − ٦ = (س + ٣) (............)

---

٣ حلل كلًا مما يأتى تحليلًا تامًا :

١ س^{٢} + ٢١ − ١٠ س

٢ ٢٥ ١^{٤} − ١٠ ١^{٢} + ١

٣ ٨ ١^{٢} − ٥٠

٤ ٥ ع^{٢} − ٧ ع + ٢

---

٤ مستطيل مساحته (٥ ١^{٢} − ١٨ ١ + ١٦) سم^{٢} أوجد بعدين ممكنين له بدلالة ١

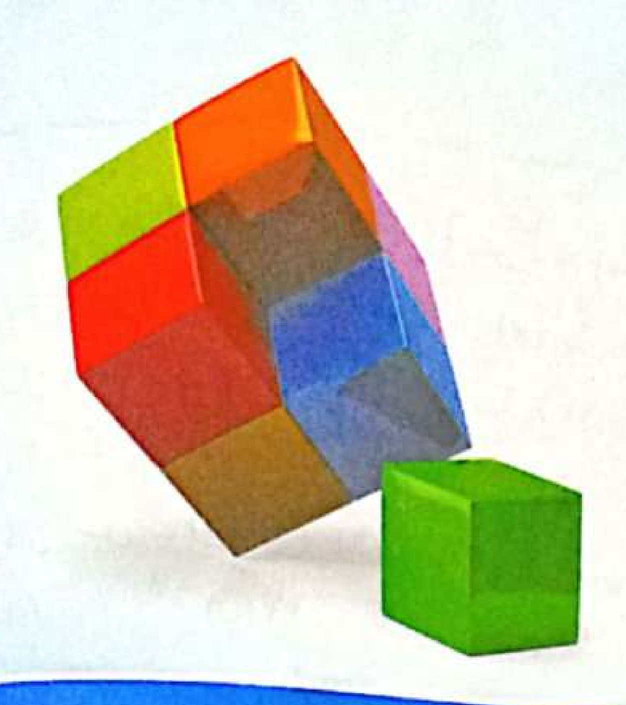
، ثم أوجد محيطه عندما ١ = ٥

---

٥ حلل كلًا مما يأتى :

١ ٤ س^{٢} ص − ٤ س ص^{٢} + ص^{٣}

٢ (١ + ب + ٣)^{٢} − (١ − ب − ٣)^{٢}



الدرس 5

تحليل مجموع المكعبين والفرق بينهما

أولًا تحليل مجموع المكعبين

- تعلم أن : $(أ + ب)(أ^2 - أ ب + ب^2) = أ(أ^2 - أ ب + ب^2) + ب(أ^2 - أ ب + ب^2)$

$= أ^3 - أ^2 ب + أ ب^2 + أ^2 ب - أ ب^2 + ب^3$

$= أ^3 + ب^3$

والمقدار $أ^3 + ب^3$ هو مجموع المكعبين $أ^3$ ، $ب^3$

وبصفة عامة

عكس العلامة

نفس العلامة

$أ^3 + ب^3 = (أ + ب)(أ^2 - أ ب + ب^2)$

أى أن : مجموع مكعبى كميتين = (الأولى + الثانية) × (مربع الأولى − الأولى × الثانية + مربع الثانية)

فمثلًا : $س^3 + 8 = س^3 + 2^3 = (س + 2)(س^2 - س × 2 + 2^2)$

$= (س + 2)(س^2 - 2 س + 4)$

ثانيًا تحليل الفرق بين المكعبين

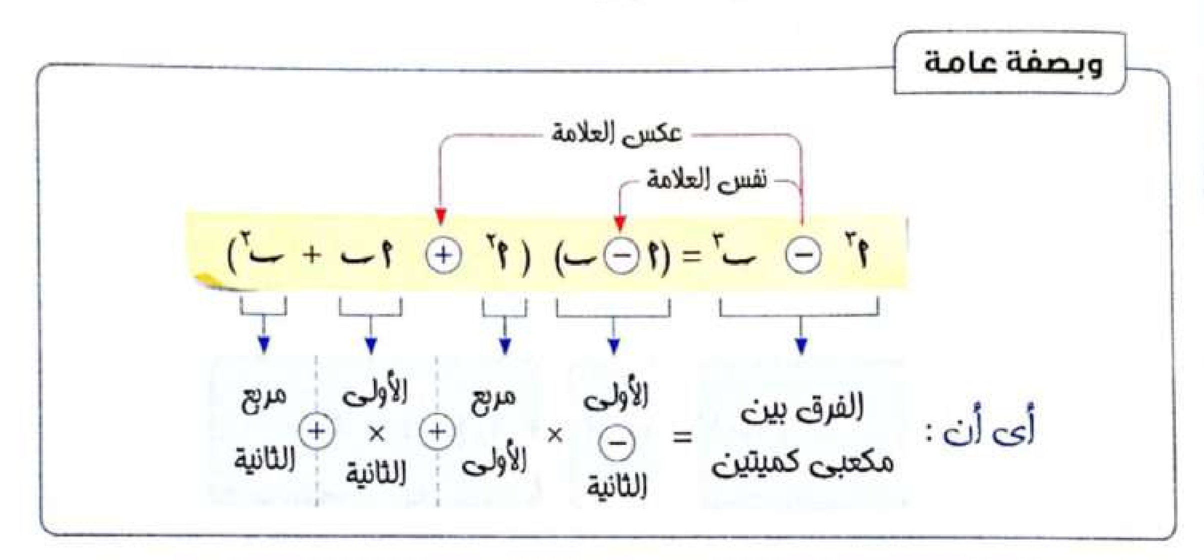
- تعلم أن : $(أ - ب)(أ^{٢} + أب + ب^{٢}) = أ(أ^{٢} + أب + ب^{٢}) - ب(أ^{٢} + أب + ب^{٢})$

$= أ^{٣} + أ^{٢}ب + أب^{٢} - أ^{٢}ب - أب^{٢} - ب^{٣}$

$= أ^{٣} - ب^{٣}$

والمقدار $أ^{٣} - ب^{٣}$ هو الفرق بين المكعبين $أ^{٣}$ ، $ب^{٣}$

وبصفة عامة



فمثلًا : $س^{٣} - ٢٧ = س^{٣} - ٣^{٣} = (س - ٣)(س^{٢} + س \times ٣ + ٣^{٢})$

$= (س - ٣)(س^{٢} + ٣س + ٩)$

مثال ١

حلل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً :

١ $٨س^{٣} + ١٢٥$	٢ $٢٧أ^{٣} - ب^{٣}$	٣ $٨س^{٣} + \frac{١}{٨}$
٤ $أ^{٦} - ٦٤ب^{٣}$	٥ $٤٠س^{٤} - ٥س$	٦ $(س + ص)^{٣} + س^{٣}$

الحل

١ $٨س^{٣} + ١٢٥ = (٢س)^{٣} + ٥^{٣}$

$= (٢س + ٥)\left((٢س)^{٢} - ٥ \times ٢س + ٥^{٢}\right)$

$= (٢س + ٥)(٤س^{٢} - ١٠س + ٢٥)$

٢ $\text{٢٧ أ}^{٣} - \text{ب}^{٣} = (\text{٣ أ})^{٣} - \text{ب}^{٣}$

$= (\text{٣ أ} - \text{ب})\left((\text{٣ أ})^{٢} + \text{٣ أ} \times \text{ب} + \text{ب}^{٢}\right)$

$= (\text{٣ أ} - \text{ب})(\text{٩ أ}^{٢} + \text{٣ أ ب} + \text{ب}^{٢})$

٣ $\text{٨ س}^{٣} + \frac{\text{١}}{\text{٨}} = (\text{٢ س})^{٣} + \left(\frac{\text{١}}{\text{٢}}\right)^{٣}$

$= \left(\text{٢ س} + \frac{\text{١}}{\text{٢}}\right)\left((\text{٢ س})^{٢} - \text{٢ س} \times \frac{\text{١}}{\text{٢}} + \left(\frac{\text{١}}{\text{٢}}\right)^{٢}\right)$

$= \left(\text{٢ س} + \frac{\text{١}}{\text{٢}}\right)\left(\text{٤ س}^{٢} - \text{س} + \frac{\text{١}}{\text{٤}}\right)$

٤ $\text{أ}^{٦} - \text{٦٤ ب}^{٣} = (\text{أ}^{٢})^{٣} - (\text{٤ ب})^{٣}$

$= (\text{أ}^{٢} - \text{٤ ب})\left((\text{أ}^{٢})^{٢} + \text{أ}^{٢} \times \text{٤ ب} + (\text{٤ ب})^{٢}\right)$

$= (\text{أ}^{٢} - \text{٤ ب})(\text{أ}^{٤} + \text{٤ أ}^{٢}\text{ ب} + \text{١٦ ب}^{٢})$

٥ $\text{٤٠ س}^{٤} - \text{٥ س} = \text{٥ س}(\text{٨ س}^{٣} - \text{١})$ (إخراج ع. م. أ)

$= \text{٥ س}(\text{٢ س} - \text{١})(\text{٤ س}^{٢} + \text{٢ س} + \text{١})$

٦ $(\text{س} + \text{ص})^{٣} + \text{س}^{٣} = \left((\text{س} + \text{ص}) + \text{س}\right)\left((\text{س} + \text{ص})^{٢} - \text{س}(\text{س} + \text{ص}) + \text{س}^{٢}\right)$

$= (\text{٢ س} + \text{ص})(\text{س}^{٢} + \text{٢ س ص} + \text{ص}^{٢} - \text{س}^{٢} - \text{س ص} + \text{س}^{٢})$

$= (\text{٢ س} + \text{ص})(\text{س}^{٢} + \text{س ص} + \text{ص}^{٢})$

حاول بنفسك

حلل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً :

١ $\text{س}^{٣} + \text{٦٤}$	٢ $\text{٨ س}^{٣} - \text{٢٧}$
٣ $\text{٢ س}^{٣} + \text{١٦}$	٤ $\text{٥٤ س}^{٤} - \text{٢ س ص}^{٣}$

مثال ②

حلل ما يأتى تحليلاً كاملاً : س⁶ − ٦٤ ص⁶

الحـــل

س⁶ − ٦٤ ص⁶ = (س³ + ٨ ص³) (س³ − ٨ ص³)   «فرق بين مربعين»

= (س + ٢ ص) (س² − ٢ س ص + ٤ ص²)

× (س − ٢ ص) (س² + ٢ س ص + ٤ ص²)   «مجموع وفرق مكعبين»

ملاحظة

إذا قمت بتحليل المقدار : س⁶ − ٦٤ ص⁶ أولاً كفرق بين مكعبين فإن التحليل يصعب استكماله ليكون تحليلًا تامًا ، وفى مثل هذه الحالة نقوم بتحليل المقدار أولاً كفرق بين مربعين.

مثال ③

إذا كان : س + ص = ٦ ، س² − ص² = ١٢ ، س² + س ص + ص² = ٢٨

فأوجد قيمة : س³ − ص³

الحـــل

∵ س² − ص² = ١٢   ∴ (س + ص) (س − ص) = ١٢

، ∵ س + ص = ٦   ∴ ٦ (س − ص) = ١٢

∴ س − ص = ٢

∴ س³ − ص³ = (س − ص) (س² + س ص + ص²) = ٢ × ٢٨ = ٥٦

تمارين 5



📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ حلل كلاً مما يأتى :

١ 📖 $س^{٣} + ٨$

٢ $س^{٣} - ١$

٣ $٦٤ س^{٣} + ٢٧$

٤ 📖 $٨ س^{٣} - ١٢٥$

٥ $١٢٥ + أ^{٣}$

٦ $٣٤٣ - ٢٧ م^{٣}$

٧ 📖 $م^{٣} + ٦٤ ن^{٣}$

٨ 📖 $٥١٢ س^{٣} - ص^{٣}$

٩ $س^{٣} ص^{٣} + ٢٧$

١٠ $٢٧ س^{٣} ص^{٣} - ٦٤$

١١ 📖 $\frac{١}{٨} أ^{٣} - ٨ ب^{٣}$

١٢ $ل^{٣} - \frac{١}{١٢٥}$

١٣ $٨ أ^{٣} + ٠,٠٠١$

١٤ 📖 $٠,٠٢٧ م^{٣} - ن^{٣}$

١٥ $١ + ١٢٥ ب^{٦}$

١٦ 📖 $٨ س^{٣} - ٣٤٣ ص^{٦}$

١٧ $س^{٦} + ص^{٦}$

١٨ $س^{٦} - ٦٤$

٢ حلل كلاً مما يأتى :

١ $٢ س^{٣} + ١٦$

٢ $٣ س^{٣} - ٨١$

٣ $ل^{٤} + ٦٤ ل$

٤ 📖 $ل^{٣} م - ٢٧ م^{٤}$

٥ $٣ س^{٤} + ٣ س$

٦ $٢ س^{٥} - ٥٤ س^{٢}$

٧ $١٦ س^{٣} + ٢٥٠ ص^{٣}$

٨ 📖 $١٦ أ^{٣} ب + ٦٨٦ ب^{٤}$

٩ $٥٤ س^{٤} ص^{٢} - ١٦ س ص^{٥}$

١٠ $٥٠٠ س^{٨} ص^{٢} - ٢٥٦ س^{٥} ص^{٥}$

١١ $\frac{١}{٢} س^{٣} + ٤$

١٢ $\frac{١}{٣} س^{٣} - ٩$

٣ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ 📖 إذا كان : $س + ص = ٣$ ، $س^{٢} - س ص + ص^{٢} = ٥$

فإن : $س^{٣} + ص^{٣} =$ ....

(أ) ١٥ (ب) ٢٥ (جـ) ٨ (د) ٧

٢ إذا كان : سـ^{٣} − ص^{٣} = ١٤ ، سـ^{٢} + سـ ص + ص^{٢} = ٧

فإن : سـ − ص = …………

(أ) ٢ (ب) ٧ (جـ) ١٤ (د) −٢

٣ إذا كان : سـ^{٣} + ص^{٣} = ٢٨ ، سـ + ص = ٢

فإن : سـ^{٢} − سـ ص + ص^{٢} = …………

(أ) ٢٨ (ب) ١٤ (جـ) ٢ (د) ٧

٤ إذا كان : ص^{٣} − أ = (ص − ٢) (ص^{٢} + ٢ ص + ٤) فإن : أ = …………

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) −٨

٥ إذا كان : سـ^{٣} − ٨ = (سـ + أ) (سـ^{٢} + ٢ سـ + ٤) فإن : أ = …………

(أ) ٤ (ب) −٤ (جـ) ٢ (د) −٢

٦ إذا كان : سـ^{٣} + ٢٧ = (سـ + ٣) (سـ^{٢} + ك + ٩) فإن : ك = …………

(أ) −٦ سـ (ب) −٣ سـ (جـ) ٣ سـ (د) ٦ سـ

٧ إذا كان : سـ^{٣} − ك^{٣} = (سـ − ك) (سـ^{٢} + ٤ سـ + ك^{٢}) فإن : ك = …………

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ١٦ (د) ٦٤

٨ (سـ − ص) (سـ + ص) (سـ^{٤} + سـ^{٢} ص^{٢} + ص^{٤}) = …………

(أ) سـ^{٣} − ص^{٣} (ب) سـ^{٣} + ص^{٣}

(جـ) سـ^{٦} − ص^{٦} (د) سـ^{٦} + ص^{٦}

٤ أكمل كلًا مما يأتى لتحصل على عبارة صحيحة :

١ سـ^{٣} − ١ = (سـ − ١) (……………………)

٢ ٨ أ^{٣} + ١٢٥ = (………… + …………) (٤ أ^{٢} − ١٠ أ + …………)

٣ سـ^{١٢} + ص^{١٥} = (………… + …………) (………… − ………… + …………)

٤ $٨ أ^٣ - ....$ = (........... - ....) (........... + ... + ٩)

٥ إذا كان : س - ٣ أحد عاملى المقدار $س^٣ - ٢٧$ فإن العامل الآخر هو ....

٦ إذا كان : $٤ أ^٢ - ٢ أ + ١$ أحد عاملى المقدار $٨ أ^٣ + ١$ فإن العامل الآخر هو ....

٥ إذا كان : $س^٢ - ص^٢ = ٢٠$ ، س - ص = ٢ ، $س^٢ - س ص + ص^٢ = ٢٨$

فأوجد قيمة : $س^٣ + ص^٣$

٦ حلل كلاً مما يأتى :

١ $(س + ٥)^٣ - ١٢٥$

٢ $(م - ٢ ن)^٣ - ٨ ن^٣$

٣ $٢ - ٢ (س - ١)^٣$

٤ $(س + ٥)^٣ + (س - ٥)^٣$

٥ $(س + ص)^٣ - (س - ص)^٣$

٦ $(م - ن) + (م - ن)^٤$

٧ $(س^٣ - ٢) (س^٣ + ٢) - ٤$

٨ $(س - ٣) (س^٢ + ٣ س + ٩) + ٢٨$

٧ حلل كلاً مما يأتى :

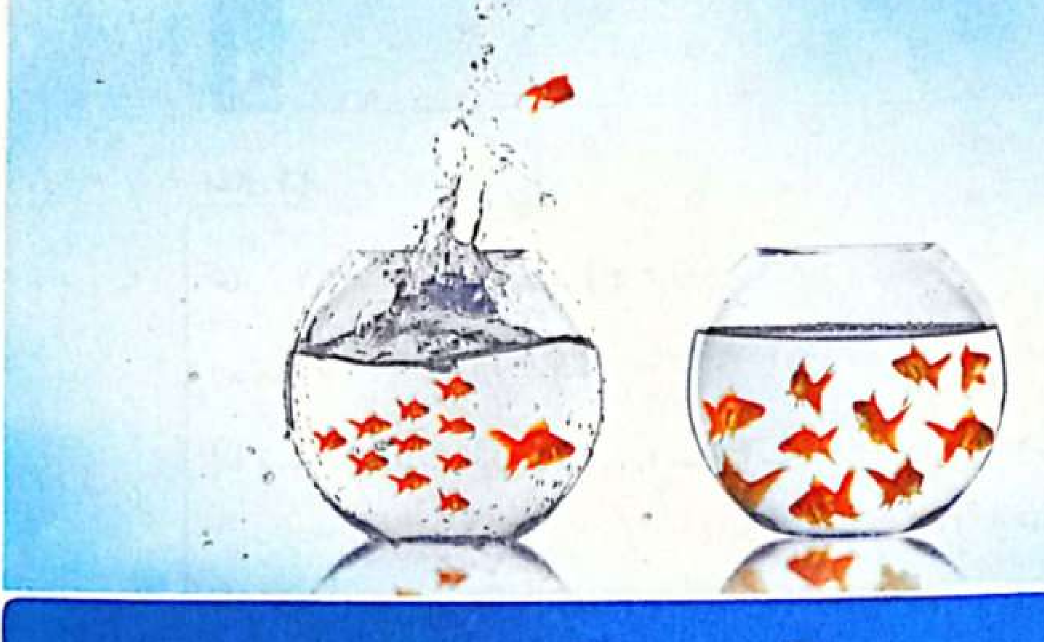
١ $م^٦ - ٣ م^٣ + ٢$

٢ $س^٦ - ٧ س^٣ - ٨$

للمتفوقين

٨ حلل تحليلاً كاملاً : $(س + ٥)^٤ - س - ٥$

٩ إذا كان : س ص = ٢ ، س - ص = ١ فأوجد قيمة : $س^٣ - ص^٣$



الدرس

6

التحليل بالتقسيم

يمكن تحليل المقدار الجبرى المكون من أربعة حدود باستخدام إحدى الطريقتين الآتيتين :

الطريقة الأولى

يُقسم المقدار الجبرى المكون من أربعة حدود إلى مقدارين كل منهما يتكون من حدين بحيث نستطيع إيجاد عامل مشترك بينهما كما فى الأمثلة التالية.

مثال ١

حلل : أ س + أ ص + ب س + ب ص

الحل

أ س + أ ص + ب س + ب ص = (أ س + أ ص) + (ب س + ب ص) (الدمج)

= أ (س + ص) + ب (س + ص)

= (س + ص) (أ + ب)

حل آخر :

أ س + أ ص + ب س + ب ص = (أ س + ب س) + (أ ص + ب ص) (الإبدال والدمج)

= س (أ + ب) + ص (أ + ب)

= (أ + ب) (س + ص)

مثال ٢

حلل : $٢أ^{٢} - ٢ب + أب - ٤أ$

الحل

إذا قسَّمت المقدار كما يلى : $٢أ^{٢} - ٢ب + أب - ٤أ = (٢أ^{٢} - ٢ب) + (أب - ٤أ$

$= ٢(أ^{٢} - ب) + أ(ب - ٤)$

فإنك تلاحظ عدم وجود عامل مشترك بين : $٢(أ^{٢} - ب)$ ، $أ(ب - ٤)$

لذلك حاول التقسيم مرة أخرى وليكن كما يلى :

$٢أ^{٢} - ٢ب + أب - ٤أ = (٢أ^{٢} + أب) + (-٢ب - ٤أ)$ (الإبدال والدمج)

$= أ(٢أ + ب) - ٢(ب + ٢أ)$

$= أ(٢أ + ب) - ٢(٢أ + ب)$

لاحظ أن: $ب + ٢أ = ٢أ +$

لاحظ أننا حصلنا من هذا التقسيم على عامل مشترك هو : $(٢أ + ب)$ لذلك نكمل ال

بإخراج العامل المشترك فيكون : $٢أ^{٢} - ٢ب + أب - ٤أ = (٢أ + ب)(أ - ٢)$

بالتدريب سوف لا تجد صعوبة فى اختيار التقسيم المناسب من البداية.

مثال ٣

حلل : ١ $س^{٣} - ٣س^{٢} + ٢٧ - ٩س$ ٢ $س^{٢} - ٤ص^{٢} - ٥س + ١٠ص$

الحل

١ $س^{٣} - ٣س^{٢} + ٢٧ - ٩س = (س^{٣} - ٣س^{٢}) + (٢٧ - ٩س)$

$= س^{٢}(س - ٣) + ٩(٣ - س)$ «لاحظ أن : $٣ - س = -(س - ٣)$»

$= س^{٢}(س - ٣) - ٩(س - ٣)$

$= (س - ٣)(س^{٢} - ٩)$ «لاحظ أن : $س^{٢} - ٩$ يحلل كفرق بين مربعين»

$= (س - ٣)(س - ٣)(س + ٣) = (س - ٣)^{٢}(س + ٣)$

حل آخر :

$س^3 - 3 س^2 + 27 - 9 س = (س^3 + 27) + (-3 س^2 - 9 س)$

$= (س + 3) (س^2 - 3 س + 9) - 3 س (س + 3)$

$= (س + 3) (س^2 - 3 س + 9 - 3 س)$

$= (س + 3) (س^2 - 6 س + 9)$ «لاحظ أن : $س^2 - 6 س + 9$ يحلل كمقدار ثلاثي مربع كامل»

$= (س + 3) (س - 3)^2$

2 $س^2 - 4 ص^2 - 5 س + 10 ص = (س^2 - 4 ص^2) + (- 5 س + 10 ص)$

$= (س - 2 ص) (س + 2 ص) - 5 (س - 2 ص) = (س - 2 ص) (س + 2 ص - 5)$

مثال 4

حلل : $12 س^3 - 8 س^2 + 18 س^2 ص - 12 س ص$

الحل

لاحظ أن 2 س عامل مشترك بين حدود المقدار لذلك ابدأ أولاً بإخراج العامل المشترك ثم قسِّم المقدار كما يلى :

$12 س^3 - 8 س^2 + 18 س^2 ص - 12 س ص$

$= 2 س [6 س^2 - 4 س + 9 س ص - 6 ص]$ «إخراج ع.م.أ»

$= 2 س [(6 س^2 - 4 س) + (9 س ص - 6 ص)]$

$= 2 س [2 س (3 س - 2) + 3 ص (3 س - 2)] = 2 س (3 س - 2) (2 س + 3 ص)$

حاول بنفسك 1

حلل : **1** $5 ب + س أ + 5 أ + س ب$

2 $س^3 - س^2 - 9 س + 9$

3 $س^2 - ص^2 + 5 س - 5 ص$

الطريقة الثانية

يُقسم فيها المقدار الجبرى المكون من أربعة حدود إلى مقدار ثلاثى (ويجب أن يكون مربعًا كاملًا) والحد الرابع يجب أيضًا أن يكون مربعًا كاملًا ، بحيث يمكن تحليل المقدار الأصلى كفرق بين مربعين ، والمثال التالى يوضح ذلك.

مثال ٥

حلل كلًا مما يأتى :

١ $س^{٢} - ١٠ س ص + ٢٥ ص^{٢} - ٣٦$

٢ $س^{٢} + ٩ ص^{٢} - ٢٥ + ٦ س ص$

الحــل

١ $س^{٢} - ١٠ س ص + ٢٥ ص^{٢} - ٣٦ = (س^{٢} - ١٠ س ص + ٢٥ ص^{٢}) - ٣٦$

$= (س - ٥ ص)^{٢} - (٦)^{٢}$

$= (س - ٥ ص - ٦) (س - ٥ ص + ٦)$

٢ $س^{٢} + ٩ ص^{٢} - ٢٥ + ٦ س ص = (س^{٢} + ٦ س ص + ٩ ص^{٢}) - ٢٥$

$= (س + ٣ ص)^{٢} - (٥)^{٢}$

$= (س + ٣ ص - ٥) (س + ٣ ص + ٥)$

حاول بنفسك ٢

حلل : ١ $س^{٢} - ٢ س ص + ص^{٢} - ح^{٢}$ ٢ $١٦ س^{٢} - أ^{٢} + ٦ أ ب - ٩ ب^{٢}$



تمارين 6

على التحليل بالتقسيم



أسئلة كتاب الوزارة

١ حلل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً :

١) أ س + ب س + أ ص + ب ص
٢) أ ب − ب د + أ هـ − د هـ
٣) أ س + ص س + ص + أ
٤) أ م − أ ن + م − ن
٥) أ س − جـ ص − جـ س + أ ص
٦) م س − م ص − ن س + ن ص
٧) س ص + ٥ ص + ٧ س + ٣٥
٨) ٧ س − ٢٨ + أ س − ٤ أ
٩) ٥ ل − ١٠ م − أ ل + ٢ أ م
١٠) ٣ أ س − أ − ٦ ب س + ٢ ب

٢ حلل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً :

١) جـ^{2} + جـ د + د هـ + جـ هـ
٢) ٦ م^{2} − ن + ٢ م − ٣ م ن
٣) ٨ م ن − ٢ م^{2} + ١٢ ن ل − ٣ م ل
٤) س^{2} − ٢ س ع − ٢ س ص + ٤ ص ع
٥) أ^{2} + ٢ أ ب + ب^{2} − جـ^{2}
٦) ٢٥ س^{2} − ١٠ س + ١ − ص^{2}
٧) ١ − س^{2} − ٤ س ص − ٤ ص^{2}
٨) س^{2} − ص^{2} + ٤ س + ٤ ص
٩) س^{2} − ٥ س − ٤ ص^{2} + ١٠ ص
١٠) ٩ س^{2} − ٤ أ^{2} + ص^{2} + ٦ س ص
١١) ٢ س^{2} ص − س ص^{2} + ٢ أ س − أ ص
١٢) أ ب س^{2} + ب س − أ س − ١

٣ حلل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً :

١) أ^{3} + أ^{2} + أ + ١
٢) س^{3} − ٣ س^{2} + ٦ س − ١٨
٣) أ^{3} + ب^{3} − أ − ب
٤) س^{3} + ٢ س^{2} − س − ٢
٥) أ^{3} − ٩ أ + أ^{2} − ٩
٦) ٣ س^{3} + ٢ س^{2} + ١٢ س + ٨
٧) ص^{3} + ٦ ص^{2} + ١٢ ص + ٨
٨) أ^{4} − ٣ أ^{3} − ١٥ أ + ٥ أ^{2}
٩) أ^{5} − ٢ أ^{3} + أ^{2} − ٢
١٠) س^{2} ص^{3} + ٨ س^{2} − ص^{3} − ٨

٤ حلل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً :

١) س^{٥} − س^{٣} − س^{٢} + ١

٢) ٤ م^{٤} − ٩ م^{٢} + ٦ م − ١

٣) ١٢١ س^{٤} − ١٠٠ س^{٢} − ٢٠ س − ١

للمتفوقين

٥ حلل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً :

١) ٢ س^{٣} (س + ٣) − ١٨ س^{٢} − ٥٤ س

٢) أ (أ + ٤ ب) + ٤ ب^{٢} − ٩

٣) أ^{٢} (ب − ٥) − ٧ أ (ب − ٥) − ١٨ ب + ٩٠

٦ حلل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً :

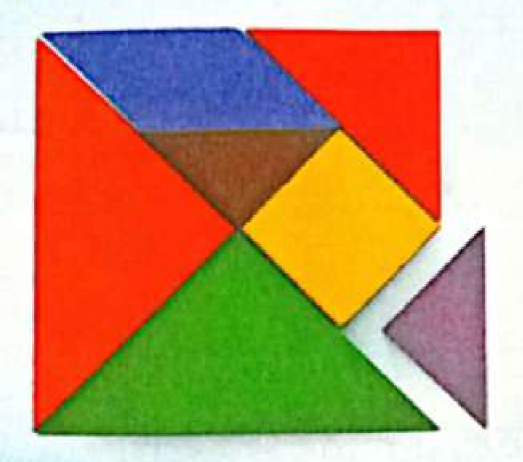
١) س^{٢} − ٤ س ص + س − ٢ ص + ٤ ص^{٢}

٢) ٣ س^{٢} − ١٥ س − ٧٢ − س ص + ٨ ص

٣) أ^{٣} + أ − ٢

٤) أ^{٣} + أ^{٢} + ٤





الدرس

7

التحليل بإكمال المربع

* نعلم أن المقدار الثلاثى المربع الكامل يتميز بما يلى :

1. الحد الأول : مربع كامل.
2. الحد الثالث : مربع كامل.
3. الحد الأوسط = ± ٢ × $\sqrt{\text{الحد الأول}}$ × $\sqrt{\text{الحد الثالث}}$

ويتم تحليله على الصورة : $\left(\sqrt{\text{الحد الأول}} \pm \sqrt{\text{الحد الثالث}}\right)^{٢}$

* وتوجد بعض المقادير التى هى ليست مربعات كاملة ولكن يمكن إكمالها لتُكتب على الصورة :

مقدار ثلاثى مربع كامل – مربع كامل

ثم نقوم بتحليلها عن طريق تحليل الفرق بين مربعين.

وهذه الطريقة تُسمى التحليل بإكمال المربع.

* والمقادير التى نحتاج فى تحليلها إلى استخدام هذه الطريقة تشتمل على حدين على الأقل كل منهما مربع كامل وأس الرمز فى كل من هذين الحدين (إن وجد) ٤ أو مضاعفاتها.

طريقة التحليل بإكمال المربع

1. نُضيف إلى المقدار المعطى ضعف حاصل ضرب جذرى الحدين المربعين ثم نطرحه حتى لا يتغير المقدار.
2. باستخدام الإبدال والدمج نعيد ترتيب حدود المقدار حتى نصل إلى الصورة :

مقدار ثلاثى مربع كامل − مربع كامل

3. نحلل المقدار الناتج كفرق بين مربعين.
4. إن أمكن نحلل المقادير الناتجة حتى يكون التحليل كاملاً.

والأمثلة التالية توضح الخطوات السابقة.

مثال 1

حلل كلاً من المقدارين الآتيين : **1** $٤ س^{٤} + ص^{٤}$ **2** $س^{٨} - ١٦$

الحـــل

1 أضف إلى المقدار المعطى : $٢ \times \sqrt{٤ س^{٤}} \times \sqrt{ص^{٤}}$ أى $٤ س^{٢} ص^{٢}$

ثم اطرحه حتى لا يتغير المقدار المعطى

$\therefore ٤ س^{٤} + ص^{٤} = ٤ س^{٤} + ص^{٤} + (٤ س^{٢} ص^{٢} - ٤ س^{٢} ص^{٢})$

$= (٤ س^{٤} + ٤ س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤}) - ٤ س^{٢} ص^{٢}$ (الإبدال والدمج)

مقدار ثلاثى مربع كامل − مربع كامل

$= (٢ س^{٢} + ص^{٢})^{٢} - (٢ س ص)^{٢}$

$= (٢ س^{٢} + ص^{٢} - ٢ س ص)(٢ س^{٢} + ص^{٢} + ٢ س ص)$ (تحليل فرق بين مربعين)

2 $\because س^{٨} - ١٦ = (س^{٤} - ٤)(س^{٤} + ٤)$ (تحليل فرق بين مربعين)

، $\because (س^{٤} - ٤)$ يمكن تحليله كفرق بين مربعين كالتالى :

$س^{٤} - ٤ = (س^{٢} - ٢)(س^{٢} + ٢)$

، ∵ $(س^٤ + ٤)$ يمكن تحليله بإكمال المربع كالتالى :

أضف : $٢ \times \sqrt{س^٤} \times \sqrt{٤}$ أى $٤ س^٢$ ثم اطرحه

∴ $س^٤ + ٤ = س^٤ + ٤ + ٤ س^٢ - ٤ س^٢$

$= (س^٤ + ٤ س^٢ + ٤) - ٤ س^٢$ (الإبدال والدمج)

مقدار ثلاثى مربع كامل - مربع كامل

$= (س^٢ + ٢)^٢ - (٢ س)^٢$

$= (س^٢ + ٢ - ٢ س)(س^٢ + ٢ + ٢ س)$ (تحليل فرق بين مربعين)(٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) :

∴ $س^٨ - ١٦ = (س^٢ - ٢)(س^٢ + ٢)(س^٢ - ٢ س + ٢)(س^٢ + ٢ س + ٢)$

مثال ٢

حلل كلاً مما يأتى :

١ $س^٤ + س^٢ ص^٢ + ص^٤$

٢ $س^٤ - ١٩ س^٢ ص^٢ + ٩ ص^٤$

٣ $٢٧ س^٤ - ٣٠ س^٢ ص^٢ + ٣ ص^٤$

الحـــل

١ نضيف $٢ \times \sqrt{س^٤} \times \sqrt{ص^٤}$ أى $٢ س^٢ ص^٢$ ثم نطرحه

∴ $س^٤ + س^٢ ص^٢ + ص^٤$

$= س^٤ + س^٢ ص^٢ + ص^٤ + ٢ س^٢ ص^٢ - ٢ س^٢ ص^٢$

$= (س^٤ + ٢ س^٢ ص^٢ + ص^٤) + (س^٢ ص^٢ - ٢ س^٢ ص^٢)$ (الإبدال والدمج)

$= س^٤ + ٢ س^٢ ص^٢ + ص^٤ - س^٢ ص^٢$

مقدار ثلاثى مربع كامل - مربع كامل

$= (س^٢ + ص^٢)^٢ - (س ص)^٢$

$= (س^٢ + ص^٢ - س ص)\ (س^٢ + ص^٢ + س ص)$

٢ أضف $٢ \times \sqrt{س^٤} \times \sqrt{٩ ص^٤}$ أى $٦ س^٢ ص^٢$ ثم اطرحه

$\therefore س^٤ - ١٩ س^٢ ص^٢ + ٩ ص^٤$

$= س^٤ - ١٩ س^٢ ص^٢ + ٩ ص^٤ + ٦ س^٢ ص^٢ - ٦ س^٢ ص^٢$

$= (س^٤ + ٦ س^٢ ص^٢ + ٩ ص^٤) + (-١٩ س^٢ ص^٢ - ٦ س^٢ ص^٢)$

$= (س^٤ + ٦ س^٢ ص^٢ + ٩ ص^٤) - ٢٥ س^٢ ص^٢$

مقدار ثلاثى مربع كامل − مربع كامل

$= (س^٢ + ٣ ص^٢)^٢ - (٥ س ص)^٢$

$= (س^٢ + ٣ ص^٢ - ٥ س ص)\ (س^٢ + ٣ ص^٢ + ٥ س ص)$

٣ $\because ٢٧ س^٤ - ٣٠ س^٢ ص^٢ + ٣ ص^٤ = ٣\ (٩ س^٤ - ١٠ س^٢ ص^٢ + ص^٤)$

، المقدار : $٩ س^٤ - ١٠ س^٢ ص^٢ + ص^٤$ يمكن تحليله بإكمال المربع كالتالى :

أضف $٢ \times \sqrt{٩ س^٤} \times \sqrt{ص^٤}$ أى $٦ س^٢ ص^٢$ ثم اطرحه

$\therefore ٩ س^٤ - ١٠ س^٢ ص^٢ + ص^٤$

$= ٩ س^٤ - ١٠ س^٢ ص^٢ + ص^٤ + ٦ س^٢ ص^٢ - ٦ س^٢ ص^٢$

$= (٩ س^٤ + ٦ س^٢ ص^٢ + ص^٤) + (-١٠ س^٢ ص^٢ - ٦ س^٢ ص^٢)$

$= (٩ س^٤ + ٦ س^٢ ص^٢ + ص^٤) - ١٦ س^٢ ص^٢$

مقدار ثلاثى مربع كامل − مربع كامل

$= (3س^2 + ص^2)^2 - (4 س ص)^2$

$= (3س^2 + ص^2 - 4 س ص)(3س^2 + ص^2 + 4 س ص)$

$= (3س^2 - 4 س ص + ص^2)(3س^2 + 4 س ص + ص^2)$

$= (3 س - ص)(س - ص)(3 س + ص)(س + ص)$

$\therefore 27 س^4 - 30 س^2 ص^2 + 3 ص^4$

$= 3 (3 س - ص)(س - ص)(3 س + ص)(س + ص)$

حل آخر :

$27 س^4 - 30 س^2 ص^2 + 3 ص^4$

$= 3 (9 س^4 - 10 س^2 ص^2 + ص^4)$

$= 3 (9 س^2 - ص^2)(س^2 - ص^2)$

$= 3 (3 س - ص)(3 س + ص)(س - ص)(س + ص)$

$(9 س^2 - ص^2)$

$(س^2 - ص^2)$

حاول بنفسك

حلل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً :

1. $4 س^4 + 1$
2. $س^4 + 64 ص^4$
3. $36 س^4 + 51 س^2 + 25$

$(2 س^2 + 2 س + 1)(2 س^2 - 2 س + 1)$ ①

$(س^2 + 8 ص^2 + 4 س ص)(س^2 + 8 ص^2 - 4 س ص)$ ②

$(6 س^2 + 5 + 3 س)(6 س^2 + 5 - 3 س)$ ③



تمارين 7

على التحليل بإكمال المربع

📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ حلل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً :

١) $س^{٤} + ٤$

٢) $س^{٤} + ٦٤$

٣) 📖 $س^{٤} + ٤ ص^{٤}$

٤) $س^{٤} + ٦٤ ص^{٤}$

٥) 📖 $أ^{٤} + ٢٥٠٠ ب^{٤}$

٦) 📖 $٨١ س^{٤} + ٤ ع^{٤}$

٧) 📖 $٤ س^{٤} + ٦٢٥ ع^{٤}$

٨) $٦٤ س^{٤} + ٨١ ص^{٤}$

٩) $١٢ س^{٤} + ٣ ص^{٤}$

١٠) 📖 $٨ س^{٤} ص^{٢} + ١٦٢ ع^{٤} ص^{٢}$

٢ حلل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً :

١) $٩ س^{٤} + ٢ س^{٢} + ١$

٢) $س^{٤} - ٢٨ س^{٢} + ١٦$

٣) 📖 $س^{٤} + ٩ س^{٢} + ٨١$

٤) 📖 $٩ س^{٤} - ٢٥ س^{٢} + ١٦$

٥) $س^{٤} + ٣ س^{٢} ص^{٢} + ٤ ص^{٤}$

٦) 📖 $م^{٤} - ١١ م^{٢} ن^{٢} + ن^{٤}$

٧) 📖 $س^{٤} + س^{٢} ص^{٢} + ٢٥ ص^{٤}$

٨) 📖 $أ^{٤} + ٤ أ^{٢} ب^{٢} + ١٦ ب^{٤}$

٩) $س^{٤} + ص^{٤} - ٧ س^{٢} ص^{٢}$

١٠) 📖 $١٦ س^{٤} - ٢٨ س^{٢} ص^{٢} + ٩ ص^{٤}$

١١) 📖 $٤ س^{٤} + ٢٥ ص^{٤} - ٢٩ س^{٢} ص^{٢}$

١٢) 📖 $٣ م^{٤} + ٣ ن^{٤} - ٥٤ م^{٢} ن^{٢}$

١٣) $٥٠ س^{٤} + ١٨ ص^{٤} - ٦٨ س^{٢} ص^{٢}$

١٤) $١٨ أ ب^{٤} - ١١٤ ب^{٢} حـ^{٢} أ + ١٢٨ أ حـ^{٤}$

٣ حلل كلاً مما يأتى تحليلاً كاملاً :

١ $س^{٢} (٩ س^{٢} - ١٠ ص^{٢}) + ص^{٤}$

٢ $س^{٢} (س^{٢} - ١٩ ص^{٢}) + ٢٥ ص^{٤}$

٣ $٤ س^{٢} (٤ س^{٢} - ٧ ص^{٢}) + ص^{٤}$

٤ $٤ أ^{٢} (أ^{٢} - ٦ ب^{٢}) + ٩ ب^{٤}$



للمتفوقين

٤ حلل كلاً مما يأتى تحليلاً كاملاً :

١ $س^{٨} - ١٦ ص^{٨}$

٢ $س^{٨} - ٢١ س^{٤} - ١٠٠$

٣ $س^{٨} - ٥ س^{٤} ص^{٤} - ٣٦ ص^{٨}$

٤ $٨١ س^{٨} - ١٧ س^{٤} ص^{٤} - ٦٤ ص^{٨}$

ملخص حالات تحليل المقدار الجبرى

لتحليل أى مقدار جبرى نتبع الآتى :

١ نخرج العامل المشترك الأعلى بين حدود المقدار (إن وجد).

٢ إذا كان المقدار الجبرى مكونًا من حدين فقط فإن التحليل يكون فرقًا بين مربعين أو فرقًا بين مكعبين أو مجموع مكعبين أو بإكمال المربع.

- فرق بين مربعين : $س^٢ - ص^٢ = (س - ص)(س + ص)$
- فرق بين مكعبين : $س^٣ \ominus ص^٣ = (س - ص)(س^٢ \oplus س ص + ص^٢)$
- مجموع مكعبين : $س^٣ \oplus ص^٣ = (س + ص)(س^٢ \ominus س ص + ص^٢)$

٣ إذا كان المقدار الجبرى مكونًا من ثلاثة حدود فإنه يتم ترتيب حدود المقدار تنازليًا أو تصاعديًا حسب قوى أى رمز فيه ويفضل تنازليًا ، وتوجد حالتان :

أولاً : المقدار الثلاثى مربع كامل إذا كان :

$$\text{الحد الأوسط} = \pm ٢ \times \sqrt{\text{الحد الأول}} \times \sqrt{\text{الحد الثالث}}$$

وفى هذه الحالة يُحلل المقدار كالتالى :

$$\left(\sqrt{\text{الحد الأول}} \; \boxed{\text{إشارة الحد الأوسط}} \; \sqrt{\text{الحد الثالث}}\right)^٢$$

ثانيًا : المقدار الثلاثى ليس مربعًا كاملاً :

وفى هذه الحالة يتم تحليله كمقدار ثلاثى بطريقة المقص أو بإكمال المربع.

٤ إذا كان المقدار الجبرى مكونًا من أربعة حدود فإننا نستخدم طريقة التحليل بالتقسيم ويتم التقسيم تبعًا لكل مسألة.

ملاحظة

لا بد من الاستمرار فى التحليل حتى يكون التحليل تامًا.



تمرين عام
على تحليل المقادير الجبرية

حلل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً :

١) ٢٥ س^{٢} − ٩ ص^{٢}

٢) ٢ س^{٥} + ٥٤ س^{٢}

٣) ٢ ص^{٢} + ٥ ص + ٢

٤) ٢ س^{٤} − ١٨

٥) ٢ س^{٢} − ٢٠ س + ٤٨

٦) س^{٢} + ٨ س + ١٦

٧) ٨ س^{٣} + ٢٧

٨) ص^{٢} − ٥٠ ص − ٥١

٩) ٢٥ س^{٢} − ٣٠ س + ٩

١٠) س^{٢} − ٨١

١١) ص^{٥} − ص

١٢) ٣ س^{٢} + ٧ س − ٦

١٣) س^{٢} − ٨ س + ١٢

١٤) ٣ س^{٣} + ٢ س^{٢} + ١٢ س + ٨

١٥) س^{٣} − ١٢٥

١٦) ٤ س^{٢} − ١٢ س + ٩

١٧) أ^{٣} + ٣ أ^{٢} − ٩ أ − ٢٧

١٨) (س + ٢)^{٣} − ٤ س − ٨

١٩) −٢ س^{٢} − ١٥ س − ٧

٢٠) س^{٢} − ٧ س + ١٠

٢١) ٤ س^{٤} + ص^{٤}

٢٢) ٩ س^{٤} − ١٦ ص^{٤}

٢٣) س^{٤} − ٩ س^{٢} + ٢٠

٢٤) ١ − ٤ س^{٢}

٢٥) أ^{٦} − ٦٢٥ ب^{٦}

٢٦) (س + ص)^{٣} − س^{٣}

٢٧) ٤٩ س^{٢} + ٧٠ س ص^{٢} + ٢٥ ص^{٤}

٢٨) ٥ س^{٢} − ٣ س − ٢

٢٩) س^{٤} − ١١ س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤}

٣٠) ٣ س^{٤} − ١٥ س^{٣} + ١٢ س^{٢}

٣١) ٣ س^{٢} − ١٩ س + ٦

٣٢) ٤ س^{٢} + ٢٨ س ص + ٤٩ ص^{٢}

٣٣) س^{٦} − ٦٤ ص^{٦}

٣٤) ٢ ص^{٤} − ٤ ص^{٣} + ٧ ص − ١٤

٣٥) ١٥ أ^{٤} − ٢١ ب^{٢} − ٦ أ^{٢} ب

٣٦) ٦ س^{٢} + ص (٢ ص − ٧ س)

٣٧) ٦٤ س^{٤} + ص^{٤}

٣٨) س^{٤} − ٥ س^{٢} − ٢٤

٣٩) ٢٠ س^{٤} + ٤٠ س^{٢} ص^{٢} + ٤٥ ص^{٤}

٤٠) ٩ س^{٤} − ١٣ س^{٢} ص^{٢} + ٤ ص^{٤}



الدرس

8

حل المعادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد جبريًا



تذكر أن

- المعادلة هى جملة رياضية تحتوى على متغير واحد (أو أكثر) وتتضمن علاقة التساوى.
- درجة المعادلة هى أعلى درجة حد جبرى تحتوى عليه المعادلة.

فمثلًا : * $٥ س + ٢ = ٧$ ← معادلة من الدرجة الأولى فى متغير واحد س

* $س^٢ - ٥ س - ٦ = ٠$ ← معادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد س

* $٢ س + ٣ ص = ٧$ ← معادلة من الدرجة الأولى فى متغيرين س ، ص

- حل المعادلة هو إيجاد قيم المتغير (المجهول) التى تحقق المعادلة ، وكل منها يُسمى «جذرًا للمعادلة».

تعريف

أى معادلة يمكن وضعها على الصورة : $أ س^٢ + ب س + حـ = ٠ ، أ \neq ٠$.
هى معادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد وتُسمى «**معادلة تربيعية**».

فمثلًا : • $س^٢ + ٤ س - ١٢ = ٠$ معادلة تربيعية فى س

• $٢ ص^٢ + ٥ ص = ١٠$ معادلة تربيعية فى ص

• $- ٤ ب^٢ - ٩ = ٠$ معادلة تربيعية فى ب

لاحظ أن : كلًا من المعادلات السابقة هى معادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد.

حقيقة

إذا كان : أ ، ب عددين حقيقيين وكان : أ × ب = صفر فإن : أ = صفر أ، ب = صفر

فمثلًا :

• إذا كان : س (س - ٣) = ٠

فإن : س = ٠

أ، س - ٣ = ٠ ومنها س = ٣

• إذا كان : (س + ٢) (٣ س - ٥) = ٠

فإن : س + ٢ = ٠ ومنها س = -٢

أ، ٣ س - ٥ = ٠ ومنها ٣ س = ٥ أى س = $\frac{٥}{٣}$

حل المعادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد

لحل معادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد ، اتبع ما يلى :

1. ضع المعادلة على الصورة القياسية : $أ س^٢ + ب س + حـ = ٠$
2. حلل المقدار فى الطرف الأيمن إلى عاملين.
3. استخدم الحقيقة السابقة للحصول على جذرى المعادلة.
4. تأكد من الحل بالتعويض عن كل قيمة من قيمتى س فى المعادلة الأصلية.

فمثلًا : **لحل المعادلة : $س^٢ + ٤ س = ١٢$ فى ح نتبع الآتى :**

1. نضع المعادلة على الصورة القياسية : $أ س^٢ + ب س + حـ = ٠$

∴ $س^٢ + ٤ س = ١٢$ ∴ $س^٢ + ٤ س - ١٢ = ٠$

❷ نحلل المقدار فى الطرف الأيمن إلى عاملين :

(س − ٢) (س + ٦) = ٠ (تحليل المقدار الثلاثى)

❸ استخدم الحقيقة السابقة للحصول على جذرى المعادلة :

إما س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

أ، س + ٦ = ٠ ومنها س = −٦

❹ نتأكد من صحة الحل بالتعويض عن كل قيمة من قيمتى س فى المعادلة : $س^٢ + ٤ س = ١٢$

• عند س = ٢ : ∴ $س^٢ + ٤ س = ٢^٢ + ٤ \times ٢ = ٤ + ٨ = ١٢$

∴ س = ٢ حل صحيح للمعادلة ✓.

• عند س = −٦ : ∴ $س^٢ + ٤ س = (-٦)^٢ + ٤ \times (-٦) = ٣٦ - ٢٤ = ١٢$

∴ س = −٦ حل صحيح للمعادلة ✓.

مثال ❶

أوجد فى ح مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية :

١ $س^٢ - ٥ س - ٦ = ٠$

٢ $٢ س^٢ + ٧ س = ٠$

٣ $س^٢ - ٦ س = -٩$

٤ $(س + ٢)^٢ = ٢٥$

٥ $س^٢ + ٤ = ٠$

الحل

١ ∵ $س^٢ - ٥ س - ٦ = ٠$ ∴ (س − ٦) (س + ١) = ٠ (تحليل مقدار ثلاثى)

∴ إما س − ٦ = ٠ ومنها س = ٦

أ، س + ١ = ٠ ومنها س = −١

∴ مجموعة الحل = {٦ ، −١}

٢ ∵ ٢ $س^٢$ + ٧ س = ٠

∴ س (٢ س + ٧) = ٠ (تحليل بإخراج العامل المشترك)

∴ إما س = ٠

أ، ٢ س + ٧ = ٠ ومنها ٢ س = − ٧ أى س = $-\frac{٧}{٢}$

∴ مجموعة الحل = $\{٠ ، -\frac{٧}{٢}\}$

٣ ∵ $س^٢$ − ٦ س = −٩ ∴ $س^٢$ − ٦ س + ٩ = ٠

∴ $(س - ٣)^٢$ = ٠ (تحليل مقدار ثلاثى مربع كامل)

∴ س − ٣ = ٠ ومنها س = ٣ ∴ مجموعة الحل = {٣}

٤ ∵ $(س + ٢)^٢$ = ٢٥ ∴ $س^٢$ + ٤ س + ٤ = ٢٥

∴ $س^٢$ + ٤ س − ٢١ = ٠

∴ (س + ٧) (س − ٣) = ٠ (تحليل مقدار ثلاثى)

∴ إما س + ٧ = ٠ ومنها س = −٧

أ، س − ٣ = ٠ ومنها س = ٣ ∴ مجموعة الحل = {−٧ ، ٣}

حل آخر :

∵ $(س + ٢)^٢$ = ٢٥ ∴ $(س + ٢)^٢$ − ٢٥ = ٠

وبتحليل فرق بين مربعين : ∴ (س + ٢ + ٥) (س + ٢ − ٥) = ٠

∴ (س + ٧) (س − ٣) = ٠ ∴ س = −٧ أ، س = ٣

∴ مجموعة الحل = {−٧ ، ٣}

حل آخر :

∵ $(س + ٢)^٢$ = ٢٥ ∴ س + ٢ = ± $\sqrt{٢٥}$

∴ س + ٢ = ± ٥ ∴ إما س + ٢ = ٥ ومنها س = ٣

أ، س + ٢ = −٥ ومنها س = −٧ ∴ مجموعة الحل = {٣ ، −٧}

٥ المعادلة : $س^٢ + ٤ = ٠$ (أو $س^٢ = -٤$)
ليس لها حل فى ح لأنه لا يوجد عدد حقيقى مربعه عدد سالب
∴ مجموعة الحل = $\varnothing$

ملاحظة
لاحظ من المثال السابق أن المعادلة التربيعية يكون لها حلان (جذران) على الأكثر.

مثال ٢

أوجد فى ح مجموعة الحل لكل من المعادلتين الآتيتين :

١ $(س - ٣)(س + ٥) = ٢٠$

٢ $س - \frac{٢}{س} = \frac{٧}{٢}$

الحل

١ ∵ $(س - ٣)(س + ٥) = ٢٠$
∴ $س^٢ + ٢س - ١٥ = ٢٠$
∴ $س^٢ + ٢س - ٣٥ = ٠$
∴ $(س - ٥)(س + ٧) = ٠$
∴ إما $س - ٥ = ٠$ ومنها $س = ٥$
أ، $س + ٧ = ٠$ ومنها $س = -٧$
∴ مجموعة الحل = $\{٥ ، -٧\}$

٢ بضرب طرفى المعادلة فى ٢س وهو المضاعف المشترك الأصغر للمقامات
∴ $س \times ٢س - \frac{٢}{س} \times ٢س = \frac{٧}{٢} \times ٢س$
∴ $٢س^٢ - ٤ = ٧س$
∴ $٢س^٢ - ٧س - ٤ = ٠$
∴ $(٢س + ١)(س - ٤) = ٠$
∴ إما $٢س + ١ = ٠$ ومنها $٢س = -١$ أى $س = \frac{-١}{٢}$
أ، $س - ٤ = ٠$ ومنها $س = ٤$
∴ مجموعة الحل = $\{\frac{-١}{٢} ، ٤\}$

(٢س + ١)
(س - ٤)

حاول بنفسك ١

أوجد مجموعة الحل فى ح لكل مما يأتى :

١ $س^٢ - ٥ س = ٠$ ٢ $٤ س^٢ = ٢٥$ ٣ $س (س - ١) = ٦$

ملاحظة

من الممكن فى بعض الحالات الحصول على معادلة تربيعية من تحليل معادلة من الدرجة الثالثة أو الرابعة فى متغير واحد ، وفى هذه الحالة يمكن حل المعادلة كما فى المثال التالى.

مثال ٣

أوجد فى ح مجموعة حل كل من المعادلتين الآتيتين :

١ $٢ س^٣ = ١٢ س$ ٢ $س^٤ - ١٠ س^٢ + ٩ = ٠$

الحل

١ ∵ $٢ س^٣ = ١٢ س$ ∴ $٣ س^٣ - ١٢ س = ٠$

∴ $٣ س (س^٢ - ٤) = ٠$ (تحليل بإخراج ع. م. أ)

∴ إما $٣ س = ٠$ ومنها $س = ٠$

أ، $س^٢ - ٤ = ٠$ أى $(س - ٢) (س + ٢) = ٠$ (تحليل فرق بين مربعين)

∴ إما $س - ٢ = ٠$ ومنها $س = ٢$

أ، $س + ٢ = ٠$ ومنها $س = -٢$

∴ مجموعة الحل = $\{٠ ، ٢ ، -٢\}$

لاحظ أن : المعادلة من الدرجة الثالثة يكون لها ثلاثة حلول على الأكثر فى ح

٢ ∵ $س^٤ - ١٠ س^٢ + ٩ = ٠$

∴ $(س^٢ - ١)(س^٢ - ٩) = ٠$ (تحليل مقدار ثلاثى)

∴ إما $س^٢ - ١ = ٠$ ، أ $س^٢ - ٩ = ٠$

∴ $(س - ١)(س + ١) = ٠$

∴ $س - ١ = ٠$ ومنها $س = ١$

أ، $س + ١ = ٠$ ومنها $س = -١$

∴ $(س - ٣)(س + ٣) = ٠$

∴ $س - ٣ = ٠$ ومنها $س = ٣$

أ، $س + ٣ = ٠$ ومنها $س = -٣$

∴ مجموعة الحل = $\{١ ، -١ ، ٣ ، -٣\}$

لاحظ أن : المعادلة من الدرجة الرابعة يكون لها أربعة حلول على الأكثر فى ع

حاول بنفسك ٢

أوجد مجموعة الحل فى ع لكل مما يأتى :

① $س^٣ - ٤ س = ٠$ ② $س^٤ - ١٣ س^٢ + ٣٦ = ٠$

إجابات حاول بنفسك

① م.ح = $\{٠ ، ٥\}$ ② م.ح = $\{-\frac{٥}{٢} ، \frac{٥}{٢}\}$ ② م.ح = $\{٢ ، -٢\}$

① م.ح = $\{٠ ، -٢ ، ٢\}$ ② م.ح = $\{-٢ ، ٢ ، -٣ ، ٣\}$



تمارين 8

على حل المعادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد جبريًا



📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ أوجد في ح مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية :

١ 📖 $س^{٢} - ٦ س = ٠$

٢ $س^{٢} - ١٦ = ٠$

٣ $٤ س^{٢} - ٢٥ = ٠$

٤ $س^{٢} + ٥ س + ٦ = ٠$

٥ 📖 $س^{٢} - ٨ س + ١٥ = ٠$

٦ $س^{٢} - س - ٢٠ = ٠$

٧ 📖 $٦ س^{٢} - ٧ س - ٣ = ٠$

٨ $٢ س^{٢} + ٧ س - ٤ = ٠$

٩ $س^{٢} + ٤ س + ٤ = ٠$

١٠ $٩ س^{٢} - ٦ س + ١ = ٠$

٢ أوجد في ح مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية :

١ $س^{٢} = س$

٢ $٤ س^{٢} = ٤٩$

٣ 📖 $س^{٢} + س = ٦$

٤ $س^{٢} - ١٥ = ٢ س$

٥ $٢ س^{٢} - ١٠ س = -١٢$

٦ 📖 $٦ س^{٢} - س = ٢٢$

٧ 📖 $٥ س^{٢} + ١٢ س = ٤٤$

٨ 📖 $١٢ س^{٢} = ٤٧ س - ٤٥$

٩ $٥ (س^{٢} + ٣) = ٦٠$

١٠ $س (س - ٣) = ٥ س$

٣ أوجد في ح مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية :

١ $س (س - ٥) + ٦ = ٠$

٢ $س (س + ٣) = ١٠$

٣ 📖 $(س - ٣) (س + ١) = ٥$

٤ $٢ س (س - ٥) - ٤ (٥ - س) = ٠$

٥ 📖 $(س + ٣)^{٢} - ٤٩ = ٠$

٦ 📖 $(س - ١)^{٢} + س = ٣$

٧ $٢ (س + ٣)^{٢} + ٧ (س + ٣) = ٠$

٨ $(٢ س + ١)^{٢} = (٣ س - ١)^{٢}$

٩ 📖 $(٢ س - ١)^{٢} + (س - ١)^{٢} = ١٠$

١٠ 📖 $(س + ٣)^{٢} + ٣ (س + ٣) - ١٠ = ٠$

٤ أوجد فى ح مجموعة حل كل من المعادلات الآتية :

١ $٢ س^٢ - ٨ س = ٠$ | ٢ $٤ س^٣ = ٩ س$

٣ $س^٤ - ٥ س^٢ + ٤ = ٠$ | ٤ $س^٤ - ١٦ = ٠$

٥ أوجد فى ح مجموعة حل كل من المعادلات الآتية :

١ $ص^٢ - \frac{٧ ص}{٣} = -\frac{٤}{٣}$ | ٢ $س^٢ - \frac{٢ س + ٣}{٢} = \frac{٩}{٢}$

٣ $س + \frac{٢}{س} = ٣$ | ٤ $س - \frac{٥}{س} = \frac{١}{٢}$

٥ $\frac{س - ١}{٥} = \frac{٦}{س}$

٦ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموعة حل المعادلة : $س (س - ٢) = ٠$ فى ح هى ....

(أ) $\{٠\}$ (ب) $\{٠ ، -٢\}$ (جـ) $\{٠ ، ٢\}$ (د) $\{٢\}$

٢ مجموعة حل المعادلة : $٣ (س - ٢) (س + ٥) = ٠$ فى ح هى ....

(أ) $\{٠ ، ٢ ، -٥\}$ (ب) $\{٣ ، ٢ ، -٥\}$

(جـ) $\{٢ ، -٥\}$ (د) $\{-٢ ، ٥\}$

٣ مجموعة حل المعادلة : $س^٢ - ٤ = ٠$ فى ح هى ....

(أ) $\{٤\}$ (ب) $\{٤ ، -٤\}$ (جـ) $\{٢\}$ (د) $\{٢ ، -٢\}$

٤ مجموعة حل المعادلة : $س^٢ + ٢٥ = ٠$ فى ح هى ....

(أ) $\{٥\}$ (ب) $\{٥ ، -٥\}$ (جـ) $\{-٥\}$ (د) $\emptyset$

٥ مجموعة حل المعادلة : $(س - ٤)^٢ = ٠$ فى ح هى ....

(أ) $\{٤\}$ (ب) $\{٠ ، ٤\}$ (جـ) $\{٠ ، -٤\}$ (د) $\{-٤\}$

٦ مجموعة حل المعادلة : $س (س - ٣) = ٥ س$ فى ح هى ....

(أ) $\{٣\}$ (ب) $\{٠ ، ٣ ، ٥\}$ (جـ) $\{٣ ، ٥\}$ (د) $\{٠ ، ٨\}$

٧ مجموعة حل المعادلة : $\frac{٤}{س} = \frac{س}{٩}$ فى ح هى ....

(أ) {٤ ، ٩} (ب) {٦ ، -٦} (جـ) {٦} (د) {٣٦}

٨ المعادلة التى جذراها ٣ ، ٥ هى ....

(أ) ٥ $س^٢$ + ٨ س + ٣ = ٠ (ب) ٢ $س^٢$ + ٨ س − ١٥ = ٠

(جـ) $س^٢$ − ٨ س + ١٥ = ٠ (د) ٣ $س^٢$ + ٨ س + ٥ = ٠

٧ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : −٥ أحد جذرى المعادلة : $س^٢$ + ٢ س − ١٥ = ٠

فإن الجذر الآخر هو ....

٢ إذا كان : س = ٢ جذرًا للمعادلة : $س^٢$ − ٦ س + ك = ٠

فإن : ك = ... والجذر الآخر للمعادلة = ...

٣ إذا كان أحد جذرى المعادلة : ٢ $س^٢$ + ٨ س = ٠

هو جذر للمعادلة : $س^٢$ + ٥ س + أ = ٠ فإن : أ = ... أ، ....

٤ مجموعة حل المعادلة : س − $\frac{٢}{س} = \frac{٧}{٢}$ فى ح هى ....

٨ إذا كان : س + $\frac{١}{س}$ = ٢ فأوجد القيمة العددية للمقدار : $س^٢ + \frac{١}{س^٢}$

للمتفوقين

٩ إذا كان : $س^٢ + \frac{١}{س^٢}$ = ٣٤ فأوجد القيمة العددية للمقدار : س + $\frac{١}{س}$

١٠ أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة :

$$\frac{س (س - ٢)}{٦} - \frac{س (س + ١)}{٤} + \frac{٧ (س - ٣)}{٣} - ٢ = ٠$$



الدرس

9

تطبيقات على حل المعادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد جبريًا

لحل المسائل اللفظية فى الجبر نقوم بترجمة الجمل اللفظية إلى رموز ومقادير جبرية والجدول التالى يوضح بعض الأمثلة لذلك :

الجملة اللفظية	التعبير الجبرى
نصف عدد ما	$\frac{س}{٢}$ أو $\frac{١}{٢}$ س
ضعف عدد ما	٢ س
ثلاثة أمثال عدد ما	٣ س
مربع عدد ما	$س^{٢}$
ضعف مربع عدد ما	٢ $س^{٢}$
مربع ضعف عدد ما	$(٢ س)^{٢} = ٤ س^{٢}$
المعكوس الجمعى لعدد ما	- س
المعكوس الضربى لعدد ما (لا يساوى الصفر)	$\frac{١}{س}$
عددان أحدهما يزيد عن الآخر بمقدار ٥ أ، أحدهما يقل عن الآخر بمقدار ٥ أ، الفرق بينهما ٥	العدد الأول = س ، والعدد الثانى = س +
عددان مجموعهما ٥	العدد الأول = س ، والعدد الثانى = ٥ - س

الجملة اللفظية	التعبير الجبرى
عددان أحدهما أكبر من ضعف الآخر بمقدار ٥	العدد الأول = س ، والعدد الثانى = ٢ س + ٥
ثلاثة أعداد صحيحة متتالية	العدد الأول = س ، والعدد الثانى = س + ١ ، والعدد الثالث = س + ٢
ثلاثة أعداد زوجية (أو فردية) متتالية	العدد الأول = س ، والعدد الثانى = س + ٢ ، والعدد الثالث = س + ٤
عددان النسبة بينهما ٢ : ٣	العدد الأول = ٢ س ، والعدد الثانى = ٣ س
عمر رجل الآن س سنة	• عمره بعد ٤ سنوات = س + ٤ • عمره منذ ٣ سنوات = س − ٣ • مربع عمره منذ ٦ سنوات = $(س - ٦)^٢$
مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٥ سم	• عرضه = س سم وطوله = (س + ٥) سم • محيطه = (س + س + ٥) × ٢ سم = (٤ س + ١٠) سم • مساحته = س (س + ٥) = $(س^٢ + ٥ س)$ $سم^٢$
مربع طول ضلعه س سم	• محيطه = ٤ س سم ومساحته = $س^٢$ $سم^٢$

مثال ١

عدد صحيح موجب يزيد مربعه عن ضعفه بمقدار ٨ أوجد العدد.

الحل

نفرض أن العدد هو س ∴ مربعه = $س^٢$ ، ضعفه = ٢ س

، ∵ مربعه يزيد عن ضعفه بمقدار ٨

∴ $س^٢$ − ٢ س = ٨

∴ $س^٢$ − ٢ س − ٨ = ٠ ∴ (س + ٢) (س − ٤) = ٠

∴ إما س + ٢ = ٠ ومنها س = −٢ «مرفوض لأن العدد موجب»

أ، س − ٤ = ٠ ومنها س = ٤ ∴ العدد هو ٤

التحقق من صحة الحل :

∵ العدد هو ٤

∴ مربعه = ١٦ ، ضعفه = ٨

∴ مربعه − ضعفه = ١٦ − ٨ = ٨

مثال ٢

مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٥ سم فإذا كانت مساحته ١٤ سم^2 ، أوجد طوله وعرضه

الحــل

نفرض أن العرض = س سم

، ∵ الطول يزيد عن العرض بمقدار ٥ سم ∴ الطول = (س + ٥) سم

، ∵ المساحة = ١٤ سم^2 ∴ س (س + ٥) = ١٤

∴ س^2 + ٥ س = ١٤ ∴ س^2 + ٥ س − ١٤ = ٠

∴ (س + ٧) (س − ٢) = ٠

∴ إما س + ٧ = ٠ ومنها س = −٧ «مرفوض لأن الأطوال موجبة دائمًا»

أ، س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

∴ العرض = ٢ سم والطول = ٢ + ٥ = ٧ سم «حاول التحقق من صحة الحل»

مثال ٣

ثلاثة أعداد زوجية متتالية موجبة ، يزيد مربع أوسطها عن مجموع العددين الآخرين بمقدار ٨ فما هى هذه الأعداد ؟

الحــل

نفرض أن الأعداد هى : س ، س + ٢ ، س + ٤

، ∵ مربع الأوسط يزيد عن مجموع العددين الآخرين بمقدار ٨

∴ (س + ٢)^2 − (س + س + ٤) = ٨ ∴ س^2 + ٤ س + ٤ − ٢ س − ٤ = ٨

∴ س^2 + ٢ س − ٨ = ٠

∴ (س + ٤) (س − ٢) = ٠

∴ إما س + ٤ = ٠ ومنها س = −٤ «مرفوض لأن الأعداد موجبة»

أ، س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

∴ العدد الأول = ٢ ، العدد الأوسط = ٤ ، العدد الثالث = ٦



مثال ٤

إذا كان عمر نبيل الآن ضعف عمر نادر ، ومنذ سنتين كان الفرق بين مربعي عمريهما ١٥ فأوجد عمر كل منهما الآن.

الحـــل

	العمر الآن	العمر منذ سنتين
نادر	س	س − ٢
نبيل	٢ س	٢ س − ٢

∴ (٢ س − ٢)^{٢} − (س − ٢)^{٢} = ١٥ وباستخدام تحليل الفرق بين مربعين نجد أن :

(٢ س − ٢ + س − ٢) (٢ س − ٢ − س + ٢) = ١٥

∴ (٣ س − ٤) س = ١٥ ∴ ٣ س^{٢} − ٤ س − ١٥ = ٠

∴ (٣ س + ٥) (س − ٣) = ٠

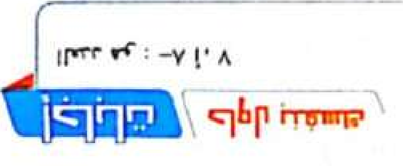
∴ إما ٣ س + ٥ = ٠ ومنها س = $\frac{-٥}{٣}$ «مرفوض»

أ، س − ٣ = ٠ ومنها س = ٣

∴ عمر نادر الآن ٣ سنوات ، عمر نبيل الآن ٦ سنوات

حاول بنفسك

عدد صحيح إذا أُضيف إلى مربعه كان الناتج مساويًا ٥٦ فما هو ذلك العدد ؟





تمارين 9

تطبيقات على حل المعادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد جبريًا

📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان عمر باسم الآن س سنة فإن عمره منذ ٣ سنوات هو .... سنة.

(أ) ٣ س (ب) س + ٣ (جـ) س − ٣ (د) س^٢

٢ إذا كان عمر أمجد الآن س سنة فإن عمره بعد ٧ سنوات هو .... سنة.

(أ) ٧ س (ب) س − ٧ (جـ) س + ٧ (د) س^٧

٣ إذا كان عمر أيمن منذ ٥ سنوات = س سنة فإن عمره الآن هو .... سنة.

(أ) س − ٥ (ب) س + ٥ (جـ) ٥ س (د) س/٥

٤ إذا كان عمر سالى منذ سنتين س سنة فإن عمرها بعد ٣ سنوات من الآن هو .... سنة.

(أ) س + ٢ (ب) س + ٣ (جـ) س + ٥ (د) ٦ س

٥ إذا كان عمر مجدى الآن س سنة فإن مربع عمره بعد سنتين هو ....

(أ) س^٢ + ٢ (ب) س^٢ + ٤ (جـ) (س − ٢)^٢ (د) (س + ٢)

٦ إذا كان عمر سامى الآن س سنة فإن ضعف عمره منذ خمس سنوات هو .... سنة.

(أ) س − ٥ (ب) ٢ س − ٥ (جـ) س − ١٠ (د) ٢ س − ١٠

٧ ثلاثة أمثال مربع العدد س هو ....

(أ) (٣ س)^٢ (ب) س^٢ + ٣ (جـ) ٣ س^٢ (د) س^٢/٣

٢ عدد صحيح موجب يزيد مربعه عن خمسة أمثاله بمقدار ٣٦ فما هو هذا العدد ؟

٣ عدد صحيح إذا أُضيف إلى ضعف مربعه ٧ كان الناتج ١٣٥ أوجد العدد.

٤ أوجد العدد النسبى الذى أربعة أمثال مربعه يساوى ٨١

٥ عدد صحيح موجب مربعه يساوى ٦ أمثاله فما هو العدد ؟ «٦»

٦ 🕮 عدد حقيقى إذا أُضيف إليه مربعه كان الناتج ١٢ فما العدد ؟ «-٤ أ ٣»

٧ أوجد العدد النسبى الموجب الذى يزيد مربعه عن ضعفه بمقدار ٤٨ «٨»

٨ قسم العدد ٢٠ إلى عددين حاصل ضربهما ٧٥ «١٥ ، ٥»

٩ عددان حقيقيان الفرق بينهما ٥ ومجموع مربعيهما ٧٣ فما هما العددان ؟ «٣ ، ٨ أ -٣ ، -٨»

١٠ 🕮 عددان حقيقيان يزيد أحدهما عن الآخر بمقدار ٤ ، فإذا كان حاصل ضرب العددين يساوى ٤٥ ، فما العددان ؟ «٥ ، ٩ أ -٥ ، -٩»

١١ 🕮 عددان فرديان متتاليان مجموع مربعيهما ١٣٠ ، فما العددان ؟ «٧ ، ٩ أ -٧ ، -٩»

١٢ 🕮 مجموع ثلاثة أعداد صحيحة متتالية يساوى مربع العدد الأوسط. أوجد هذه الأعداد.

«-١ ، ٠ ، ١ أ ٢ ، ٣ ، ٤»

١٣ عددان صحيحان النسبة بينهما ٧ : ٨ وحاصل ضربهما يزيد عن ٩ أمثال أكبرهما بمقدار ٨٠ ، فما هما العددان ؟ «١٤ ، ١٦»

١٤ عدد صحيح موجب إذا أُضيف ضعف مربعه إلى معكوسه الجمعى كان الناتج ٩١ فما هو العدد ؟ «٧»

١٥ 🕮 عدد حقيقى يزيد عن معكوسه الضربى بمقدار $\frac{٥}{٦}$ ، فما هو العدد ؟ «$\frac{٣}{٢}$ أ $-\frac{٢}{٣}$»

١٦ عدد مكون من رقمين رقم آحاده ضعف رقم عشراته وحاصل ضرب الرقمين يزيد عن مجموعهما بمقدار ٩ أوجد العدد. «٣٦»

تطبيقات حياتية

١٧ مربع عمر سعيد الآن يزيد عن ثلاثة أمثال عمره منذ ٤ سنوات بمقدار ١٩٢ فما عمره الآن ؟ «١٥ سـ...

١٨ إذا كان عمر حاتم الآن يزيد عن عمر حنان بمقدار ٤ سنوات ، ومجموع مربعي عمريهما الآن يساوى ٢٦ ، فما عمر كل منهما الآن ؟ «٥ سنوات ، سنة واحـ...

١٩ إذا كان عمر كمال الآن يزيد عن عمر أخيه أنيس بمقدار ٣ سنوات ومنذ ٤ سنوات كا... حاصل ضرب عمريهما حينئذ ١٨ فما عمر كل منهما الآن ؟ «٧ سنوات ، ١٠ سنوا...

تطبيقات هندسية

٢٠ مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار ٤ سم فإذا كانت مساحته ٢١ سم^2 فأوجد بعديه. «٣ سم ، ٧ سـ...

٢١ مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٧,٥ سم فإذا كانت مساحته ٤٦ سم^2 فأوجد محيطه. «٣١ سـ...

٢٢ مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٥ سم فإذا كانت مساحته تنقص عن مساحة مربـ... طول ضلعه ٣ أمثال عرض المستطيل بمقدار ٥٧ سم^2 ، فأوجد بعدى المستطيل وطول ضلع المربع. «٣ سم ، ٨ سم ، ٩ سـ...

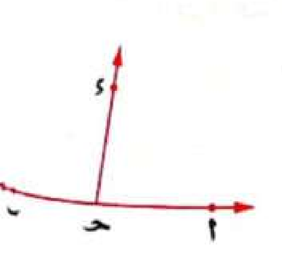
٢٣ في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{\text{حـ ء}} \cap \overleftrightarrow{\text{أ ب}} = \{\text{حـ}\}$

فإذا كان : ق (∠ ب حـ ء) = (س^2)°

، ق (∠ أ حـ ء) = (٨ س)°

احسب قيمة س



«١٠»

٢٤ أ ب حـ مثلث فيه : ق (∠ أ) = (س^2 + ٦١)° ، ق (∠ ب) = (١١٠ - ١١ س...) ، ق (∠ حـ) = (٩٠ - ٧ س)° أوجد قيمة س ، وقياسات زوايا المثلث.

«٩ ، ١٤٢° ، ١١° ، ٢٧...

٢٥ مثلث قائم الزاوية طول أحد ضلعى القائمة يزيد عن طول ضلع القائمة الآخر بمقدار ٢ سم ومساحته ٢٤ سم^2 أوجد طولى ضلعى القائمة. «٨ سم ، ٦ سم»

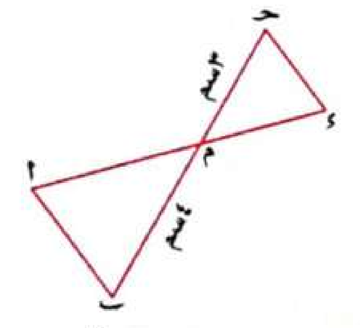
٢٦ احسب محيط مثلث قائم الزاوية طولا ضلعى القائمة (٥ س + ٢) ، (س + ٥) من السنتيمترات ومساحته ٢٤ سم^2 «٢٤ سم»

٢٧ مثلث قائم الزاوية أطوال أضلاعه ٢ س ، ٢ س + ١ ، س – ١١ من السنتيمترات احسب قيمة س وأوجد محيط المثلث ومساحته. «٢٠ ، ٩٠ سم ، ١٨٠ سم^2»

٢٨ مستطيل طوله ضعف عرضه وإذا زاد طوله بمقدار ١ سم ونقص عرضه بمقدار ١ سم لنقصت مساحته بمقدار ٧ سم^2 أوجد بعدى المستطيل. «٦ سم ، ١٢ سم»

للمتفوقين

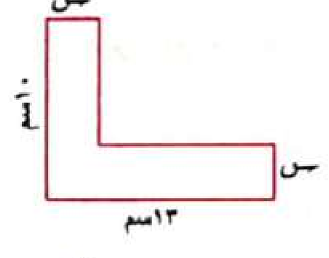
٢٩ فى الشكل المقابل :



Δ م حـ ء ~ Δ م أ ب ،
إذا كان م ب = ٤ سم ، م حـ = ٣ سم
، أ ء = ٧ سم ، م أ > م حـ
فأوجد طول $\overline{\text{م أ}}$

«٤ سم»

٣٠ إذا كانت مساحة الشكل المقابل
تساوى ٦٠ سم^2
فأوجد قيمة س



«٣ سم»

٣١ حجرة عرضها ٩ م ، طولها ١٢ م يخطط مهندس ديكور لشراء سجادة لها بحيث يترك حول السجادة شريط متساوى العرض غير مغطى.
كم يكون عرض الشريط إذا كانت السجادة تغطى نصف مساحة الحجرة ؟ «١,٥ م»



ملخص الجزء الثانى

من الوحدة الأولى (من درس 5 حتى درس 9)

تحليل مجموع المكعبين :

مجموع مكعبى كميتين = (الأولى + الثانية) (مربع الأولى − الأولى × الثانية + مربع الثانية)

أى أن : $أ^3 + ب^3 = (أ + ب)(أ^2 - أ ب + ب^2)$

تحليل الفرق بين المكعبين :

الفرق بين مكعبى كميتين = (الأولى − الثانية) (مربع الأولى + الأولى × الثانية + مربع الثانية)

أى أن : $أ^3 - ب^3 = (أ - ب)(أ^2 + أ ب + ب^2)$

التحليل بالتقسيم :

يمكن تحليل المقدار الجبرى المكون من أربعة حدود باستخدام إحدى الطريقتين الآتيتين :

- **الطريقة الأولى :**

يُقسم المقدار الجبرى المكون من أربعة حدود إلى مقدارين كل منهما يتكون من حدين بحيث نستطيع إيجاد عامل مشترك بينهما.

- **الطريقة الثانية :**

يُقسم فيها المقدار الجبرى المكون من أربعة حدود إلى مقدار ثلاثى (ويجب أن يكون مربعًا كاملًا) والحد الرابع يجب أيضًا أن يكون مربعًا كاملًا ، بحيث يمكن تحليل المقدار الأصلى كفرق بين مربعين.

التحليل بإكمال المربع :

١ نُضيف إلى المقدار المعطى ضعف حاصل ضرب جذرى الحدين المربعين ثم نطرحه حتى لا يتغير المقدار.

٢ باستخدام الإبدال والدمج نعيد ترتيب حدود المقدار حتى نصل إلى الصورة :

مقدار ثلاثى مربع كامل − مربع كامل

٣ نحلل المقدار الناتج كفرق بين مربعين.

٤ إن أمكن نحلل المقادير الناتجة حتى يكون التحليل كاملًا.

✪ حل المعادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد :

لحل معادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد ، اتبع ما يلى :

١ ضع المعادلة على الصورة القياسية : أ س^{٢} + ب س + حـ = ٠

٢ حلل المقدار فى الطرف الأيمن إلى عاملين.

٣ استخدم الحقيقة المقابلة للحصول على جذرى المعادلة.

حقيقة

إذا كان : أ ، ب عددين حقيقيين وكان :
أ × ب = صفر
فإن : أ = صفر أ، ب = صفر

٤ تأكد من الحل بالتعويض عن كل قيمة من قيمتى س فى المعادلة الأصلية.

✪ لحل مسائل لفظية فى الجبر نقوم بترجمة الجمل اللفظية إلى رموز ومقادير جبرية وتكوين معادلة يمكن حلها باتباع طرق حل المعادلات.

امتحانات على الجزء الثانى

من الوحدة الأولى (من درس 5 حتى درس 9)

النموذج الأول

أجب عن جميع الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $س + ص = ٤$ ، $س^٢ - س ص + ص^٢ = ٥$

فإن : $س^٢ + ص^٢ = $ ....

(أ) $\frac{٥}{٤}$ (ب) ٢٠ (جـ) ٩ (د) ١٠

٢ مجموعة حل المعادلة : $(س - ١)^٢ = $ صفر فى ح هى ....

(أ) {٠} (ب) {-١} (جـ) {-١ ، ١} (د) {١}

٣ إذا كان عُمر زياد الآن س سنة فإن عمره منذ ثلاث سنوات هو .... سنة.

(أ) ٣ س (ب) ٣ - س (جـ) س - ٣ (د) س + ٣

٤ مجموعة حل المعادلة : $٥ س (س - ٣) = ٠$ فى ح هى ....

(أ) {٥} (ب) {٥ ، ٠ ، ٣} (جـ) {٥ ، ٣} (د) {٠ ، ٣}

٥ إذا كان : $ص^٣ - أ = (ص - ٣) (ص^٢ + ٣ ص + ٩)$ فإن : أ = ...

(أ) ٢٧ (ب) ٩ (جـ) ٣ (د) ٦

٦ مجموعة حل المعادلة : $س^٢ + ٤ = ٠$ فى ح هى ....

(أ) {-٤} (ب) Ø (جـ) {-٢ ، ٢} (د) {٤ ، -٤}

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : $س + ص = ٣$ ، $أ + ب = ٥$ فإن : $أ س + أ ص + ب س + ب ص = $ ....

٢ إذا كان : $س = ٢$ جذرًا للمعادلة : $س^٢ - ٦ س + ك = ٠$ فإن : ك = ...

والجذر الآخر للمعادلة = ...

٣ إذا كان : $س^٣ + ٢٧ = (س + ٣) (س^٢ + ك + ٩)$ فإن : ك = ...

٤ إذا كان : (س + ٥) أحد عاملى المقدار : $س^٣ + ١٢٥$ فإن العامل الآخر هو ....

٥ مجموعة حل المعادلة : $\frac{س}{٤} = \frac{٢٥}{س}$ فى ح هى ....

٣ حلل كلاً مما يأتى :

١ $ص^٣ - ص^٢ - ٩ ص + ٩$

٢ $س^٤ + ٦٤ ص^٤$

٣ $٤ س^٢ - ٤ س ص - ١٦ + ص^٢$

٤ $م^٣ + ٢٧ ن^٣$

٤ أوجد مجموعة الحل فى ح لكل من المعادلات الآتية :

١ $س^٢ - ٨ س + ١٥ = ٠$

٢ $٤ س^٢ = ٩ س$

٣ (س - ٣) (س + ١) = ٥

٤ $٥ س^٢ + ١٢ س = ٤٤$

٥ (أ) عدد حقيقى إذا أُضيف إليه مربعه كان الناتج ١٢ فما العدد ؟

(ب) مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار ٤ سم فإذا كانت مساحته ٢١ $سم^٢$ فأوجد بعديه.

النموذج الثانى

أجب عن جميع الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $س^٢ - ٢ س ص + ص^٢ = ٢٥$ فإن : س - ص = ...

(أ) ٢٥ (ب) -٥ (جـ) ٥ (د) ± ٥

٢ إذا كان : $س^٣ - ص^٣ = ١٢$ ، $س^٢ + س ص + ص^٢ = ٤$

فإن : س - ص = ...

(أ) ٤٨ (ب) ٣ (جـ) ١٦ (د) ٨

٣ مجموعة حل المعادلة : ٥ (س - ٧) (س + ٣) = ٠ فى ح هى ....

(أ) {-٧ ، ٣} (ب) {٧ ، -٣}

(جـ) {٥ ، ٧ ، -٣} (د) {-٥ ، ٧ ، -٣}

٤ إذا كان : عمر سارة الآن س سنة فإن مربع عمرها بعد سنتين هو ....

(أ) س^{٢} + ٢ (ب) س^{٢} + ٤ (جـ) (س − ٢)^{٢} (د) (س + ٢)^{٢}

٥ إذا كان : س^{٣} − ٨ = (س + أ) (س^{٢} + ٢ س + ٤) فإن : أ = ...

(أ) ٤ (ب) −٤ (جـ) ٢ (د) −٢

٦ الحد الذى يضاف للمقدار : س^{٤} + ٤ ص^{٤} ليصبح قابلًا للتحليل كمربع كامل هو ......

(أ) ٢ س^{٢} ص^{٢} (ب) ٨ س^{٢} ص^{٢} (جـ) ٤ س^{٢} ص^{٢} (د) ١٦ س ص

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : (أ + ٥) أحد عاملى المقدار : أ س − ٣ أ + ٥ س − ١٥

فإن العامل الآخر هو ....

٢ مجموعة حل المعادلة : ٣ س^{٢} − س = صفر فى ح هى ....

٣ (س + ٥) (س^{٢} − ٥ س + ٢٥) = ...

٤ إذا كان : أ س + أ ص − ب س − ب ص = ١٥ ، س + ص = ٥

فإن : أ − ب = ...

٥ إذا كان : ٤ أحد جذرى المعادلة : س^{٢} − س = ١٢ فإن الجذر الآخر هو ....

٣ حلل كلاً مما يأتى :

١ ٨١ أ^{٤} + ٤ ب^{٤}

٢ ٥ س − ١٠ ص − أ س + ٢ أ ص

٣ ٢ س^{٣} − ٥٤

٤ س^{٤} + ٤ س^{٢} ص^{٢} + ١٦ ص^{٤}

٤ أوجد مجموعة الحل فى ح لكل من المعادلات الآتية :

١ ٣ أ^{٢} + ٧ أ = −٢

٢ س^{٤} − ١٠ س^{٢} + ٩ = ٠

٣ أ^{٢} = أ

٤ س (س + ٢) = ١٥

٥

(أ) أوجد العدد الذى إذا أضيف معكوسه الجمعى إلى مربعه كان الناتج ٤٢

(ب) عدد صحيح موجب مربعه يزيد عن أربعة أمثاله بمقدار ٥ فما هو العدد ؟

مشروع بحثى

على الوحدة الأولى



أهداف المشروع

- تحليل المقدار الثلاثى.
- استخدام التحليل لحل معادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد.
- استخدام الجبر فى حل المشكلات الحياتية.
- الربط بين الرياضيات والرياضة.

المطلوب

« ممارسة الرياضة لها العديد من الفوائد المتنوعة ».

فى ضوء ذلك قُم بإعداد مشروع بحثى يتضمن ما يلى :

(١) اكتب مقالًا قصيرًا عن أهمية ممارسة الرياضة.

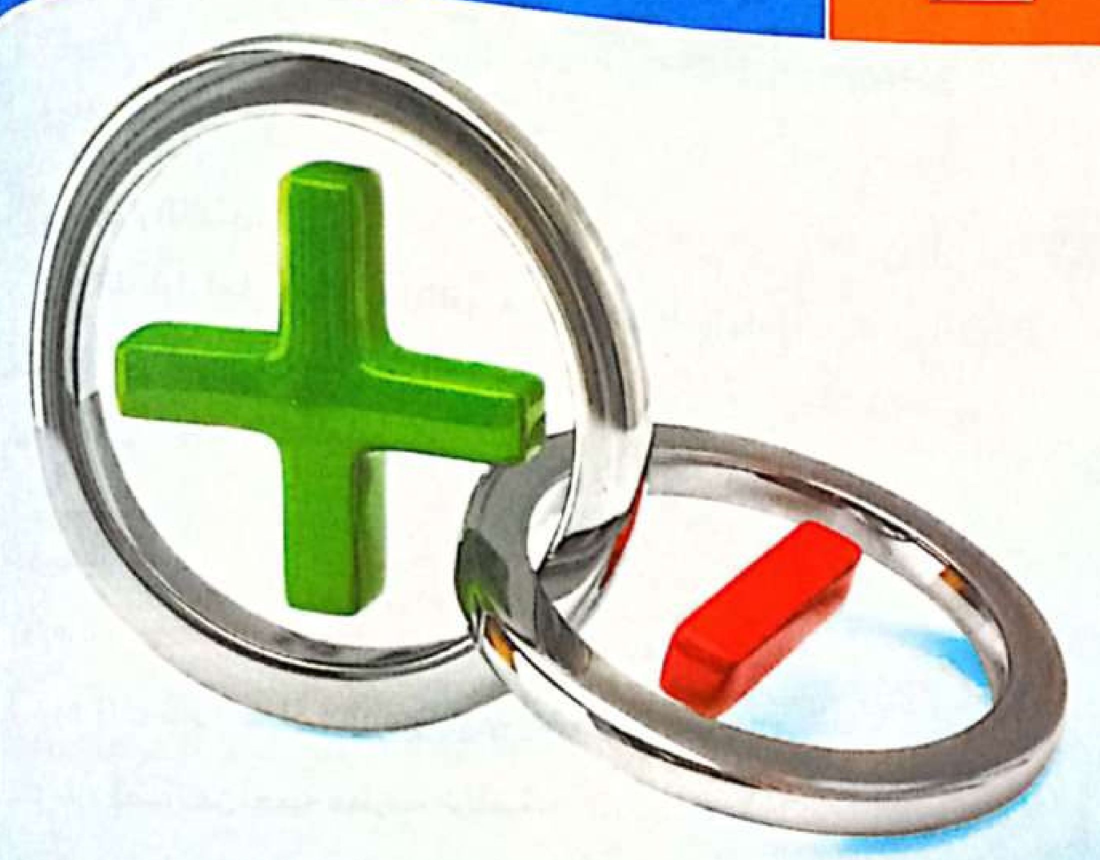
(٢) اذكر خمسة من أهم أبطالنا فى الوطن العربى فى الألعاب الرياضية المختلفة وتكلم عنهم مشيرًا لأهم إنجازاتهم.

(٣) ملعب كرة قدم مساحته ٧٠٠٠ متر مربع ، وطوله يزيد عن عرضه بمقدار ٣٠ مترًا. ما هى المسافة التى يقطعها عداء إذا قام بالجرى حول هذا الملعب دورتين كاملتين ؟

الوحدة

2

القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ع



دروس الوحدة :

- الدرس 1 القوى الصحيحة (غير السالبة والسالبة) فى ع
- الدرس 2 حل المعادلات الأسية فى ع
- الدرس 3 العمليات الحسابية على القوى الصحيحة.



يمكنك حل الامتحانات التفاعلية على الدروس من خلال مسح QR code الخاص بكل امتحان

مشروع بحثى على الوحدة الثانية

أهداف الوحدة :

بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن :

- يستدعى ما سبق دراسته عن موضوع الأسس فى ص
- يتعرف قوانين الأسس غير السالبة فى ع
- يتعرف الأس السالب لعدد حقيقى لا يساوى الصفر.
- يعمم قوانين الأسس غير السالبة على الأسس السالبة فى ع
- يحل المعادلات الأسية فى ع
- يجرى العمليات الحسابية على القوى الصحيحة.
- يستخدم الآلة الحاسبة للتأكد من صحة النتائج.
- يطبق قوانين الأسس لحل بعض المشكلات الحياتية والهندسية.



الدرس **1**

القوى الصحيحة (غير السالبة والسالبة) في ح

القوى الصحيحة غير السالبة في ح

إذا كان : أ ∈ ح ، ن ∈ ص$_+$

فإن : $أ^{ن}$ = أ × أ × أ × ... × أ حيث أ مكرر كعامل ن من المرات

• $أ^{ن}$ يُقرأ : أ أس ن أ، القوة النونية للعدد أ والعدد أ يُسمى الأساس.

فمثلًا : • $٣^{٣}$ = (٣ × ٣) × ٣ = ٩ × ٣ = ٢٧

• $(-٢)^{٤}$ = (-٢ × -٢) × (-٢ × -٢) = ٤ × ٤ = ١٦

ملاحظات

① إذا كان : أ ∈ ح* (مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا الصفر) فإن : $أ^{صفر}$ = ١

فمثلًا : • $(\sqrt{٥})^{صفر}$ = ١ • $(-٢\sqrt{٣})^{صفر}$ = ١

② من الضرب المتكرر نعلم أن :

• $(-٤)^{٢}$ = ١٦ ، $٤^{٢}$ = ١٦ «لاحظ أن : ٢ عدد زوجي»

• $(-٤)^{٣}$ = -٦٤ ، $-(٤)^{٣}$ = -٦٤ «لاحظ أن : ٣ عدد فردي»

أي أن : $(-أ)^{ن}$ = $أ^{ن}$ إذا كان ن عددًا زوجيًا.

بينما : $(-أ)^{ن}$ = $-أ^{ن}$ إذا كان ن عددًا فرديًا.

القوى الصحيحة السالبة فى ع

إذا كان أ عددًا حقيقيًا لا يساوى الصفر ، ن عددًا صحيحًا موجبًا فإن :

$$أ^{-ن} = \frac{١}{أ^{ن}} \quad ، \quad أ^{ن} = \frac{١}{أ^{-ن}}$$

فمثلًا : • $٥^{-٢} = \frac{١}{٥^{٢}} = \frac{١}{٢٥}$ • $\frac{١}{٢^{-٣}} = ٢^{٣} = ٨$

ملاحظات

❶ لكل أ ∈ ع* ، ن ∈ ص+ فإن : $أ^{ن} \times أ^{-ن} = أ^{ن} \times \frac{١}{أ^{ن}} = ١$ (المحايد الضربى)

أى أن : كلًا من $أ^{ن}$ ، $أ^{-ن}$ هو المعكوس الضربى للآخر.

❷ لكل أ ∈ ع* ، ب ∈ ع* ، ن ∈ ص+ فإن : $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{-ن} = \left(\frac{ب}{أ}\right)^{ن}$

فمثلًا : $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{-٢} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢} = \frac{٩}{٤}$

مثال ❶

أوجد فى أبسط صورة كلًا مما يأتى :

١ $\left(\sqrt{٥}\right)^{٣}$ ٢ $\left(\sqrt{٣}\right)^{-٢}$ ٣ $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{-٢}$

٤ $(٠{,}١)^{-٢}$ ٥ $\frac{١}{\left(-\sqrt{٢}\right)^{-٣}}$ ٦ $\frac{٢^{-١}}{٣^{-١} \times ٤}$

الحل

١ $\left(\sqrt{٥}\right)^{٣} = \left(\sqrt{٥} \times \sqrt{٥}\right) \times \sqrt{٥} = ٥\sqrt{٥}$

٢ $\left(\sqrt{٣}\right)^{-٢} = \frac{١}{\left(\sqrt{٣}\right)^{٢}} = \frac{١}{٣}$

٣ $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{-٢} = \left(\frac{٥}{٢}\right)^{٢} = \frac{٢٥}{٤}$

٤ $(٠{,}١)^{-٢} = \left(\frac{١}{١٠}\right)^{-٢} = (١٠)^{٢} = ١٠٠$

٥ $\frac{١}{\left(-\sqrt{٢}\right)^{-٣}} = \left(-\sqrt{٢}\right)^{٣} = -\left(\sqrt{٢}\right)^{٣} = -٢\sqrt{٢}$

٦ $\frac{٢^{-١}}{٣^{-١} \times ٤} = \frac{\frac{١}{٢}}{\frac{١}{٣} \times ٤} = \frac{\frac{١}{٢}}{\frac{٤}{٣}} = \frac{١}{٢} \times \frac{٣}{٤} = \frac{٣}{٨}$

قوانين القوى الصحيحة (غير السالبة والسالبة) فى ع

إذا كان : أ ، ب عددين حقيقيين ، م ، ن عددين صحيحين ومع مراعاة استثناء الحالات التي يكون فيها المقام = صفر ، والحالات التى يكون فيها الأساس = صفر ، الأس = صفر معًا فإن :

القانون	مثال	الشرح
١ $أ^م × أ^ن = أ^{م+ن}$	• $٤^٣ × ٤^٢ = ٤^{٣+٢}$ $= ٤^٥$	عند ضرب الأعداد ذات الأساسات المتساوية نجمع الأسس.
٢ $\frac{أ^م}{أ^ن} = أ^{م-ن}$	• $\frac{٣^٦}{٣^٢} = ٣^{٦-٢} = ٣^٤$	عند قسمة الأعداد ذات الأساسات المتساوية نطرح الأسس.
٣ $(أ ب)^ن = أ^ن ب^ن$	• $(٣ × ٤)^٢ = ٣^٢ × ٤^٢$	عند رفع حاصل ضرب عددين لأس نوزع الأس على العددين.
٤ $\left(\frac{أ}{ب}\right)^ن = \frac{أ^ن}{ب^ن}$	• $\left(\frac{٢}{٥}\right)^٣ = \frac{٢^٣}{٥^٣}$	عند رفع خارج قسمة عددين لأس نوزع الأس على البسط والمقام.
٥ $(أ^م)^ن = (أ^ن)^م = أ^{م ن}$	• $(٤^٢)^٣ = (٤^٣)^٢$ $= ٤^{٣ × ٢} = ٤^٦$	عند رفع عدد مرفوع لأس لأس آخر نضرب الأسين.

مثال ٢

أوجد فى أبسط صورة كلًا مما يأتى :

١ $(\sqrt{٣})^٧ × (\sqrt{٣})^{-٩} × (\sqrt{٣})^٤$

٢ $\frac{\sqrt{٢}}{(\sqrt{٢})^{-٢}}$

٣ $(٢\sqrt{٥} × \sqrt{٣})^٢$

٤ $\left(\frac{٣\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}}\right)^٤$

٥ $((\sqrt{٣})^{-٢})^٢$

الحـــل

١ $\left(\sqrt{٣}\right)^{٧} \times \left(\sqrt{٣}\right)^{-٩} \times \left(\sqrt{٣}\right)^{٤} = \left(\sqrt{٣}\right)^{٧ + (-٩) + ٤} = \left(\sqrt{٣}\right)^{٢} = ٣$

٢ $\frac{\sqrt{٢}}{\left(\sqrt{٢}\right)^{-٢}} = \left(\sqrt{٢}\right)^{١ - (-٢)} = \left(\sqrt{٢}\right)^{٣} = ٢\sqrt{٢}$

حل آخر باستخدام تعريف الأس السالب : $\frac{\sqrt{٢}}{\left(\sqrt{٢}\right)^{-٢}} = \sqrt{٢} \times \left(\sqrt{٢}\right)^{٢} = \left(\sqrt{٢}\right)^{٣} = ٢\sqrt{٢}$

٣ $\left(٢\sqrt{٥} \times \sqrt{٣}\right)^{-٢} = ٢^{-٢} \times \left(\sqrt{٥}\right)^{-٢} \times \left(\sqrt{٣}\right)^{-٢}$

$= \frac{١}{٢^{٢}} \times \frac{١}{\left(\sqrt{٥}\right)^{٢}} \times \frac{١}{\left(\sqrt{٣}\right)^{٢}} = \frac{١}{٤} \times \frac{١}{٥} \times \frac{١}{٣} = \frac{١}{٦٠}$

٤ $\left(\frac{٣\sqrt{٢}}{\sqrt{٣}}\right)^{٤} = \frac{\left(٣\sqrt{٢}\right)^{٤}}{\left(\sqrt{٣}\right)^{٤}} = \frac{٣^{٤} \times \left(\sqrt{٢}\right)^{٤}}{\left(\sqrt{٣}\right)^{٤}} = \frac{٨١ \times ٤}{٩} = ٣٦$

حل آخر : $\because ٣ = \sqrt{٣} \times \sqrt{٣}$

$\therefore \left(\frac{٣\sqrt{٢}}{\sqrt{٣}}\right)^{٤} = \left(\frac{\sqrt{٢} \times \sqrt{٣} \times \cancel{\sqrt{٣}}}{\cancel{\sqrt{٣}}}\right)^{٤} = \left(\sqrt{٣}\right)^{٤} \times \left(\sqrt{٢}\right)^{٤} = ٩ \times ٤ = ٣٦$

٥ $\left(\left(\sqrt{٣}\right)^{-٢}\right)^{٢} = \left(\sqrt{٣}\right)^{-٢ \times ٢} = \left(\sqrt{٣}\right)^{-٤} = \frac{١}{\left(\sqrt{٣}\right)^{٤}} = \frac{١}{٩}$

مثال ٣

اختصر كلًا مما يأتي لأبسط صورة :

١ $\frac{\left(\sqrt{٥}\right)^{٧} \times \left(\sqrt{٥}\right)^{-٥}}{\left(\sqrt{٥}\right)^{-٢}}$

٢ $\frac{\sqrt{٣} \times \left(٢\sqrt{٣}\right)^{٢} \times \left(-\sqrt{٣}\right)^{٥}}{\left(٢\sqrt{٣}\right)^{٤}}$

٣ $\frac{\left(\sqrt{١٨}\right)^{٥} \times \left(\sqrt{٢}\right)^{٣}}{\left(\sqrt{١٢}\right)^{٤}}$

٤ $\frac{٠,٠١ \times (١٠)^{-٣}}{(١٠)^{-٩} \times (١٠)^{٣}}$

الحل

١ $\frac{(\sqrt{٥})^{٧} \times (\sqrt{٥})^{-٥}}{(\sqrt{٥})^{-٢}} = \frac{(\sqrt{٥})^{٧+(-٥)}}{(\sqrt{٥})^{-٢}} = \frac{(\sqrt{٥})^{٢}}{(\sqrt{٥})^{-٢}} = (\sqrt{٥})^{٢-(-٢)} = (\sqrt{٥})^{٤} =$

٢ $\frac{\sqrt{٣} \times (٢\sqrt{٣})^{٢} \times (-\sqrt{٣})^{٥}}{(٢\sqrt{٣})^{٤}} = \frac{\sqrt{٣} \times ٢^{٢} \times (\sqrt{٣})^{٢} \times -(\sqrt{٣})^{٥}}{٢^{٤} \times (\sqrt{٣})^{٤}}$

$= -(\sqrt{٣})^{١+٢+٥-٤} \times ٢^{٢-٤}$

$= -(\sqrt{٣})^{٤} \times ٢^{-٢} = -٩ \times \frac{١}{٢^{٢}} = \frac{-٩}{٤}$

٣ $\frac{(\sqrt{١٨})^{٥} \times (\sqrt{٢})^{٣}}{(\sqrt{١٢})^{٤}} = \frac{(٣\sqrt{٢})^{٥} \times (\sqrt{٢})^{٣}}{(٢\sqrt{٣})^{٤}}$

$= \frac{٣^{٥} \times (\sqrt{٢})^{٥} \times (\sqrt{٢})^{٣}}{٢^{٤} \times (\sqrt{٣})^{٤}}$

تذكر أن

- $\sqrt{١٨} = \sqrt{٩ \times ٢}$
  $= \sqrt{٩} \times \sqrt{٢} = ٣\sqrt{٢}$
- $\sqrt{١٢} = \sqrt{٤ \times ٣}$
  $= \sqrt{٤} \times \sqrt{٣} = ٢\sqrt{٣}$

تذكر أن

- $(\sqrt{٣})^{٤} = \sqrt{٣^{٤}} = ٣^{٢}$
- $(\sqrt{٢})^{٨} = \sqrt{٢^{٨}} = ٢^{٤}$

$= \frac{٣^{٥} \times (\sqrt{٢})^{٥+٣}}{٢^{٤} \times ٣^{٢}} = \frac{٣^{٥} \times (\sqrt{٢})^{٨}}{٢^{٤} \times ٣^{٢}} = \frac{٣^{٥} \times ٢^{٤}}{٣^{٢} \times ٢^{٤}} = ٣^{٥-٢} \times ٢^{٤-٤}$

$= ٣^{٣} \times ٢^{٠} = ٢٧ \times ١ = ٢٧$



تذكر أن

$٠,٠١ = ١٠^{-٢}$

٤ $\frac{١٠^{-٣} \times ٠,٠١}{١٠^{-٩} \times ١٠^{٣}} = \frac{١٠^{-٣} \times ١٠^{-٢}}{١٠^{-٩} \times ١٠^{٣}} = \frac{١٠^{-٣-٢}}{١٠^{-٩+٣}} = \frac{١٠^{-٥}}{١٠^{-٦}}$

$= ١٠^{-٥+٦} = ١٠^{١} = ١٠$

حاول بنفسك ١

اختصر كلًا مما يأتي إلى أبسط صورة :

١ $(\sqrt{٣})^{٣} \times (\sqrt{٣})^{-٢} \times \sqrt{٣}$

٢ $\frac{٤ \times ٦^{٣} \times ٣^{-٥}}{٢^{٥} \times ٣^{٢}}$

٣ $\left(\frac{٢\sqrt{٥}}{٥\sqrt{٢}}\right)^{٤}$

٤ $\frac{((\sqrt{٢})^{٣})^{٢} \times (\sqrt{٨})^{٢}}{((\sqrt{٢})^{٥})^{٣}}$

مثال ٤

اختصر لأبسط صورة :

١ $\frac{٤^{س} \times ٢^{س-٣}}{٨^{س-٢}}$

٢ $\frac{٢^{٥ن} \times ٣^{٢ن+١}}{٤^{-ن} \times ٦^{٢ن+١}}$ ثم أوجد قيمة الناتج عندما ن = ١

الحل

١ $\frac{٤^{س} \times ٢^{س-٣}}{٨^{س-٢}} = \frac{٢^{٢س} \times ٢^{س-٣}}{٢^{٣(س-٢)}} = \frac{٢^{٢س} \times ٢^{س-٣}}{٢^{٣س-٦}}$

$= ٢^{٢س+س-٣-(٣س-٦)}$

$= ٢^{٢س+س-٣-٣س+٦} = ٢^{٣} = ٨$

٢ $\frac{٢^{٥ن} \times ٣^{٢ن+١}}{٤^{-ن} \times ٦^{٢ن+١}} = \frac{٢^{٥ن} \times ٣^{٢ن+١}}{(٢^{٢})^{-ن} \times (٢ \times ٣)^{٢ن+١}}$

$= \frac{٢^{٥ن} \times ٣^{٢ن+١}}{٢^{-٢ن} \times ٢^{٢ن+١} \times ٣^{٢ن+١}}$

$= ٢^{٥ن+٢ن-٢ن-١} \times ٣^{٢ن+١-٢ن-١}$

$= ٢^{٥ن-١} \times ٣^{٠} = ٢^{٥ن-١}$

، عندما ن = ١ $\therefore$ المقدار $= ٢^{٥-١} = ٢^{٤} = ١٦$

مثال ٥

أثبت أن : $\frac{(\sqrt{٣})^{٢ن - ن} \times (١٥)^{ن+٢}}{(\sqrt{٣})^{-ن} \times ٣^{ن} \times ٥^{ن+٢}} = ٢٧$

الحل

الطرف الأيمن = $\frac{(\sqrt{٣})^{٢-ن} \times (٣ \times ٥)^{ن+٢}}{(\sqrt{٣})^{-ن} \times ٣^{ن} \times ٥^{ن+٢}} = \frac{(\sqrt{٣})^{٢-ن} \times ٣^{ن+٢} \times ٥^{ن+٢}}{(\sqrt{٣})^{-ن} \times ٣^{ن} \times ٥^{ن+٢}}$

$= (\sqrt{٣})^{٢-ن+ن} \times ٣^{ن+٢-ن} \times ٥^{ن+٢-ن-٢}$

$= (\sqrt{٣})^{٢} \times ٣^{٢} \times ٥^{٠} = ٣ \times ٣^{٢} \times ١$

$= ٣^{٣} = ٢٧ =$ الطرف الأيسر

حاول بنفسك ٢

١ اختصر لأبسط صورة : $\frac{٣^{٢-س} \times (٨١)^{س}}{٣^{س+١} \times ٣^{١-س}}$

ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما س = −١

٢ أثبت أن : $\frac{٩^{س+١} \times ٤^{س}}{٦^{٢س}} = ٩$

مثال ٦

إذا كان : س = ٣ ، ص = $\sqrt{٣}$ ، ع = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

فأوجد قيمة كل مما يأتى فى أبسط صورة :

١ $(س ص)^{٢}$
٢ $(س + ص)^{٢}$
٣ $\frac{س^{-٣}}{ص^{-٢}}$
٤ $(س^{-٢} ص^{٤})^{-٢}$
٥ $س^{٢} + (س ص)^{٢} ع^{٢}$

الحــل

١ $(س\,ص)^{٢} = س^{٢}\,ص^{٢} = ٣^{٢} \times \left(\sqrt{٣}\right)^{٢} = ٩ \times ٣ = ٢٧$

٢ $(س + ص)^{٢} = س^{٢} + ٢\,س\,ص + ص^{٢}$

$= ٣^{٢} + ٢ \times ٣ \times \sqrt{٣} + \left(\sqrt{٣}\right)^{٢}$

$= ٩ + ٦\sqrt{٣} + ٣ = ١٢ + ٦\sqrt{٣}$

> **لاحظ أن :**
> - $(أ + ب)^{ن} \neq أ^{ن} + ب^{ن}$
> - $(أ - ب)^{ن} \neq أ^{ن} - ب^{ن}$

٣ $\frac{س^{-٣}}{ص^{-٣}} = \left(\frac{س}{ص}\right)^{-٣} = \left(\frac{٣}{\sqrt{٣}}\right)^{-٣} = \left(\frac{\sqrt{٣}}{٣}\right)^{٣} = \frac{\left(\sqrt{٣}\right)^{٣}}{٣^{٣}} = \frac{٣\sqrt{٣}}{٢٧} = \frac{\sqrt{٣}}{٩}$

٤ $(س^{-٢}\,ص^{٤})^{-٢} = (س^{-٢})^{-٢} \times (ص^{٤})^{-٢} = س^{٤} \times ص^{-٨}$

$= \frac{س^{٤}}{ص^{٨}} = \frac{٣^{٤}}{\left(\sqrt{٣}\right)^{٨}} = \frac{٣^{٤}}{\sqrt{٣^{٨}}} = \frac{٣^{٤}}{٣^{٤}} = ١$

٥ $س^{٢} + (س\,ص)^{٢}\,ع^{٢} = س^{٢} + (س\,ص\,ع)^{٢}$

$= ٣^{٢} + \left(٣ \times \sqrt{٣} \times \frac{١}{\sqrt{٣}}\right)^{٢}$

$= ٣^{٢} + ٣^{٢} = ٩ + ٩ = ١٨$

مثال ٧

١ إذا كان : $٥^{س} = ٢$ فأوجد قيمة : $٥^{-س}$

٢ إذا كان : $٣^{س} = ٢$ فأوجد قيمة : $(٢٧)^{س}$

٣ إذا كان : $٢^{س} = ٥$ فأوجد قيمة : $٢^{س + ٢}$

الحــل

١ $\because ٥^{-س} = \frac{١}{٥^{س}}$ ، $\because ٥^{س} = ٢$ $\therefore ٥^{-س} = \frac{١}{٢}$

٢ $\because$ $(٢٧)^{س} = (٣^{٣})^{س} = (٣^{س})^{٣}$

، $\because$ $٣^{س} = ٢$ $\therefore$ $(٢٧)^{س} = ٢^{٣} = ٨$

٣ $\because$ $٢^{س+٢} = ٢^{س} \times ٢^{٢}$

، $\because$ $٢^{س} = ٥$ $\therefore$ $٢^{س+٢} = ٥ \times ٤ = ٢٠$

حاول بنفسك ٣

١ إذا كانت : $س = \sqrt{٦}$ ، $ص = \sqrt{٣}$ **فأوجد فى أبسط صورة :** $س^{٤}\ ص^{-٤}$

٢ إذا كان : $٧^{س} = ٥$ **فأوجد قيمة :** $٧^{-س}$

٣ إذا كان : $٥^{ص} = ٩$ **فأوجد قيمة :** $(١٢٥)^{ص}$

٤ إذا كان : $٣^{ن+١} = ٦$ **فأوجد قيمة :** $٣^{ن}$



تمارين 10

على القوى الصحيحة (غير السالبة والسالبة) فى ح

اختبار تفاعلى

📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ أوجد قيمة كل مما يأتي فى أبسط صورة :

١ $٣^{-٢}$ | ٢ 📖 $\left(\frac{١}{٤}\right)^{-١}$ | ٣ $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{-٢}$ | ٤ 📖 $\left(\sqrt{٥}\right)^{٤}$

٥ $\left(\sqrt{٣}\right)^{-٢}$ | ٦ 📖 $\left(-\sqrt{٣}\right)^{-٢}$ | ٧ $\left(\sqrt[٣]{٥}\right)^{-٣}$ | ٨ $\frac{١}{\left(\sqrt{٥}\right)^{-٢}}$

٩ 📖 $(٠,٠١)^{-٢}$ | ١٠ $(٠,٢)^{-٢}$ | ١١ $\left(\sqrt{٢}\right)^{-٢}$ | ١٢ 📖 $\left(\frac{\sqrt{٣}}{٣}\right)^{-٥}$

٢ اختصر كلًا مما يأتي إلى أبسط صورة حيث س $\neq$ ٠ :

١ $س^{٢} \times س^{-٢} \times س^{-١}$ | ٢ $س^{-٤} \div س^{-٣}$ | ٣ $(س^{٢})^{-٣} \times (س^{-٣})^{-٢}$

٤ $\frac{س^{٢} \times س^{-٣}}{س^{-٤} \times س}$ | ٥ $\frac{(س^{٢})^{-٣} \times (س^{-١})^{٢}}{س^{-٣} \times س^{-٤}}$

٣ اختصر كلًا مما يأتي إلى أبسط صورة :

١ 📖 $\left(\sqrt{٢}\right)^{٢} \times \left(\sqrt{٢}\right)^{٤}$ «٨»

٢ $\left(\sqrt{٧}\right)^{٥} \times \left(\sqrt{٧}\right)^{-٢} \times \left(\sqrt{٧}\right)^{-١}$ «٧»

٣ $\left(\sqrt{٢}\right)^{٤} \times \left(-\sqrt{٢}\right)^{٢} \times \left(\sqrt{٢}\right)^{-٢}$ «٤»

٤ $\sqrt{٣} \times \left(-\sqrt{٣}\right)^{٣} \times \left(-\sqrt{٣}\right)^{٤}$ «-٨١»

٥ $\left(\sqrt{٥}\right)^{-٤} \div \left(\sqrt{٥}\right)^{-٦}$ «٥» | ٦ 📖 $\left(-\sqrt{٥}\right)^{٩} \div \left(-\sqrt{٥}\right)^{٥}$ «٢٥»

٧ 📖 $\left(\frac{-١}{\sqrt{٢}}\right)^{٦}$ «$\frac{١}{٨}$» | ٨ 📖 $\left(\left(\sqrt{٢}\right)^{٣} \times \left(-\sqrt{٢}\right)^{٢}\right)^{٢}$ «٣٢»

٩ 📖 $\left(\sqrt{٣}\right)^{-٤} \times \left(-\sqrt{٢}\right)^{٤}$ «$\frac{٤}{٩}$» | ١٠ 📖 $\left((-٥)^{٣}\right)^{٢} \times \left(-\sqrt{٥}\right)^{-٤}$ «٦٢٥»

٤ اختصر كلًّا مما يأتي إلى أبسط صورة :

١ $\frac{(\sqrt{٧})^{-٤} \times (\sqrt{٧})^{-٣}}{(\sqrt{٧})^{-٩}}$ «٧»

٢ $\frac{(\sqrt{٣})^{٧} \times (\sqrt{٣})^{٨}}{(\sqrt{٣})^{٦}}$ «$٨١\sqrt{٣}$»

٣ $\frac{(\sqrt{٣})^{٨} \times (-\sqrt{٣})^{٦}}{(\sqrt{٣})^{١٢}}$ «٣»

٤ $\frac{(٢\sqrt{٧})^{-٢} \times (\sqrt{٢})^{-٤}}{(\sqrt{٧})^{-٢}}$ «$\frac{١}{١٦}$»

٥ $\frac{(٣\sqrt{٢})^{٤} \times (\sqrt{٢})^{٢}}{(٢\sqrt{٣})^{٢}}$ «٥٤»

٦ $\frac{(\sqrt{٣})^{-٤} \times (\sqrt{٢})^{٣} \times (٣\sqrt{٣})^{٥}}{(٣\sqrt{٢})^{٥} \times \sqrt{٣}}$ «$\frac{١}{٢}$»

٧ $\frac{(\sqrt{٣})^{٥} \times (\sqrt{٣})^{٤}}{(\sqrt{٣})^{٣} \times ٢٧}$ «١»

٨ $\frac{(\sqrt{٢})^{٥} \times (١٠)^{٦}}{(\sqrt{٢})^{٣} \times ٢^{٣} \times ٥^{٥}}$

٩ $\frac{(١٥)^{-٢} \times (\sqrt{٥})^{٣} \times ٣^{٣}}{٩ \times (\sqrt{٥})^{-٣}}$ «$\frac{٥}{٣}$»

١٠ $\frac{(١٠)^{٢} \times (١٠)^{-٧}}{(٠,١)^{٢} \times ٠,٠٠٠١}$ «١٠»

١١ $\left(\frac{٣\sqrt{٢}}{٢\sqrt{٣}}\right)^{٤}$ «$\frac{٩}{٤}$»

١٢ $\left(\frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٢}}\right)^{٢} \times \left(\frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٣}}\right)^{٤}$ «$\frac{٢}{٣}$»

٥ اختصر كلًّا مما يأتي إلى أبسط صورة :

١ $\frac{٩^{\text{س}} \times ٣^{\text{س}+٢}}{(٢٧)^{\text{س}}}$ «٩»

٢ $\frac{٢^{٢\text{س}} \times ٣^{\text{س}-١}}{(١٢)^{\text{س}}}$ «$\frac{١}{٣}$»

٣ $\frac{٢^{\text{س}} \times ٤^{\text{س}+١}}{٨^{\text{س}}}$ «٤»

٤ $\frac{(٣٦)^{ن} \times ٥^{٢ن}}{(٣٠)^{٢ن}}$ «١»

٥ $\frac{٢^{\text{س}} \times (٤٩)^{\text{س}-١}}{(٩٨)^{\text{س}}}$ «$\frac{١}{٤٩}$»

٦ $\frac{٤^{\text{س}+٢} \times ٩^{٢+\text{س}}}{٦^{٢\text{س}+٣}}$

٧ $\dfrac{٤^{ن} \times ٦^{٢ن}}{٢^{٤ن} \times ٣^{٢ن}}$ «١»

٨ $\dfrac{(٨١)^{س} \times ٦^{٢س}}{(٢٧)^{٢س - ١} \times ٤^{س}}$ «٢٧»

٩ $\dfrac{٢^{ن} \times ٩^{ن + ١} \times (\sqrt{٢})^{٢}}{٦ \times (١٨)^{ن}}$ «٣»

١٠ $\dfrac{٣ \times (١٨)^{س + ١} \times ٢^{س}}{٢ \times (٣٦)^{س}}$ «٢٧»

١١ $\dfrac{٦^{ن} \times ٤^{ن + \frac{١}{٢}}}{(٢٤)^{ن}}$ «٢»

١٢ $\dfrac{٨^{ن - ١} \times ٣٢^{-ن}}{٣٢ \times ٤^{-ن}}$ «$\frac{١}{٢٥٦}$»

١٣ $\dfrac{٤^{س + ١} \times ٩^{٢ - س}}{٦^{٢س}}$ ثم أوجد قيمة الناتج عندما س = ١ «٤»

١٤ $\dfrac{٩^{س - ١} \times (\sqrt{٢})^{٦س}}{٨^{س} \times (\sqrt{٣})^{٢س}}$ ثم أوجد قيمة الناتج عندما س = ٢ «١»

١٥ $٤^{س - ١} \times ٢^{٣س + ٢} \times \left(\frac{١}{٢}\right)^{٣س}$ ما قيمة الناتج إذا كانت : $٢^{س} = ٥$ ؟ «٢٥»

---

٦ **أثبت أن :** $\dfrac{(٢٧)^{س - ١} \times ٨^{س}}{(٢\sqrt{٢})^{٢س} \times (٣\sqrt{٣})^{٢س}} = \dfrac{١}{٢٧}$

---

٧ إذا كان : $أ = \sqrt{٣}$ ، $ب = \sqrt{٢}$ **فأوجد قيمة :**

١ $أ^{٤} - ب^{٤}$

٢ $\dfrac{أ^{٤}}{ب^{٤}}$

«٥ ، $\frac{٩}{٤}$»

---

٨ إذا كان : $س = ٢\sqrt{٢}$ ، ص = ٣ **فأوجد قيمة المقدار :** $(س^{٢} - ص^{٢})^{٣}$ «-١»

---

٩ إذا كانت : $س = \dfrac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، $ص = \dfrac{١}{\sqrt{٣}}$ ، $ع = \dfrac{\sqrt{٢}}{٢}$

فأوجد قيمة : $س^{٢} + (س ع)^{٢} \times ص^{٢}$ «$\frac{٧}{٨}$»

١٠ إذا كان : $أ = \frac{٣\sqrt{٢}}{٢}$ ، $ب = \frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٢}}$ فأثبت أن : $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{٢} - ٣\left(\frac{ب}{أ}\right)^{٢} = ٢$

١١ إذا كان : س = ٢ ، $ص = \sqrt{٣}$ فأوجد فى أبسط صورة قيمة :

١ $٣(س + ص)^{٤}(س - ص)^{٤}$

٢ $\left(\frac{س + ص}{س - ص}\right)^{-٢}$

٣ ، ٩٧ - ٥٦ $\sqrt{٣}$

١٢ إذا كان : $أ = \frac{١}{\sqrt{٢}}$ ، ب = -١ فأوجد قيمة : $٧أ^{٦} + (١ - ب)^{-٣}$

١

١٣ إذا كانت : س = ٣ ، $ص = \sqrt{٢}$ فأوجد فى أبسط صورة قيمة كل من :

١ $س^{-٢} ص^{-٤}$

٢ $(س^{-٢} \times ص^{٤})^{-٢}$

٣ $\left(\frac{س}{ص}\right)^{-٣}$

$\frac{١}{٣٦}$ ، $\frac{٨١}{١٦}$ ، $\frac{٢\sqrt{٢}}{٢٧}$

١٤ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $٥^{٢} + ٥^{٢} = $ .... (أ) $١٠^{٢}$ (ب) $١٠^{٤}$ (جـ) $٥^{٤}$ (د) ٥٠

٢ $٣^{٥} \times ٢^{٥} = $ .... (أ) $٥^{١٠}$ (ب) $٦^{١٠}$ (جـ) $٦^{٥}$ (د) $٦^{٢٥}$

٣ $(٥أ)^{صفر} = $ ..... ، أ ≠ ٠ (أ) ٥ (ب) أ (جـ) ٥ أ (د) ١

٤ $٣س^{صفر} = $ ..... ، س ≠ ٠ (أ) ٠ (ب) ١ (جـ) ٣ (د) ٣ س

٥ $٣^{(٣^{٢})} = $ .... (أ) $٣^{٦}$ (ب) $٣^{٥}$ (جـ) $٣^{٨}$ (د) $٣^{٣٢}$

٦ $(٥^{٢})^{٣} = $ .... (أ) $٥^{٦}$ (ب) $٥^{٥}$ (جـ) $٥^{٣٢}$ (د) ٥

٧ $٤^{٣} + ٤^{٣} + ٤^{٣} + ٤^{٣} = $ ....

(أ) $٤^{٣}$ (ب) $٤^{٤}$ (جـ) $٤^{١٢}$ (د) $٤^{٨١}$

٨ ربع العدد $٤^{٢٠} = $ ....

(أ) $١^{٢٠}$ (ب) $٤^{١٩}$ (جـ) $٤^{١٦}$ (د) $٤^{٥}$

٩ أربعة أمثال العدد $٢^{٨}$ هو ....

(أ) $٢^{٣٢}$ (ب) $٨^{٨}$ (جـ) $٢^{١٠}$ (د) $٤^{٨}$

١٠ سدس العدد : $٢^{١٢} \times ٣^{١٢}$ هو ....

(أ) $٦^{٢}$ (ب) $٦^{٤}$ (جـ) $٦^{١١}$ (د) $٦^{٢٣}$

١١ قيمة المقدار : $٢^{٥} + \left(\sqrt{٢}\right)^{١٠}$ تساوى ....

(أ) $٢^{٦}$ (ب) $٢^{١٠}$ (جـ) $\left(\sqrt{٢}\right)^{١٥}$ (د) $\left(\sqrt{٢}\right)^{٢٠}$

١٢ قيمة المقدار : $(٢)^{٢٠} + (٢)^{٢١}$ تساوى ....

(أ) ٢×٢^{٤٠} (ب) ٢×٢^{٤١} (جـ) ٣×٢^{٢٠} (د) ٣×٢^{٢١}

١٣ أى مما يأتى هو الأقرب إلى $(١١)^{٢} + ٩^{٢}$ ؟

(أ) $٢٢ + ١٨$ (ب) $٢١١ + ٢٩$ (جـ) $١٢٠ + ٢٠$ (د) $١٢٠ + ٨٠$

١٤ إذا كان : $٣^{س} = ٤$ فإن : $٣^{-س} =$ ....

(أ) -٤ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) ٤ (د) ١٢

١٥ إذا كان : $٢^{س} = ٥$ فإن : $٨^{س} =$ ....

(أ) ٥ (ب) ١٥ (جـ) ٢٥ (د) ١٢٥

١٦ إذا كان : $٦^{س} = ١١$ فإن : $٦^{س+١} =$ ....

(أ) ١٢ (ب) ٢٢ (جـ) ٦٦ (د) ٧٢

١٧ إذا كان : $٥^{س} = ٤$ فإن : $٥^{س-١} =$ ....

(أ) ١,٢٥ (ب) ٠,٨ (جـ) ٠,١٢٥ (د) ٠,٠٨

١٨ $٠,٠٠٢ \times ٠,٠٥ =$ ....

(أ) $١٠^{-٥}$ (ب) $١٠^{-٤}$ (جـ) $١٠^{٤}$ (د) $١٠^{٥}$

١٩ إذا كان : $س = \frac{\sqrt{٩}}{\sqrt{٣}}$ فإن : $س^{-١} =$ ....

(أ) $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$ (ب) $\frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٢}}$ (جـ) $\sqrt{٣}$ (د) ٢

٢٠ $س^{م-1} \times$ .... $= 1$ ، $س \neq 0$

(أ) $س^{م-1}$ (ب) $س^{-م-1}$ (جـ) $س^{م+1}$ (د) $س^{-م+1}$

٢١ $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^{9}\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^{9} =$ ....

(أ) ١ (ب) $\sqrt{5}$ (جـ) $\sqrt{6}$ (د) ٥

٢٢ القيمة العددية للمقدار : $\frac{2^{2ن+1} \times 5^{2ن+1}}{(10)^{2ن}}$ تساوى ....

(أ) $\frac{1}{10}$ (ب) ٧ (جـ) ١٠ (د) ١٠٠

١٥ أكمل ما يأتى :

١ $\left(\sqrt{3}\right)^{4} \times \left(\sqrt{3}\right)^{2} = 3^{......}$

٢ $\frac{\left[\left(\sqrt{7}\right)^{3}\right]^{2}}{\left[\left(\sqrt{7}\right)^{2}\right]^{3}} =$ ....

٣ $\left(\left(\sqrt{5}\right)^{9}\right)^{11} - \left(\left(\sqrt{5}\right)^{11}\right)^{9} =$ ....

٤ $م^{......} \times م^{6} = م^{6}$

٥ أبسط صورة للمقدار : $2^{صفر} \times 2^{-1} \times \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^{2} =$ ....

٦ أكبر عدد فى العددين $\left(-\sqrt{2}\right)^{25}$ ، $\left(-\sqrt{2}\right)^{24}$ هو ....

٧ إذا كان أربعة أمثال عدد هو 4^{2} فإن : $\frac{3}{4}$ هذا العدد هو ....

٨ إذا كان : $(س - 5)^{صفر} = 1$ فإن : $س \in$ ....

٩ إذا كانت : $س = \left(\sqrt{2}+3\right)^{5}$ ، $ص = \left(\sqrt{2}+3\right)^{-5}$

فإن : س ص = ...

١٠ إذا كان : $\left(\frac{1}{2}\right)^{س} = 5$ فإن : $(8)^{-س} =$ ....

١١ إذا كان : $2^{س} = 7$ ، $2^{ص} = 5$ فإن : $2^{س+ص} =$ ....

١٢ إذا كان : $5^{س} = 3$ ، $5^{-ص} = 7$ فإن : $5^{س+ص} =$ ....



للمتفوقين

١٦ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : $س^{٣} ص^{-٣} = ٨$ فإن : $ص^{٢} س^{-٢} =$ ....

٢ إذا كان : $س = \sqrt{٢}$ ، $ص = (\sqrt{٢})^{-١}$ فإن : $س^{١٠١} ص^{١٠٠} =$ ....

٣ إذا كان : $٣^{س + ٢} = ١٨$ فإن : $(٨١)^{س} =$ ....

٤ إذا كان : $٢^{س} = ٣$ ، $٢^{ص} = ٥$ فإن : $٤^{٢س + ص} =$ ....

---

١٧ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $٥ \times ٥ \times ٥ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ = ٤ \times$ ....

(أ) $٥^{٣}$ (ب) $٢^{٣}$ (جـ) $١٠^{٣}$ (د) $٥^{٣} + ٢^{٣}$

٢ إذا كانت : $٣س - ص = ١٢$ فما هى قيمة : $\frac{٨^{س}}{٢^{ص}}$ ؟

(أ) $٢^{١٢}$ (ب) $٤^{٤}$

(جـ) $٨^{٢}$ (د) المعلومات لاتكفى الحل.

٣ $٢^{٢٠١١} = ٢^{٢٠١٠} +$ ....

(أ) ٢ (ب) ٢٠١٠ (جـ) $٢^{٢٠١٠}$ (د) $٢^{٢٠١١}$

٤ المقدار : $٢^{١٠٠٠} + ٢٥٦^{١٢٥} =$ ....

(أ) $٢٥٨^{١٢٥}$ (ب) $٢٥٨^{١١٢٥}$ (جـ) $٢^{١٠٠١}$ (د) $٤^{١٠٠٠}$

٥ إذا كانت : $س \neq ٠$ ، $س + \frac{١}{س} = \sqrt{٥}$ فإن : $س^{٢} + \frac{١}{س^{٢}} =$ ....

(أ) ١ (ب) ٣ (جـ) ٥ (د) ٧

٦ الرقم فى خانة أحاد العدد $٣^{١٢} \times ٢^{١٤}$ هو ....

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٦



الدرس

2

حل المعادلات الأسية فى ح

المعادلات الأسية

المعادلات الأسية هى المعادلات التى يكون فيها المجهول عبارة عن أس.

أمثلة للمعادلات الأسية : • $٥^{ن} = ١٢٥$ • $٣^{س + ٤} = ٢٧$

ويمكن حل بعض المعادلات الأسية باستخدام إحدى الطرق الآتية :

الطريقة الأولى

نجعل الأساس = الأساس فيكون : **الأس = الأس** بشرط أن الأساس ≠ ٠ أ، ±١

أى أنه :

إذا كان : أ عددًا حقيقيًا ، م ، ن عددين صحيحين

وكان : $أ^{م} = أ^{ن}$ فإن : م = ن حيث : أ ≠ ٠ ، أ ≠ ±١

فمثلًا : إذا كان : $٣^{ن} = ٩$ فإن : $٣^{ن} = ٣^{٢}$

، ∵ الأساس = الأساس ∴ الأس = الأس ∴ ن = ٢

الطريقة الثانية

نجعل الأس = الأس فيكون :

إما الأساس = الأساس إذا كان الأس فرديًا

أ، الأساس = ± الأساس إذا كان الأس زوجيًا

أ، الأس = صفر إذا كان الأساس ≠ ± الأساس

أى أنه :

إذا كان : أ ، ب عددين حقيقيين ، م عددًا صحيحًا وكان : $أ^م = ب^م$ فإن :

- أ = ب إذا كان : م عددًا فرديًا فمثلًا : إذا كان : $ن^5 = 3^5$ فإن : ن = ٣
- أ = ± ب إذا كان : م عددًا زوجيًا فمثلًا : إذا كان : $ن^2 = 3^2$ فإن : ن = ± ٣
- م = صفر إذا كان : أ ≠ ± ب

فمثلًا : إذا كان : $7^{ن-2} = 5^{ن-2}$ فإن : ن − ٢ = ٠ ومنها ن = ٢

مثال ١

أوجد قيمة ن فى كل مما يأتى :

١ $2^{ن+5} = 8$ | ٢ $9^{ن-1} = \frac{1}{81}$ | ٣ $\left(\frac{3}{5}\right)^{ن+2} = \left(2\frac{7}{9}\right)^{-2}$

٤ $3^{3ن-6} = 5^{3ن-6}$ | ٥ $7^{ن(ن-3)} = 1$ | ٦ $3^{ن+2} = ن^{ن+2}$

الحل

١ ∵ $2^{ن+5} = 8$ ∴ $2^{ن+5} = 2^3$

، ∵ الأساس = الأساس ∴ الأس = الأس

∴ ن + ٥ = ٣ ∴ ن = −٢

٢ ∵ $٩^{ن-١} = \frac{١}{٨١}$

∴ $٩^{ن-١} = \frac{١}{٩^٢} = ٩^{-٢}$

، ∵ الأساس = الأساس

∴ الأس = الأس

∴ ن − ١ = −٢

∴ ن = −١

٣ ∵ $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{ن+٢} = \left(٢\frac{٧}{٩}\right)^{-٢}$

∴ $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{ن+٢} = \left(\frac{٢٥}{٩}\right)^{-٢}$

∴ $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{ن+٢} = \left(\frac{٩}{٢٥}\right)^{٢}$

∴ $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{ن+٢} = \left[\left(\frac{٣}{٥}\right)^{٢}\right]^{٢}$

∴ $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{ن+٢} = \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٤}$

، ∵ الأساس = الأساس

∴ الأس = الأس

∴ ن + ٢ = ٤

∴ ن = ٢

٤ ∵ $٣^{٣ن-٦} = ٥^{٣ن-٦}$ ، ∵ الأس = الأس

∴ إما أن يكون : الأساس = الأساس أو يكون : الأس = صفر

، ∵ ٣ ≠ ٥

∴ ٣ن − ٦ = صفر

∴ ٣ن = ٦

∴ ن = ٢

٥ ∵ $٧^{ن(ن-٣)} = ١$

∴ $٧^{ن(ن-٣)} = ٧^{صفر}$

، ∵ الأساس = الأساس

∴ الأس = الأس

∴ ن(ن − ٣) = ٠

∴ إما ن = ٠ ، أ ن − ٣ = ٠ ومنها ن = ٣

لاحظ أنه :

إذا كان : $أ^{ن} = ١$ فإن : ن = ٠

حيث : أ ≠ ٠ ، أ ≠ ±١

٦ ∵ $٣^{ن+٢} = ن^{ن+٢}$ ، ∵ الأس = الأس

∴ إما أن يكون الأساس = الأساس   ومنها $ن = ٣$

أو يكون الأس = صفر

ومنها : $ن + ٢$ = صفر   ∴ $ن = -٢$

حاول بنفسك ١

أوجد قيمة ن فى كل مما يأتى :

١ $٢^{ن-٢} = ١٦$ ٢ $٤^{ن+١} = \frac{١}{٦٤}$ ٣ $٣^{ن-٥} = ٧^{ن-٥}$

مثال ٢

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى ح :

١ $\frac{(١٨)^{ن}}{٨^{ن} \times ٩^{ن}} = ١٦$ ٢ $٣^{|س|} = ٨١$

٣ $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{س^٢-س} = ٢\frac{١}{٤}$ ٤ $\frac{١}{(س+٣)^٢} = ٠,٠١$

الحل

١ ∵ $\frac{(١٨)^{ن}}{٨^{ن} \times ٩^{ن}} = ١٦$ ∴ $\frac{(٣^٢ \times ٢)^{ن}}{(٢^٣)^{ن} \times (٣^٢)^{ن}} = ١٦$ ∴ $\frac{٣^{٢ن} \times ٢^{ن}}{٢^{٣ن} \times ٣^{٢ن}} = ٢^٤$

∴ $٢^{ن-٣ن} = ٢^٤$ ∴ $٢^{-٢ن} = ٢^٤$ ∴ $-٢ن = ٤$

∴ $ن = -٢$ ∴ م.ح = $\{-٢\}$

٢ ∵ $٣^{|س|} = ٨١$ ∴ $٣^{|س|} = ٣^٤$ ∴ $|س| = ٤$

∴ $س = \pm ٤$ ∴ م.ح = $\{٤ ، -٤\}$

٣ ∵ $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{س^٢-س} = ٢\frac{١}{٤}$ ∴ $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{س^٢-س} = \frac{٩}{٤}$

∴ $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{س^٢-س} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^٢$ ∴ $س^٢ - س = ٢$

∴ $س^٢ - س - ٢ = ٠$ وبالتحليل : ∴ $(س - ٢)(س + ١) = ٠$

∴ إما $س - ٢ = ٠$ ومنها $س = ٢$

أ، $س + ١ = ٠$ ومنها $س = -١$ ∴ م.ح = $\{٢ ، -١\}$

٤ ∵ $\frac{١}{(س + ٣)^٢} = ٠,٠١$ ∴ $\frac{١}{(س + ٣)^٢} = \frac{١}{١٠٠}$

∴ $\frac{١}{(س + ٣)^٢} = \frac{١}{(١٠)^٢}$ ∴ $(س + ٣)^٢ = (١٠)^٢$

، ∵ الأس عدد زوجى ∴ $س + ٣ = ١٠$ ومنها $س = ٧$

أ، $س + ٣ = -١٠$ ومنها $س = -١٣$ ∴ م.ح = $\{٧ ، -١٣\}$

حل آخر

∵ $\frac{١}{(س + ٣)^٢} = ٠,٠١$ ∴ $\frac{١}{(س + ٣)^٢} = \frac{١}{١٠٠}$

∴ $(س + ٣)^٢ = ١٠٠$ ∴ $س + ٣ = \pm\sqrt{١٠٠}$

∴ $س + ٣ = \pm ١٠$ ∴ $س + ٣ = ١٠$ ومنها $س = ٧$

أ، $س + ٣ = -١٠$ ومنها $س = -١٣$

∴ مجموعة الحل = $\{٧ ، -١٣\}$

حاول بنفسك ٢

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى ح :

١ $٢^{س^٢ - ٩} = ١$

٢ $(\sqrt{٣})^{|س|} = ٩$

٣ $\frac{٤^س \times ٩^{س+١}}{(٣٦)^س} = ٣س$

---

١ ① م.ح = {-٤ ، ٤} ② م.ح = {-٣ ، ٣} ③ م.ح = {٨}

٢ ① ٤ ② -٣ ③ ٥

حاول بنفسك

تمارين 11

على حل المعادلات الأسية فى ح





📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ أوجد قيمة ن فى كل مما يأتى حيث ن ∈ ص :

١) $٥^{ن} = ٢٥$ «٢»

٢) $٢^{-ن} = ٣٢$ «-٥»

٣) 📖 $٣^{ن - ٢} = ٨١$ «٦»

٤) $٣^{ن - ٢} = ١$ «٢»

٥) 📖 $٣^{ن - ٢} = \frac{١}{٩}$ «صفر»

٦) 📖 $(\sqrt{٣})^{ن - ١} = ٩$ «٥»

٧) 📖 $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{٢ن - ١} = \frac{٨}{١٢٥}$ «٢»

٨) 📖 $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{ن + ٢} = \frac{١٢٥}{٢٧}$ «-٥»

٩) 📖 $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{ن - ٤} = ٢\frac{١}{٤}$ «٢»

١٠) 📖 $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{ن + ٥} = \left(٣\frac{٣}{٨}\right)^{-٢}$ «١»

١١) $٥^{٢ن - ٤} = ٧^{٢ن - ٤}$ «٢»

١٢) $٣^{ن - ٤} = ن^{ن - ٤}$ «٣ أ ، ٤»

١٣) $٩ \times ٣^{ن - ٤} = ١$ «٢»

١٤) $٢ \times ٤^{ن + ٣} = \frac{١}{٣٢}$ «-٦»

٢ أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى ح :

١) $٦^{س^{٢} - ٤} = ٧^{س^{٢} - ٤}$ «{-٢ ، ٢}»

٢) $٢^{س^{٢} - ٩} = ١$ «{-٣ ، ٣}»

٣) $٢^{س^{٢} - س} = ٤$ «{-١ ، ٢}»

٤) $٥^{|س|} = ١٢٥$ «{-٣ ، ٣}»

٥) 📖 $(٣٢)^{س - ٣} = ٨^{٢س + ١}$ «{-١٨}»

٦) 📖 $٣^{س - ٢} = (\sqrt{٣})^{س + ٥}$ «{١١}»

٧) 📖 $٢٥ \times ٣^{س - ١} = ٩ \times ٥^{س - ١}$ «{٣}»

٣ أوجد قيمة ن فى كل مما يأتى حيث ن ∈ ص :

١) $\frac{٢^{ن} \times ٩^{ن + ١}}{(١٨)^{ن}} = ٣^{ن}$ «٢»

٢) 📖 $\frac{٨^{ن} \times ٩^{ن}}{(١٨)^{ن}} = ٦٤$ «٣»

٣) $\frac{٦^{٢ن - ٣}}{٢^{ن - ١} \times ٣^{ن - ١}} = ٦$ «٣»

٤) $\frac{(١٢)^{ن - ١}}{٢^{ن - ١} \times ٣^{ن - ١}} = ١$ «١»

٥ 📖 $\frac{٣^{ن} \times ٨^{ن}}{(١٢)^{ن+١}} = \frac{١}{٣}$ «٢»

٦ $\frac{٤^{٢ن} \times (\sqrt{٣})^{٤ن}}{٩^{ن} \times ٤^{ن}} = \frac{١}{١٦}$

٧ $\frac{٤^{ن-١} \times ٢^{ن+٣}}{٨^{ن}} = ٢^{ن^{٢}}$ «±١»

٨ $\frac{(١٤)^{٢ن} \times ٤^{ن+١}}{٤ \times ٧^{ن} \times ١٦^{ن}} = ٤٩$

٤ أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى ح :

١ $(س - ٤)^{٥} = ٣٢$ «{٦}»

٢ 📖 $\frac{١}{(س + ٩)^{٤}} = ٠,٠٠٠١$

٣ $(س^{٢} - س)^{٥} = ٣٢$ «{-١ ، ٢}»

٤ $(\sqrt{٣})^{س^{٢} - س} = ١$

٥ 📖 $٥^{س^{٢} - ٥ س} = ٠,٠٠١٦$ «{٤ ، ١}»

٦ $٥^{س^{٢}} = ٢٥^{س + ٤}$

٥ 📖 إذا كان : $\frac{٦^{٢ن} \times ٢^{٢ن}}{٤^{٢ن} \times ٣^{٢ن+٤}} = ٩^{-س}$ فأوجد قيمة : س

٦ إذا كان : $\frac{(٨١)^{س} \times ٤^{س}}{٦^{٢س} \times ٣^{٢س}} = ٣^{ص-١}$ أوجد قيمة : ص

٧ إذا كان : $\frac{٧^{س} \times ٦^{س}}{(١٤)^{س}} = ٣^{٢-ص}$ أوجد قيمة : س + ص

٨ 📖 إذا كان : $\left(\sqrt{\frac{٣}{٢}}\right)^{س} = \frac{٤}{٩}$ فأوجد قيمة : $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{س+١}$

٩ 📖 إذا كان : $\frac{٤٩^{ن} \times ٢٥^{٢ن} \times ٣^{٤ن}}{٧^{-ن} \times ١٥^{٤ن}} = ٣٤٣$ فأوجد قيمة : $٦^{٢ن}$

١٠ 📖 إذا كان : $٣^{س} = ٢٧$ ، $٤^{س + ص} = ١$ فأوجد قيمتى : س ، ص

١١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : $٣^{س+١} = ٥^{س+١}$ فإن : س = …………

(أ) ٤ (ب) ٣ (جـ) −١ (د) ١

٢ إذا كان : $٣^{٢+س} = ٥^{س+٢}$ فإن : $٧^{س+٢}$ = …………

(أ) ٧ (ب) −٧ (جـ) −١٤ (د) ١

٣ إذا كان : $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٩} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{س}$ فإن : س = ...

(أ) -٩ (ب) ٩ (جـ) ٣٢ (د) ٢٣

٤ إذا كان : $٢^{س} = \frac{١}{٨}$ فإن : $س^{٢}$ = ...

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) ٩ (جـ) -٩ (د) $-\frac{١}{٩}$

٥ إذا كان : $٣^{س-١} = \sqrt[٣]{\frac{١}{٢٧}}$ فإن : س = ...

(أ) ١ (ب) صفر (جـ) -١ (د) -٢

٦ إذا كان : $\left(\sqrt{٣}\right)^{س+١} = ٣\sqrt{٣}$ فإن : س = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) صفر (د) ٣

٧ إذا كان : $٢^{س-٢} = ٢^{١-٢س}$ فإن : س = ...

(أ) ٢ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) ١ (د) صفر

٨ إذا كان : $٣^{س} = ٩$ فإن : $٢^{س} - ١$ = ...

(أ) ٧ (ب) ٣ (جـ) ٨ (د) ٥

٩ إذا كان : $٢^{٢س} = ٤$ فإن : $٢^{٥س}$ = ...

(أ) ٣٢ (ب) ١٦ (جـ) ١٠ (د) ٨

١٠ إذا كان : $٠,٠٥ \times ٠,٠٠٢ = ١٠^{س}$ فإن : س = ...

(أ) -٤ (ب) صفر (جـ) ٢ (د) ٤

١١ إذا كان : $٢^{س-١} \times ٣^{١-س} = \frac{٩}{٤}$ فإن : س = ...

(أ) -٣ (ب) -١ (جـ) ١ (د) ٣

١٢ إذا كان : $٢^{س} = \left(٢\sqrt{٥} + ٣\sqrt{٢}\right)\left(٢\sqrt{٥} - ٣\sqrt{٢}\right)$ فإن : س = ...

(أ) ١ (ب) -١ (جـ) ٢ (د) -٢

١٣ إذا كان : $٣^{س} = ٧$ ، $٧^{ص} = ٩$ فإن : س ص = ...

(أ) ٥ (ب) ٢ (جـ) ٧ (د) ٩

١٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : $٣^{ن} \times ٣^{٥} = ١$ فإن : ن = ...

٢ إذا كان : $٢^{ص} \times ٥^{ص} = ١٠٠$ فإن : ص = ...

٣ إذا كانت : $٣^{س} \times ٢^{-س} = ١,٥$ فإن : س = ...

٤ إذا كانت : $٢^{س} \times ٥^{-س} = ٢,٥$ فإن : س = ...

٥ إذا كان : $٤^{س-٦} = ٦٤$ فإن : $\sqrt{س}$ = ...

٦ إذا كانت : $٤^{س-١٠} = \frac{١}{١٦}$ فإن : $\sqrt[٣]{س}$ = ...

٧ إذا كان : $(\sqrt{٥})^{٢س} = \frac{١}{٥}$ فإن : س = ...

٨ إذا كان : $\frac{٢^{س} \times ٣^{س}}{(١٢)^{س}} = \frac{١}{٢}$ فإن : س = ...

٩ إذا كان : $٣^{س} + ٣^{س} + ٣^{س} = ١$ فإن : س = ...

١٠ إذا كان : $٢^{س} + ٢^{س} + ٢^{س} = ٤٨$ فإن : س = ...

١١ إذا كان : ربع $٢^{٥} = ٢^{س+٢}$ فإن : س = ...

١٢ إذا كان : $\{٣ ، أ^{س-٢}\} = \{١ ، ٣\}$ فإن : س = ...

١٣ إذا كان : $(٢^{س} ، ١٢٥) = (١٦ ، ص^{٣})$ فإن : س = ... ، ص = ...

للمتفوقين

١٣ أوجد قيمة س فى كل مما يأتى حيث س ∈ ح :

١ $س^{س+٢} = ٤^{س+٢}$

٢ $أ^{س+٢} - ١ = (أ - ١)(أ + ١)(أ^{٢} + ١)(أ^{٤} + ١)$

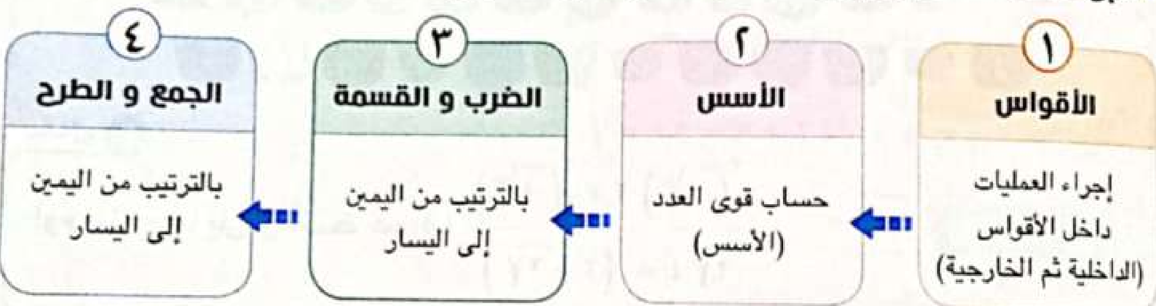


الدرس

3

العمليات الحسابية على القوى الصحيحة

• سبق لك دراسة ترتيب إجراء العمليات الرياضية كما يلى :



• أيضًا الآلات الحاسبة العلمية تتبع نفس الترتيب السابق لإجراء العمليات الرياضية.

وفيما يلى نقدم بعض الأمثلة كتطبيق على الترتيب السابق.

مثال ①

أوجد ناتج كل مما يأتى :

١ $٢٠ \div (١٢ - ٢) \times ٣^{٢} - ٢$

٢ $(\sqrt{٣})^{٧} \div ٣\sqrt{٣} + ٢\sqrt{٥} \times (\sqrt{٥})^{-١}$

الحل

١ $٢٠ \div (١٢ - ٢) \times ٣^{٢} - ٢ = ٢٠ \div ١٠ \times ٣^{٢} - ٢$ (الأقواس)

$= ٢٠ \div ١٠ \times ٩ - ٢$ (قوى العدد)

$= ٢ \times ٩ - ٢$ (القسمة)

$= ١٨ - ٢$ (الضرب)

$= ١٦$ (الطرح)

• للتأكد من صحة الحل يمكنك استخدام الآلة الحاسبة العلمية fx-991ES PLUS وذلك بالضغط على المفاتيح بالتتابع الآتى من اليسار إلى اليمين :

٢ $(\sqrt{3})^{7} \div 3\sqrt{3} + 2\sqrt{5} \times (\sqrt{5})^{-1} = (\sqrt{3})^{7} \div (\sqrt{3})^{3} + 2(\sqrt{5})^{1-1}$

$= (\sqrt{3})^{7-3} + 2(\sqrt{5})^{\text{صفر}}$

$= (\sqrt{3})^{4} + 2 \times 1 = 9 + 2 = 11$

• للتأكد من صحة الحل يمكنك استخدام الآلة الحاسبة كما يلى :

ابدأ

مثال ٢

أوجد ناتج ما يلى فى أبسط صورة : $\dfrac{(\sqrt{8})^{2} \div 2(\sqrt{2})^{2}}{(\sqrt{2}+2)^{2} - 4\sqrt{2}}$

الحل

$\dfrac{(\sqrt{8})^{2} \div 2(\sqrt{2})^{2}}{(\sqrt{2}+2)^{2} - 4\sqrt{2}} = \dfrac{(2\sqrt{2})^{2} \div 2(\sqrt{2})^{2}}{(2+4+4\sqrt{2}) - 4\sqrt{2}} = \dfrac{2^{2}(\sqrt{2})^{2} \div 2(\sqrt{2})^{2}}{6}$

$= \dfrac{8 \div 2}{6} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$

حاول بنفسك ١

أوجد ناتج ما يلى فى أبسط صورة وتأكد من الحل باستخدام الآلة الحاسبة :

$\dfrac{(2\sqrt{5})^{5} \div 2\sqrt{20}}{2\sqrt{15} + (\sqrt{5} - \sqrt{3})^{2}}$

مثال ٣

إذا كان : $س = \sqrt{٥}$ ، $ص = \sqrt{٧}$ فأوجد القيمة العددية لكل من :

١ $\dfrac{س^٤ - ص^٤}{س^٢ + ص^٢}$ ٢ $\dfrac{س^٣ - ص^٣}{س - ص}$

الحل

١ $\dfrac{س^٤ - ص^٤}{س^٢ + ص^٢} = \dfrac{(س^٢ - ص^٢)(س^٢ + ص^٢)}{س^٢ + ص^٢}$ «تحليل فرق بين مربعين»

$= س^٢ - ص^٢ = (\sqrt{٥})^٢ - (\sqrt{٧})^٢ = ٥ - ٧ = -٢$

٢ $\dfrac{س^٣ - ص^٣}{س - ص} = \dfrac{(س - ص)(س^٢ + س ص + ص^٢)}{س - ص}$ «تحليل فرق بين مكعبين»

$= س^٢ + س ص + ص^٢ = (\sqrt{٥})^٢ + \sqrt{٥} \times \sqrt{٧} + (\sqrt{٧})^٢$

$= ٥ + \sqrt{٣٥} + ٧ = ١٢ + \sqrt{٣٥}$

حاول بنفسك ٢

إذا كان : $س = \sqrt{٥}$ ، $ص = \sqrt{٣}$ فأوجد القيمة العددية لكل من :

١ $\dfrac{س^٤ - ص^٤}{س^٢ - ص^٢}$ ٢ $\dfrac{س^٣ + ص^٣}{س + ص}$

تمارين 12

على العمليات الحسابية على القوى الصحيحة



١ أكمل ما يأتى :

١ $٣ \times ٢^{٢} - ٦ \div ٣ \times ٥ + ٤ = \dots\dots\dots$

٢ أبسط صورة للمقدار : $٢^{-٣} \times ٢^{-٢} \div ٤^{-٣} = \dots\dots\dots$

٣ أبسط صورة للمقدار : $٢^{-٣} \times ٣^{-٢} \div ٦^{-٤} = \dots\dots\dots$

٤ أبسط صورة للمقدار : $(٣^{-٢})^{٣} \div ٩^{-٣} \times (-٢)^{-١} = \dots\dots\dots$

٥ أبسط صورة للمقدار : $٤^{٣} \times ٣^{-٢} \times \left(\sqrt[٣]{-٨}\right)^{-٥} = \dots\dots\dots$

٢ أوجد ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة :

١ $(\sqrt{٥})^{٥} \div ٥\sqrt{٥} + ٢\sqrt{٣} \times \sqrt{٣}$

٢ $(٢\sqrt{٣})^{٣} \times \sqrt{٣} - (\sqrt{٢})^{٧} \div ٤\sqrt{٢}$

٣ $(\sqrt{٣})^{-٣} \times ٣\sqrt{٣} + (\sqrt{٣})^{-٤} \div (\sqrt{٣})^{-١٠}$

٤ $(٢\sqrt{٥})^{٤} - (\sqrt{٥})^{-٣} \times (٥\sqrt{٥})^{٢} \div ٥\sqrt{٥}$

٣ أوجد ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة :

١ $$\frac{(\sqrt{٣})^{٧} \times (\sqrt{٣})^{-٥} - (\sqrt{٣})^{٢}}{(\sqrt{٣})^{٧} \times (\sqrt{٣})^{-٥} + (\sqrt{٣})^{٢}}$$

٢ $$\frac{٢(\sqrt{٣})^{٥} \div ٣\sqrt{٣}}{٢\sqrt{٣} + (\sqrt{٣} - ١)^{٢}}$$

٣ $$\frac{(٢\sqrt{٢})^{٣} \times ٣\sqrt{٢}}{(\sqrt{٦} + \sqrt{٢})^{٢} - ٢\sqrt{١٢}}$$

٤ إذا كان : $أ = \sqrt{٢}$ ، $ب = \sqrt{٣}$ فأوجد القيمة العددية لكل من :

١ $\frac{ب^٤ - أ^٤}{ب^٢ + أ^٢}$ «١»

٢ $\frac{أ^٣ + ب^٣}{أ + ب}$ «$٥ - \sqrt{٦}$»

٥ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ المقدار : $\frac{٣^س \times ٣^س \times ٣^س}{٣^س + ٣^س + ٣^س}$ يساوى ....

(أ) $٣^{٢س - ١}$ (ب) $٣^{١ - ٢س}$ (جـ) $٣^{س^٣ - ٢س}$ (د) $٣^{س^٣ - س}$

٢ $(٥^{س + ٢} - ٥^{س + ١}) \div ٥^س =$ ....

(أ) ٥ (ب) ١٠ (جـ) ١٥ (د) ٢٠

٣ قيمة المقدار : $٣^٥ + (\sqrt{٣})^{١٠} - ٢ (٣)^٥ =$ ....

(أ) صفر (ب) $٣^٥$ (جـ) $(\sqrt{٣})^٥$ (د) $٢ (٣)^٥$

٤ أبسط صورة للمقدار : $\sqrt{٤ \times \sqrt{١٦} \div \sqrt[٣]{٨} - ٢^٢}$ هى ....

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) ١٦

٥ إذا كان : $س = \sqrt{٣}$ ، $ص = \sqrt{٥}$ فإن : $\frac{س^٨ - ص^٨}{س^٤ + ص^٤} =$ ....

(أ) ٤ (ب) ‎-٤ (جـ) ١٦ (د) ‎-١٦

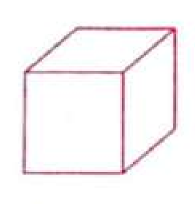
تطبيقات هندسية

٦ إذا كانت المساحة الكلية لمكعب تساوى $٣,٣٧٥ \times ١٠^٢$ سم^٢

فأوجد :

١ طول حرف المكعب.

٢ حجم المكعب.



«٧,٥ سم ، ٤٢١,٨٧٥ سم^٣»



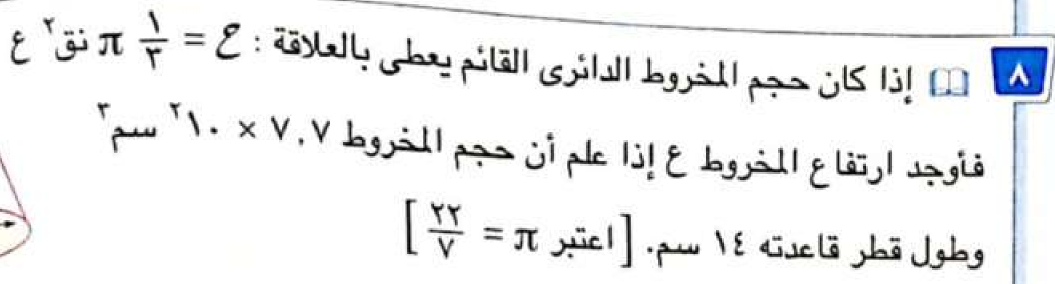
٧ 📖 إذا كان حجم الكرة $ح = \frac{٤}{٣} \pi$ نق^{٣}

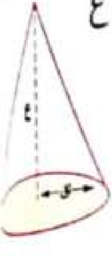
فأوجد طول نصف قطر كرة

حجمها ٣٫٨٨٠٨ × ١٠^{٤} سم^{٣} [اعتبر $\pi = \frac{٢٢}{٧}$]



«٢١٠ سم»





٨ 📖 إذا كان حجم المخروط الدائرى القائم يعطى بالعلاقة : $ح = \frac{١}{٣} \pi$ نق^{٢} ع

فأوجد ارتفاع المخروط ع إذا علم أن حجم المخروط ٧٫٧ × ١٠^{٢} سم^{٣}

وطول قطر قاعدته ١٤ سم. [اعتبر $\pi = \frac{٢٢}{٧}$]

«١٥ سم»



تطبيقات حياتية

٩ 📖 الربط بالأعمال التجارية : إذا كان : جـ = م (١ + ر)^{ن} حيث (جـ) جملة المبلغ م بالجنيه ، (ر) ربح الجنيه فى السنة ، (ن) عدد السنوات. فأوجد (جـ) لأقرب جنيه علمًا بأن :

م = ٢٫٥ × ١٠^{٤} ، ر = ٩٫٨ × ١٠$^{-٢}$ ، ن = ١٢

«٧٦٧٦٦ جنيهًا»

١٠ 📖 السكان : إذا كان عدد السكان (ص) بالمليون فى إحدى الدول يتحدد من العلاقة :

ص = ١١٫٧ (١٫٠٢)^{س} حيث س عدد السنين بدءًا من عام ٢٠٠٥

فأوجد لأقرب مليون عدد السكان المتوقع لهذه الدولة فى :

١ عام ٢٠١١ ٢ عام ٢٠٠٠

«١٣ مليونًا ، ١١ مليونًا»



للمتفوقين

١١ 📖 إذا كانت : س = ٢ + $\sqrt{٣}$ ، ص = ٢ − $\sqrt{٣}$

فأوجد قيمة المقدار : $\frac{س^{٧} ص^{٨} - ص}{(س + ص)^{٩}}$ فى أبسط صورة.

«صفر»

ملخص الوحدة الثانية

- إذا كان : $أ \in ح$ ، $ن \in ص_+$

فإن : $أ^ن = أ \times أ \times أ \times \dots \times أ$ حيث أ مكرر كعامل ن من المرات.

- إذا كان : $أ \in ح^*$ فإن : $أ^{صفر} = ١$
- $(-أ)^ن = أ^ن$ إذا كان ن عددًا زوجيًا.
- $(-أ)^ن = -أ^ن$ إذا كان ن عددًا فرديًا.
- إذا كان : أ عددًا حقيقيًا لا يساوي الصفر ، ن عددًا صحيحًا موجبًا

فإن : $أ^{-ن} = \frac{١}{أ^ن}$ ، $أ^ن = \frac{١}{أ^{-ن}}$

قوانين القوى الصحيحة فى ح

١ $أ^م \times أ^ن = أ^{م+ن}$

٢ $\frac{أ^م}{أ^ن} = أ^{م-ن}$

٣ $(أب)^ن = أ^ن ب^ن$

٤ $\left(\frac{أ}{ب}\right)^ن = \frac{أ^ن}{ب^ن}$

٥ $(أ^م)^ن = أ^{من}$

إذا كان : أ عددًا حقيقيًا ، م ، ن عددين صحيحين

وكان $أ^م = أ^ن$ فإن : م = ن حيث : $أ \neq ٠$ ، $أ \neq \pm ١$

- إذا كان : أ ، ب عددين حقيقيين ، م عددًا صحيحًا وكان : $أ^م = ب^م$ فإن :
  - أ = ب إذا كان م عددًا فرديًا.
  - أ = ± ب إذا كان م عددًا زوجيًا.
  - م = صفر إذا كان $أ \neq \pm ب$
- إذا كان : $أ^ن = ١$ فإن : ن = صفر حيث : $أ \neq ٠$ ، $أ \neq \pm ١$
- ترتيب إجراء العمليات الرياضية كما يلى :





امتحانات على الوحدة الثانية

النموذج الأول

أجب عن جميع الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $٣^{-٢} = \dots\dots\dots$

(أ) -٩ (ب) $\frac{-١}{٩}$ (جـ) $\frac{١}{٩}$ (د) ٩

٢ إذا كان : $٦^{س} = ٧$ فإن : $٦^{س+١} = \dots\dots\dots$

(أ) ٨ (ب) ١٣ (جـ) ٣٦ (د) ٤٢

٣ إذا كان : $٣^{س} = ٥$ فإن : $٢٧^{س} = \dots\dots\dots$

(أ) ٩ (ب) ٢٥ (جـ) ١٢٥ (د) ٧٢٩

٤ $٢^{٥} + ٢^{٥} + ٢^{٥} + ٢^{٥} = \dots\dots\dots$

(أ) $٢^{٤}$ (ب) $٢^{٦}$ (جـ) $٢^{٧}$ (د) $٢^{٢٠}$

٥ $(\sqrt{٣})^{٦} \times ٣^{٤} = \dots\dots\dots$

(أ) $(\sqrt{٣})^{٢٤}$ (ب) $٣^{١٠}$ (جـ) $٣^{٧}$ (د) $(\sqrt{٣})^{١٠}$

٦ سدس العدد $٢^{١٢} \times ٣^{١٢}$ هو $\dots\dots\dots$

(أ) $٦^{٢}$ (ب) $٦^{٤}$ (جـ) $٦^{١١}$ (د) $٦^{٢٣}$

٢ أكمل ما يأتي :

١ إذا كان : $أ = ٧^{س}$ ، $ب = ٧^{-س}$ فإن : $أ \times ب = \dots\dots\dots$

٢ إذا كانت : $٣^{س+١} = ٥^{س+١}$ فإن : $س = \dots\dots\dots$

٣ إذا كان : $٢^{-ن} = ٣٢$ فإن : ن = ...

٤ أبسط صورة للمقدار $\left(\left(\sqrt{٧}\right)^{٢}\right)^{٢} - \left(\left(\sqrt{٧}\right)^{٣}\right)^{٢} =$ ....

٥ إذا كان خمسة أمثال عدد هو $٥^{٣}$ فإن $\frac{٤}{٥}$ هذا العدد هو ....

٣ (أ) إذا كان : $\frac{س^{-٥} \times س^{-٤}}{س^{-١٢}} = ٨$ أوجد قيمة : س

(ب) إذا كان : $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{س+٢} = ٣\frac{٣}{٨}$ أوجد قيمة : س

٤ (أ) اختصر لأبسط صورة : $\frac{٩^{س} \times (٢٥)^{س}}{(١٥)^{٢س}}$

(ب) إذا كان : $٣^{س} = ٢٧$ ، $٥^{س+ص} = ١$ أوجد قيمتى : س ، ص

٥ (أ) اختصر لأبسط صورة : $\frac{\left(\sqrt{٢}\right)^{٩} \times ٣^{-٢}}{٣ \times \left(\sqrt{٢}\right)^{٥}}$

(ب) إذا كان : $أ = \frac{١}{\sqrt{٢}}$ ، $ب = -١$ فأوجد قيمة : $٧ أ^{٦} + (١ - ب)^{-٣}$

النموذج الثانى

أجب عن جميع الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $٢^{٥} + \left(\sqrt{٢}\right)^{١٠} =$ ....

(أ) $\left(\sqrt{٢}\right)^{٢٠}$ (ب) $٢^{١٠}$ (جـ) $٢^{٦}$ (د) $\left(\sqrt{٢}\right)^{١٥}$

٢ إذا كان : $س^{٣} ص^{-٣} = ٨$ فإن : $\frac{ص}{س} =$ ....

(أ) $\frac{١}{٥١٢}$ (ب) $\frac{١}{٨}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ٢

٣ ضعف العدد $٢^{٨} =$ ....

(أ) $٢^{٩}$ (ب) $٤^{١٦}$ (جـ) $٢^{١٦}$ (د) $٢^{٧}$

٤ إذا كان : $٥^{س-١} = ١٢٥$ فإن : س = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٥ إذا كان : $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{س} = \frac{٢٥}{٩}$ فإن : س = ...

(أ) ٢ (ب) -٢ (جـ) ١ (د) صفر

٦ إذا كان : $(س - ٧)^{صفر} = ١$ فإن : س ∈ ....

(أ) {٧} (ب) ع (جـ) ع - {-٧} (د) ع - {٧}

٢ أكمل ما يأتى :

١ $\left(\sqrt{٢}\right)^{٥} \times \left(\sqrt{٢}\right)^{٢} = ٢^{\cdots\cdots}$

٢ إذا كان : $س^{-٣} = ١٢٥$ فإن : س = ...

٣ إذا كان : $٥^{س} \times ٥^{٣} = ١$ فإن : س = ...

٤ إذا كان : $٢^{س} = ٧$ ، $٢^{ص} = ٣$ فإن : $٢^{س+ص} =$ ....

٥ إذا كان : $٣^{س} = ٤$ فإن $٣^{س+٢} =$ ....

٣ (أ) إذا كانت : س = ٣ ، ص = $\sqrt{٢}$ فأوجد فى أبسط صورة قيمة كل من :

١ $س^{-٢} ص^{-٤}$ ٢ $\left(\frac{س}{ص}\right)^{-٢}$

(ب) إذا كان : $٤^{س-٢} = ٦٤$ فما قيمة : $س^{٢}$

٤ (أ) اختصر لأبسط صورة : $\frac{٣^{س-٢} \times ٩^{س+١}}{٢٧^{س}}$

(ب) اختصر لأبسط صورة : $\left((-٥)^{٣}\right)^{٢} \times \left(-\sqrt{٥}\right)^{-٨}$

٥ (أ) إذا كان : $٣^{س} = ٢٧$ أوجد قيمة : $٤^{س}$

(ب) اختصر لأبسط صورة : $\frac{٤^{س+١} \times ٩^{٢-س}}{٦^{٢س}}$ ثم احسب قيمة الناتج عند : س = ١

مشروع بحثى

على الوحدة الثانية

أهداف المشروع

- إجراء العمليات الحسابية على القوى الصحيحة.
- تطبيق قوانين الأسس لحل بعض المشكلات الحياتية.
- تقدير دور الرياضيات فى الحياة العملية.
- الربط بين الرياضيات والاقتصاد.

المطلوب

« تلعب الرياضيات دوزا مهمًا فى حياتنا ، ويدخل علم الرياضيات فى جميع العلوم الأخرى ، وبخاصة فى علم الاقتصاد ».

فى ضوء ذلك قُم بإعداد مشروع بحثى يتضمن ما يلى :

(١) اكتب مقالًا قصيرًا عن تاريخ الرياضيات ، واختر أحد علماء المسلمين الذين برعوا فى الرياضيات واكتب نبذة مختصرة عنه مشيرًا لأهم إسهاماته فى هذا المجال.

(٢) تحسب جملة المبلغ المودع فى بنك على أساس الربح المركب وحسب العلاقة :

$ح = م (١ + ف)^{ن}$ حيث ح = جملة المبلغ المودع بالجنيه ، م = المبلغ المودع بالجنيه ، ف = الفائدة المركبة السنوية ، ن = المدة الزمنية بالسنوات.

فإذا وُضع مبلغ ١٠٠٠ جنيه فى أحد البنوك بنسبة فائدة مركبة مقدارها ١٠٪ سنويًا ، فما هى جملة المبلغ بعد مرور ٣ سنوات ؟

الوحدة

3 الاحتمال



دروس الوحدة :

- الدرس 1 الاحتمال.



مشروع بحثي على الوحدة الثالثة

أهداف الوحدة :

بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن :

- يستدعى ما سبق دراسته على مفهوم العينة وكيفية اختيارها.
- يجرى تجربة عشوائية ويكتب فضاء العينة.
- يحسب الاحتمال لأحد الأحداث.
- يتعرف الحدث المستحيل.
- يتعرف الحدث المؤكد.



الدرس

1

الاحتمـــال

سبق لك فى العام الماضى أن درست مفهوم العينة وأهميتها وأنواعها وعلمت أن :

العينة

هى جزء صغير من مجتمع كبير تشبه المجتمع وتمثله ، وتُختار بطريقة عشوائية.
ويجب أن تكون العينة ممثلة للمجتمع محل الدراسة تمثيلًا كليًا وألا تكون متحيزة لفئة معينة دون الأخرى وذلك حتى تكون أقرب إلى الواقع ويمكن اتخاذ قرارات فى ضوئها ، ومن ثم يمكن تعميم هذه النتائج على المجتمع ككل.

فمثلًا :
عند إجراء استبيان لمعرفة أى البرامج التليفزيونية هى الأكثر تأثيرًا على الرأى العام لا يتم تطبيق الاستبيان على كل السكان بل يتم اختيار عينة ممثلة للسكان بجميع فئاتهم ثم تُعمم النتائج على بقية السكان.

الاستدلال الإحصائى

هو نوع من الدراسات الإحصائية التى تقوم على فكرة اختيار عينة من المجتمع الذى تمثله ، وإجراء البحث على هذه العينة ثم تعميم النتائج على المجتمع ككل أى أننا نستدل على وجود النتائج فى المجتمع من خلال وجودها فى العينة المأخوذة منه.

فمثلًا :

إذا أخذنا عينة عشوائية من مزرعة لإنتاج الموالح بغرض التعرف على إمكانية تصدير إنتاج هذه المزرعة وفقًا لشروط محددة ووجدنا أن نسبة ٣٪ من هذه العينة لا تصلح للتصدير فإن ذلك لا يعنى أنه لكل ١٠٠ ثمرة من الموالح سنجد ٣ ثمار لا تصلح للتصدير ، ولكننا قد نجد ثمرة واحدة أو ثمرتين أو ثلاث ثمار أو أربع ثمار لا تصلح للتصدير أو لا نجد أى ثمرة لا تصلح للتصدير وإنما هذه النسبة تعنى أن :

متوسط إنتاج المزرعة من الموالح التى لا تصلح للتصدير يمثل ٣٪ من الإنتاج الكلى للمزرعة.

ونستخدم الاحتمال (كما درسنا سابقًا) للتعبير عن ذلك بأن نقول :

احتمال إنتاج موالح لا تصلح للتصدير من إنتاج المزرعة هو ٣٪ ويمكن أن يكتب $\frac{٣}{١٠٠}$ أو ٠,٠٣

مثال ١

قام أحد التلاميذ بإجراء استبيان على عينة من تلاميذ مدرسته مكونة من ٣٠ تلميذًا لمعرفة مدى حبهم لمادة الرياضيات والجدول التالى يوضح نتيجة الاستبيان :

مدى حب مادة الرياضيات	بدرجة كبيرة	بدرجة متوسطة	بدرجة ضعيفة
عدد التلاميذ	١٥	١٠	٥

بناءً على نتائج هذا الاستبيان إذا أُختير أحد التلاميذ عشوائيًا من المدرسة :



١ ما احتمال أن يحب الرياضيات بدرجة كبيرة ؟

٢ ما احتمال أن يحب الرياضيات بدرجة متوسطة ؟

٣ ما احتمال أن يحب الرياضيات بدرجة ضعيفة ؟

٤ إذا كان عدد تلاميذ المدرسة ١٢٠٠ تلميذ

فما هو العدد المتوقع للتلاميذ الذين يحبون الرياضيات بدرجة كبيرة فى هذه المدرسة ؟

الحـــل

١ احتمال أن يحب الرياضيات بدرجة كبيرة

$= \frac{\text{عدد الذين يحبون الرياضيات بدرجة كبيرة}}{\text{عدد تلاميذ العينة الكلى}} = \frac{١٥}{٣٠} = \frac{١}{٢}$

٢ احتمال أن يحب الرياضيات بدرجة متوسطة

$= \frac{\text{عدد الذين يحبون الرياضيات بدرجة متوسطة}}{\text{عدد تلاميذ العينة الكلى}} = \frac{١٠}{٣٠} = \frac{١}{٣}$

٣ احتمال أن يحب الرياضيات بدرجة ضعيفة

$= \frac{\text{عدد الذين يحبون الرياضيات بدرجة ضعيفة}}{\text{عدد تلاميذ العينة الكلى}} = \frac{٥}{٣٠} = \frac{١}{٦}$

٤ فى العينة المختارة كان احتمال أن يحب التلميذ الرياضيات بدرجة كبيرة يساوى $\frac{١}{٢}$

فمن المتوقع أن نصف عدد تلاميذ المدرسة أيضًا يحبون الرياضيات بدرجة كبيرة.

أى أن : العدد المتوقع للتلاميذ الذين يحبون الرياضيات فى المدرسة بدرجة كبيرة

$= \frac{١}{٢} \times ١٢٠٠ = ٦٠٠$ تلميذ.

الاحتمـــال

سبق لك دراسة الاحتمال التجريبى والاحتمال النظرى وعلمت أن :

- **الاحتمال التجريبى :**

يعتمد على إجراء تجربة عمليًا ثم يتم تسجيل النتائج واستخدام هذه النتائج فى حساب قيمة احتمال الحصول على ناتج ما من العلاقة :

$\text{احتمال حدوث ناتج معين} = \frac{\text{عدد مرات تكرار هذا الناتج}}{\text{عدد جميع النواتج الممكنة}}$

وكلما زاد عدد مرات إجراء التجربة كلما حصلنا على قيمة أدق للاحتمال ويكون :

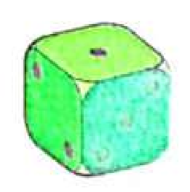
العدد المتوقع لحدوث نواتج معينة = احتمال حدوثها × العدد الكلى للمفردات المعطاة

• الاحتمال النظرى :

يعتمد على مبدأ تكافؤ الفرص أو تساوى الإمكانات مثل :



- إلقاء قطعة نقود منتظمة وملاحظة الوجه الظاهر وهنا توجد فرصة واحدة من فرصتين للحصول على صورة وفرصة واحدة للحصول على كتابة.



- إلقاء حجر نرد منتظم وملاحظة العدد الذى يظهر على الوجه العلوى وهنا تكون فرص ظهور كل عدد متساوية.

التجربة العشوائية

هى تجربة نستطيع معرفة جميع نواتجها الممكنة قبل إجرائها وإن كنا لا نستطيع تحديد أى هذه النواتج سيتحقق فعلاً عند إجرائها.

فضـاء العينـة

هو مجموعة كل النواتج الممكنة للتجربة العشوائية ويرمز لها بالرمز ف

فمثلًا :

- عند إلقاء قطعة نقود منتظمة مرة واحدة فإن : ف = {صورة ، كتابة}
- عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الرقم الذى يظهر على الوجه العلوى

فإن : ف = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}

الحدث

هو مجموعة جزئية من فضاء العينة.

فمثلًا :

إذا كان أ هو حدث ظهور رقم فردى عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الرقم الظاهر على الوجه العلوى.

فإن : أ = {١ ، ٣ ، ٥} ، أ $\subset$ ف ويقال إن : أ حدث فى ف

وبصفة عامة :

احتمال وقوع أى حدث أ ⊂ ف يُرمز له بالرمز ل (أ) ويُعطى بالعلاقة :

$$\text{ل (أ)} = \frac{\text{عدد عناصر الحدث أ}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \frac{\text{ن (أ)}}{\text{ن (ف)}}$$

مثال ٢

إذا أُلقى حجر نرد منتظم مرة واحدة ولُوحظ الرقم الظاهر على الوجه العلوى

أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية :

١ أ هو حدث ظهور رقم أكبر من ٤

٢ ب هو حدث ظهور رقم زوجي.

٣ حـ هو حدث ظهور رقم يساوى ٥

٤ ء هو حدث ظهور رقم يساوى ٧

٥ هـ هو حدث ظهور رقم أقل من ٧

الحل

ف = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} ، ن (ف) = ٦

١ أ = {٥ ، ٦} ، ن (أ) = ٢ $\therefore$ ل (أ) = $\frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$

٢ ب = {٢ ، ٤ ، ٦} ، ن (ب) = ٣ $\therefore$ ل (ب) = $\frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

٣ حـ = {٥} ، ن (حـ) = ١ $\therefore$ ل (حـ) = $\frac{١}{٦}$

٤ ء = { } ، أ $\varnothing$ ، ن (ء) = صفر

$\therefore$ ل (ء) = $\frac{٠}{٦}$ = ٠ (حدث مستحيل)

٥ هـ = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} ، ن (هـ) = ٦

$\therefore$ ل (هـ) = $\frac{٦}{٦}$ = ١ (حدث مؤكد)

ملاحظات

❶ **الحدث المستحيل** : هو الحدث الذى ليس له أى فرصة للوقوع.

أى أن : احتمال الحدث المستحيل = صفر.

❷ **الحدث المؤكد** : هو الحدث الذى له كل النواتج الممكنة.

أى أن : احتمال الحدث المؤكد = ١

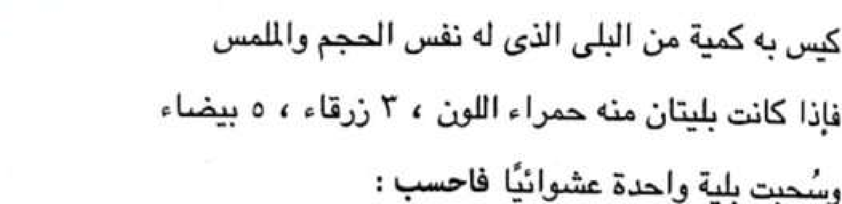
❸ قيمة احتمال وقوع أى حدث لا تقل عن صفر ولا تزيد عن الواحد الصحيح.

أى أنه : لأى حدث أ يكون : ٠ ≤ ل (أ) ≤ ١   أى أن : ل (أ) ∈ [٠ ، ١]

مثال ❸



كيس به كمية من البلى الذى له نفس الحجم والملمس



فإذا كانت بليتان منه حمراء اللون ، ٣ زرقاء ، ٥ بيضاء

وسُحبت بلية واحدة عشوائيًا **فاحسب :**

١ احتمال أن تكون البلية المسحوبة حمراء.   ٢ احتمال أن تكون البلية المسحوبة زرقاء.

٣ احتمال أن تكون البلية المسحوبة بيضاء.   ٤ احتمال أن تكون البلية المسحوبة ليست زرقاء.

الحل

احتمال حدوث ناتج معين = $\frac{\text{عدد الفرص الممكنة للحصول على هذا الناتج}}{\text{العدد الكلى للفرص}}$

، ∵ العدد الكلى للبلى = ٢ + ٣ + ٥ = ١٠

١ احتمال أن تكون البلية المسحوبة حمراء = $\frac{\text{عدد البلى الأحمر}}{\text{العدد الكلى للبلى}} = \frac{٢}{١٠} = \frac{١}{٥}$

٢ احتمال أن تكون البلية المسحوبة زرقاء = $\frac{\text{عدد البلى الأزرق}}{\text{العدد الكلى للبلى}} = \frac{٣}{١٠}$

٣ احتمال أن تكون البلية المسحوبة بيضاء = $\frac{\text{عدد البلى الأبيض}}{\text{العدد الكلى للبلى}} = \frac{٥}{١٠} = \frac{١}{٢}$

٤ احتمال أن تكون البلية المسحوبة ليست زرقاء = $\frac{\text{عدد البلى غير الأزرق}}{\text{العدد الكلى للبلى}} = \frac{١٠ - ٣}{١٠} = \frac{٧}{١٠}$

ملاحظة

فى المثال السابق لاحظ أن :

ل (بلية حمراء) = $\frac{٢}{١٠}$ ، ل (بلية زرقاء) = $\frac{٣}{١٠}$ ، ل (بلية بيضاء) = $\frac{٥}{١٠}$

، ∵ $\frac{٢}{١٠} + \frac{٣}{١٠} + \frac{٥}{١٠} = ١$

أى أن : مجموع احتمالات جميع نواتج أى تجربة عشوائية = ١

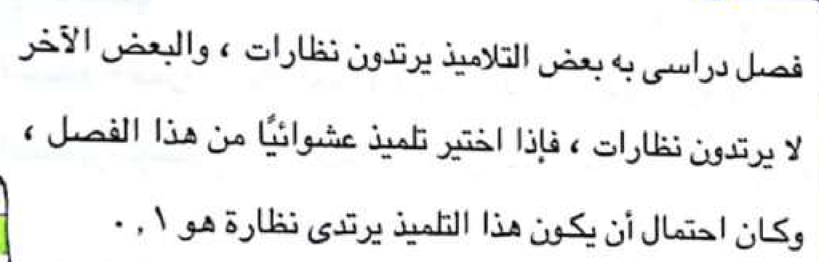
ومن هنا فإنه : إذا كان احتمال وقوع حدث ما هو أ فإن احتمال عدم وقوعه = ١ - أ

وعلى هذا يمكن إيجاد احتمال أن تكون البلية المسحوبة ليست زرقاء كما يلى :

احتمال أن تكون البلية المسحوبة ليست زرقاء = ١ - احتمال أن تكون زرقاء

$= ١ - \frac{٣}{١٠} = \frac{٧}{١٠}$

مثال ٤



فصل دراسى به بعض التلاميذ يرتدون نظارات ، والبعض الآخر لا يرتدون نظارات ، فإذا اختير تلميذ عشوائيًا من هذا الفصل ، وكان احتمال أن يكون هذا التلميذ يرتدى نظارة هو ٠,١ .



١ أوجد احتمال أن يكون هذا التلميذ لا يرتدى نظارة.

٢ إذا كان عدد تلاميذ هذا الفصل ٣٠ تلميذًا فأوجد العدد المتوقع للتلاميذ الذين يرتدون نظارات.

الحـــل

١ احتمال أن يكون هذا التلميذ لا يرتدى نظارة = ١ - احتمال أن يكون مرتديًا نظارة.

$= ١ - ٠,١ = ٠,٩$

٢ العدد المتوقع للتلاميذ الذين يرتدون نظارات = ٠,١ × ٣٠ = ٣ تلاميذ.

مثال ٥



ينتج مصنع للأجهزة الكهربائية نوعين من التليفزيونات ولإجراء دراسة لتعديل كمية الإنتاج وفقًا لمتطلبات السوق تم اختيار عينة عشوائية كل منها مكون من ٥٠ جهاز تليفزيون من مبيعات ٥ منافذ بيع للمصنع فكانت بياناتها كالتالى :

رقم المنفذ	١	٢	٣	٤	٥
المبيعات من النوع الأول	٣٠	٤٢	٢٤	١٥	٤٠
المبيعات من النوع الثانى	٢٠	٨	٢٦	٣٥	١٠

١ أى النوعين الأكثر طلبًا ؟ وبماذا تنصح المصنع ؟

٢ إذا كان الإنتاج الكلى لهذا المصنع ٣٠٠٠ جهاز تليفزيون فما العدد الذى تتوقع أن يكون تم إنتاجه من النوع الأول ؟

الحل

١ المبيعات الكلية فى الخمسة منافذ من النوع الأول = ٣٠ + ٤٢ + ٢٤ + ١٥ + ٤٠

= ١٥١ تليفزيون

، المبيعات الكلية فى الخمسة منافذ من النوع الثانى = ٢٠ + ٨ + ٢٦ + ٣٥ + ١٠ = ٩٩ تليفزيون

∴ النوع الأول هو الأكثر طلبًا وننصح المصنع بزيادة الإنتاج من النوع الأول.

٢ احتمال الإنتاج من النوع الأول = $\frac{\text{عدد الأجهزة المباعة من النوع الأول}}{\text{عدد الأجهزة المباعة من كلا النوعين}} = \frac{١٥١}{٢٥٠} = ٠,٦٠٤$

∴ العدد المتوقع لما تم إنتاجه من النوع الأول

= احتمال الإنتاج من النوع الأول × الإنتاج الكلى من كلا النوعين

= ٠,٦٠٤ × ٣٠٠٠ = ١٨١٢ جهاز تليفزيون.

حاول بنفسك

١ صندوق به بطاقات مرقمة بالأعداد من ١ : ١٥ فإذا سحبت بطاقة عشوائيًا من الصندوق فما احتمال أن يكون العدد المكتوب عليها يقبل القسمة على ٥ ؟

٢ قام أحد التلاميذ بإجراء استبيان على عينة مكونة من ٣٠ تلميذًا من تلاميذ مدرست لمعرفة أى الألعاب الرياضية يفضلون ممارستها وسجل النتائج فى الجدول الآتى :

اللعبة	كرة قدم	كرة سلة	كرة طائرة	المجموع
عدد التلاميذ	٢٠	٦	٤	٣٠

بالاستعانة بالجدول السابق أكمل ما يأتى :

- إذا اختير أحد تلاميذ المدرسة عشوائيًا فإن احتمال أن يفضل ممارسة كرة السل يساوى ....
- العدد المتوقع للتلاميذ اللذين يفضلون ممارسة كرة القدم من تلاميذ المدرسة البالغ عددهم ٤٥٠ تلميذًا يساوى ....

٣ تجربة ما عدد نواتجها ٣ فإذا كان احتمال وقوع الحدث الأول هو ٠,٣ ، واحتمال وقوع الحدث الثانى هو ٠,٤٥ فاحسب احتمال وقوع الحدث الثالث.

٤ مزرعة بها ٢٠٠٠ بقرة فإذا كان احتمال الإصابة بمرض جنون البقر بهذه المزرعة هو ٠,١٧ فما عدد البقر المحتمل إصابته ؟





على الاحتمــــــال





أسئلة كتاب الوزارة

١ أكمل ما يأتى :

١ احتمال وقوع الحدث المستحيل = ... واحتمال وقوع الحدث المؤكد = ...

٢ لأى حدث أ يكون ل (أ) ∈ الفترة ....

٣ إذا ألقيت قطعة نقود منتظمة مرة واحدة فإن احتمال ظهور صورة = ...

٤ ١٠ بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠ فإذا سُحبت بطاقة عشوائيًا فإن احتمال أن تحمل البطاقة المسحوبة عددًا أوليًا = ...

٥ كيس به بطاقات مرقمة من صفر إلى ١٠ فإذا سُحبت بطاقة عشوائيًا من الكيس فإن احتمال أن تحمل البطاقة المسحوبة عددًا زوجيًا هو ....

٦ صندوق به ٥ كرات بيضاء ، ٧ كرات حمراء ، ٣ كرات زرقاء فإذا سُحبت كرة من الصندوق عشوائيًا فإن احتمال أن تكون الكرة المسحوبة زرقاء = ...

٧ حقيبة بها ١٢ كرة ملونة ، منها ٤ باللون الأحمر ، ٦ باللون الأخضر ، والباقى باللون الأزرق ، فإذا اختيرت كرة واحدة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون زرقاء = ...

٨ فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوى فإن احتمال ظهور عدد أكبر من ٤ هو ....

٩ فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوى فإن احتمال ظهور عدد أقل من ١ يساوى ....

١٠ صندوق يحتوى على ٤٨ برتقالة منها ٤ برتقالات تالفة فإذا سُحبت من الصندوق برتقالة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون هذه البرتقالة تالفة = ... واحتمال أن تكون غير تالفة = ...

١١ إذا كان احتمال وقوع حدث ما = $\frac{٥}{٨}$ فإن احتمال عدم وقوعه = ...

١٢ حجرة نشاط لها ٣ أبواب مرقمة من ١ إلى ٣ فإذا خرج طالب من أحد أبوابها فإن احتمال أن يكون الطالب قد خرج من الباب رقم ٢ هو ....

١٣ إذا كان احتمال إصابة شخص بمرض ما من بين سكان مدينة عدد سكانها ٢٠٠٠٠٠ نسمة هو ٠,٠٠٣ فإن العدد المتوقع للأشخاص المصابين بهذا المرض في هذه المدينة هو .... شخصًا.

١٤ مصنع ينتج ٤٠٠ لمبة يوميًا فإذا كان احتمال أن تكون اللمبة معيبة ٠,٠٢ فإن عدد اللمبات السليمة المتوقع إنتاجها فى اليوم هو .... لمبة.

٢ مجموعة بطاقات مرقمة من ١ إلى ٢٤ خلطت جيدًا فإذا سحبت منها بطاقة واحدة عشوائيًا **احسب احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل :**

١ عددًا مضاعفًا للعدد ٤
٢ عددًا مضاعفًا للعدد ٦
٣ عددًا مضاعفًا للعدد ٤ ، ٦ معًا.
٤ عددًا مضاعفًا للعدد ٤ أو ٦
٥ عددًا يقبل القسمة على ٢٥
٦ عددًا صحيحًا موجبًا أقل من ٢٥

٣ صندوق به ٤٠ بطاقة مرقمة من ١ إلى ٤٠ سحبت منه بطاقة واحدة عشوائيًا ، ولوحظ العدد المكتوب عليها. **أوجد احتمال :**

١ أن يكون العدد زوجيًا.
٢ أن يكون العدد يقبل القسمة على ٣
٣ أن لا يقبل العدد القسمة على ١٠
٤ أن يكون العدد زوجيًا ، ويقبل القسمة على ٣
٥ أن يكون العدد أوليًا أقل من ٢٠

٤ **إذا أُلقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فما احتمال كل من الأحداث التالية :**

١ ظهور عدد زوجى أقل من أو يساوى ٤
٢ ظهور عدد بين ٠ ، ١٠
٣ ظهور عدد يقبل القسمة على ٧
٤ ظهور عدد لا يقبل القسمة على ٢

٥ يحتوى صندوق على ١٢ كرة حمراء ، ١٨ بيضاء ، ٢٠ زرقاء ، سحبت كرة واحدة عشوائيًا. **احسب احتمال :**

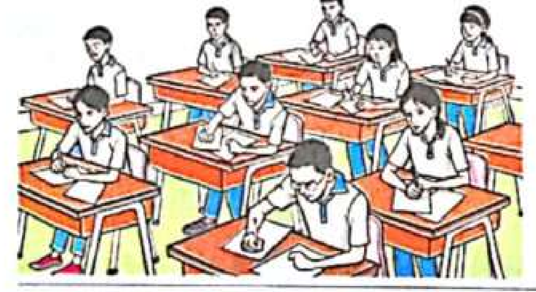
١ أن تكون الكرة المسحوبة بيضاء.
٢ أن تكون الكرة المسحوبة حمراء.
٣ أن تكون الكرة المسحوبة صفراء.
٤ أن تكون الكرة المسحوبة ليست حمراء.
٥ أن تكون الكرة المسحوبة حمراء أو زرقاء.

٦ فصل دراسى به ٤٠ تلميذًا ، منهم ٢٠ تلميذًا يلعبون كرة القدم ، ١٠ يلعبون الكرة الطائرة ، ٦ يلعبون كرة السلة ، فإذا اختير تلميذ واحد عشوائيًا من الفصل **فأوجد احتمال أن يكون ممن لا يلعبون أيًا من الرياضات السابقة.**



٧ وائل لديه حقيبة بها ٢٢ بلية منها ١٢ سوداء ، والباقية حمراء فإذا سحبت منها بليتان دون إرجاعهما إلى الحقيبة وكانتا حمراوين ثم سحبت بلية ثالثة دون النظر إليها ، **فما احتمال أن تكون سوداء ؟**

٨ فصل دراسى به ٥٠ طالبًا ، عدد البنات ينقص عن عدد البنين بمقدار ١٠ فإذا اختير أحد الطلاب عشوائيًا **فأوجد احتمال أن يكون الطالب ولدًا.**

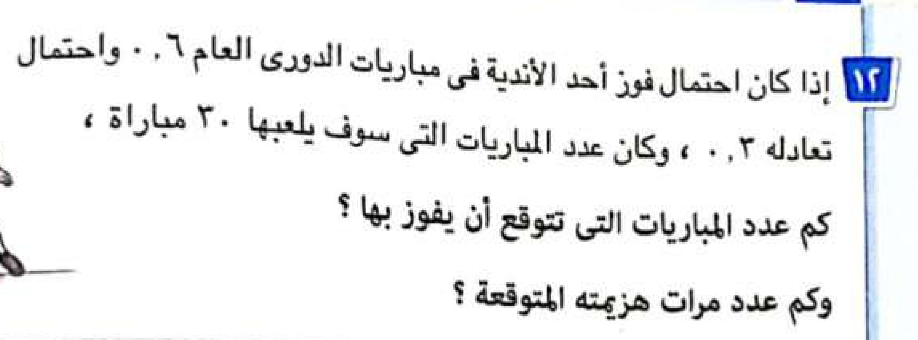


٩ صندوق يحتوى على ٨٠ كرة متماثلة بعضها أحمر والباقى أزرق فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء هو $\frac{١}{٤}$ **فأوجد عدد الكرات الزرقاء.**

١٠ حقيبة بها ٣٢ كرة ملونة من نفس النوع والحجم ، بعضها أحمر وبعضها أبيض وبعضها أخضر والباقى لونه أصفر. فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء يساوى $\frac{٣}{٨}$ **كم عدد الكرات الحمراء فى هذه الحقيبة ؟**

١١ لاعبان فى فريق لكرة القدم فى أثناء التدريب سدد أحدهما ٢١ ركلة جزاء فأحرز منها ١٨ هدفًا وسدد الآخر ٣٢ ركلة جزاء فأحرز منها ٢٥ هدفًا **من منهما تختاره لتسديد ركلة الجزاء فى أثناء المباراة ؟ ولماذا ؟**





١٢ إذا كان احتمال فوز أحد الأندية فى مباريات الدورى العام ٠,٦ واحتمال تعادله ٠,٣ ، وكان عدد المباريات التى سوف يلعبها ٣٠ مباراة ،

كم عدد المباريات التى تتوقع أن يفوز بها ؟

وكم عدد مرات هزيمته المتوقعة ؟



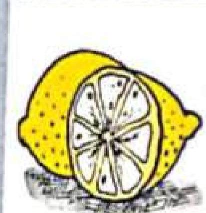
١٣ تقوم شركة تأمين سيارات بدفع مبلغ ٢٠٠٠ جنيه تعويضًا للسيارة التى تتعرض لحادث ، فإذا كان احتمال إصابة السيارة ٠,٠٠٤ وكان عدد المشتركين فى هذه الوثيقة ٧٠٠٠ مشترك ،

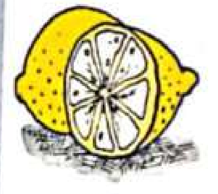
فما توقعك لما تتحمله الشركة من تعويضات ؟



١٤ 🕮 فى إنتاج مصنع للملابس الجاهزة بمدينة العاشر من رمضان وجد أنه ينتج ٦٠٠٠ قطعة ملابس يوميًا ، فإذا أخذت منها عينة عشوائية حجمها ١٠٠٠ قطعة وتم اختبارها فوجد أن منها ٢٠ قطعة بها عيوب.

كم عدد القطع التى بها عيوب فى المصنع فى ذلك اليوم ؟





١٥ 🕮 فى مشروع تعبئة الموالح للتصدير وجد أن ٣٠٪ من الثمار لا تصلح للتصدير لصغر حجمها. **كم طنًا يمكن تصديره فى عشرة أيام إذا كان مقدار ما يرد يوميًا للمصنع ٢٠ طنًا من الموالح ؟**

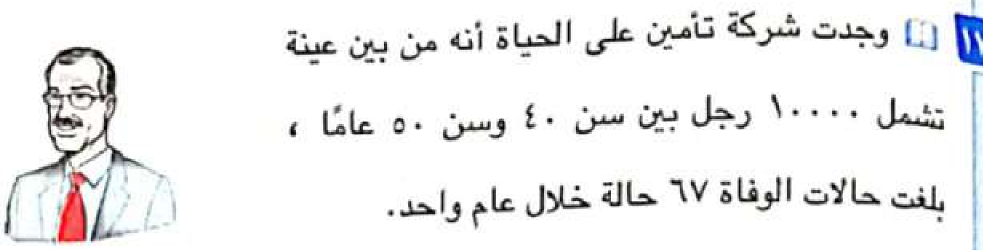


١٦ 🕮 قامت شركة إنتاج آلات حاسبة بسحب عينة عشوائية بعدد ٢٠٠ آلة حاسبة ، وفحصت مكوناتها من ناحية الدوائر الإلكترونية فوجدت أن احتمال التالف منها ٦٪

١ ما عدد الوحدات التالفة فى هذه العينة ؟



٢ إذا كان الإنتاج الكلى للشركة خلال هذا الشهر ١٥٠٠ آلة حاسبة.
ما عدد الصالح منها للتوزيع ؟



١٧ وجدت شركة تأمين على الحياة أنه من بين عينة تشمل ١٠٠٠٠ رجل بين سن ٤٠ وسن ٥٠ عامًا ، بلغت حالات الوفاة ٦٧ حالة خلال عام واحد.



١ ما احتمال أن يتوفى رجل بين سن ٤٠ وسن ٥٠ خلال عام واحد ؟

٢ لماذا تهتم شركات التأمين بهذه النتائج ؟

٣ إذا قامت الشركة بالتأمين على ٥٠٠٠٠ رجل بين سن ٤٠ ، ٥٠ فما عدد حالات استحقاق وثيقة التأمين خلال عام واحد ؟

---

١٨ توضح هذه البيانات نتيجة استفتاء حول وسائل المواصلات التى يستخدمها التلاميذ للذهاب إلى المدرسة :

وسائل المواصلات	دراجة	حافلة	سيارة خاصة	سيرًا على الأقدام
العدد	١٢	١٦	٨	١٢

اختير تلميذ عشوائيًا بناء على نتائج الدراسة السابقة ما احتمال أن يكون التلميذ ممن :

١ يستخدمون الحافلة.

٢ يصلون سيرًا على الأقدام.

٣ لا يركبون الدراجات.

---

١٩ فصل به ٥٠ تلميذًا ، كانت مستويات تقدير أداء التعلم لأحد الشهور كما بالجدول المقابل.

التقدير	العدد
ممتاز	٦
جيد جدًا	٩
جيد	١١
مقبول	١٦
دون المستوى	٨

تم اختيار أحد التلاميذ عشوائيًا.

احسب احتمال أن يكون تقديره :

١ ممتازًا.

٢ جيدًا.

٣ دون المستوى.

٤ أقل من جيد.

٢٠ الجدول الآتى يبين سجل مكالمات ١٥٠ شخصًا فى أحد مكاتب الاتصالات :



مدة المكالمة	أقل من ٢ دقيقة	من ٢ إلى ٤ دقائق	من ٤ إلى ٦ دقائق	أكثر من ٦ دقائق
عدد الأشخاص	١٢٠	١٥	١٠	٥

أوجد احتمال أن يتحدث الشخص :

١ أقل من ٢ دقيقة.
٢ من ٢ إلى ٤ دقائق.
٣ أكثر من ٦ دقائق.
٤ ٢ دقيقة فأكثر.

٢١ فى استطلاع رأى لعدد ١٠٠ طالب عن الألعاب الرياضية التى يفضلون ممارستها تبين الآتى :

اللعبة المفضلة	عدد الطلاب
كرة القدم	٤٤
كرة السلة	٢٧
ألعاب القوى	١٢
تنس الطاولة	٤
الهوكى	١٣

١ أوجد احتمال أن يفضل الطالب :

(أ) ممارسة لعبة كرة القدم.
(ب) ممارسة لعبة كرة السلة.
(جـ) ممارسة ألعاب القوى.
(د) ممارسة تنس الطاولة.
(هـ) ممارسة لعبة الهوكى.

٢ وإذا كان عدد الطلاب ٦٠٠ طالب. فما العدد المتوقع لممارسة لعبة الهوكى ؟

٢٢ ينتج مصنع ملابس نوعين من القمصان بإجراء دراسة لتعديل كمية الإنتاج وفق متطلبات السوق تم اختيار عينة عشوائية من مبيعات ٥ منافذ بيع للشركة حجم كل منها ١٠٠ قميص فكانت بياناتها كالتالى :

رقم المنفذ	١	٢	٣	٤	٥
مبيعات النوع الأول	٣٩	٨٢	٣٤	٢٢	٥٣
مبيعات النوع الثانى	٦١	١٨	٦٦	٧٨	٤٧



١ أى الأنواع الأكثر طلبًا ؟ وبماذا تنصح الشركة ؟
٢ إذا كان الإنتاج الكلى لهذا المصنع ٤٠٠٠ قميص فهل يمكنك أن تتنبأ بعدد القمصان من النوع الأول ؟

٢٣ في عملية إنتاج ٣٠٠ مصباح كهربائي كان عدد الوحدات المعيبة منها ١٨ وحدة.

١ ما احتمال أن تكون الوحدة معيبة ؟

٢ ما احتمال أن تكون الوحدة صالحة ؟

٣ هل يمكن أن تكون الوحدة معيبة وصالحة في نفس الوقت ؟

٤ أوجد مجموع احتمال أن تكون الوحدة معيبة واحتمال أن تكون الوحدة صالحة.
ماذا تلاحظ ؟

٥ إذا كان الإنتاج اليومي بهذا المصنع ١٦٠٠ مصباح كهربائي كم يكون عدد الوحدات الصالحة في هذا اليوم ؟

---

٢٤ في دراسة لاستطلاع رأي أجرته إحدى شركات إنتاج مسحوق الغسيل على مجموعة مكونة من ٣٠٠ سيدة تستخدمن هذا النوع لمعرفة آرائهن في وزن العبوة المفضل لهن ، كانت النتائج كالتالي :

الوزن بالجرام	١٢٥	٢٥٠	٣٧٥	٥٠٠	المجموع
عدد السيدات	١٢٠	٤٥	٩٦	٣٩	٣٠٠

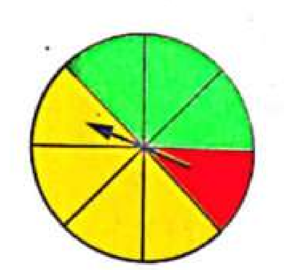
١ إذا تم اختيار إحدى السيدات عشوائيًا ، ما احتمال أن يكون الوزن المفضل لديها ؟

(أ) ١٢٥ جم (ب) ٢٥٠ جم (جـ) ٣٧٥ جم (د) ٥٠٠ جم

٢ بماذا تنصح مدير الشركة بناء على هذه الدراسة ؟

---

٢٥ الشكل المقابل يمثل لعبة الدوارة أوجد :



١ احتمال أن يتوقف المؤشر عند اللون :

(أ) الأحمر. (ب) الأخضر. (جـ) الأصفر.

٢ احتمال أن لا يتوقف المؤشر عند اللون الأحمر.

---

٢٦ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ أي من الآتي يمكن أن يكون احتمال وقوع أحد الأحداث ؟

(أ) ١,٢ (ب) −٠,٤ (جـ) ٣١٥٪ (د) ٧٥٪

٢ فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم ، فإن احتمال ظهور عدد لا يساوى ٢ هو ....

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{٥}{٦}$

٣ إذا أُلقيت قطعة نقود منتظمة ٤٠٠ مرة فإن أقرب عدد لظهور الكتابة مما يأتى هو ....

(أ) ٢٠٤ (ب) ١٩٩ (جـ) ٢٤٠ (د) ١٩٥

٤ أحمد تلميذ فى الصف الثانى الإعدادى فى فصله ٣٦ تلميذًا منهم ١٦ بنتًا إذا اختير تلميذ عشوائيًا من الفصل ، ما احتمال أن يكون التلميذ ولدًا ؟

(أ) $\frac{٤}{٩}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{٥}{٩}$ (د) $\frac{١}{٣٦}$

٥ فصل به ٢٥ ولدًا ، ٢٠ بنتًا فإذا اختير أحدهم عشوائيًا فإن احتمال اختيار بنت هو ....

(أ) $\frac{١}{٢٠}$ (ب) $\frac{٤}{٩}$ (جـ) $\frac{١}{٢٥}$ (د) $\frac{٥}{٩}$

٦ إذا كان احتمال نجاح طالب ٧٠ ٪ فإن احتمال رسوبه = ...

(أ) ٠,٧ (ب) ٠,٠٧ (جـ) ٠,٣ (د) ٠,٠٣

٧ كيس يحتوى على عدد من الكرات المتماثلة نصفها حمراء وثلثها سوداء والباقى بيضاء فإذا سحبت كرة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون الكرة بيضاء يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٦}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) صفر

٨ إذا كان احتمال أن يذهب عامل إلى عمله سيرًا على الأقدام ضعف احتمال أن يذهب لعمله باستخدام إحدى وسائل المواصلات فإن احتمال أن يستخدم العامل إحدى وسائل المواصلات للذهاب إلى عمله = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) ٢

٩ صندوق به كرات ملونة بالألوان الأحمر والأخضر والأزرق والأصفر فإذا كان بالصندوق ٢٠ كرة صفراء وكان احتمال سحب كرة صفراء عشوائيًا من الصندوق هو $\frac{١}{٤}$ ، فما عدد كل الكرات فى الصندوق ؟

(أ) ٥ (ب) ٢٥ (جـ) ٦٠ (د) ٨٠

١٠ عدد تلاميذ أحد فصول الصف الثانى الإعدادى ٣٦ تلميذًا ، إذا كان احتمال اختيار تلميذ يقل عمره عن أو يساوى ١٣ سنة هو $\frac{١}{٦}$ ، فما عدد التلاميذ فى الفصل الذين تزيد أعمارهم عن ١٣ سنة ؟

(أ) ٢٣ (ب) ٢٤ (جـ) ٣٠ (د) ٣٢

١١ فى مدرسة مشتركة إذا كانت نسبة عدد الأولاد إلى عدد البنات كنسبة ٧ : ٩ ، اختير طالب عشوائيًا من هذه المدرسة فاحتمال أن يكون الطالب المختار ولدًا يساوى ....

(أ) صفر (ب) $\frac{٧}{١٦}$ (جـ) $\frac{٩}{١٦}$ (د) ٧

١٢ يوجد فى مدرسة مشتركة ١٥٠٠ تلميذ ، اختيرت منهم عينة عشوائية مكونة من ٢٠٠ تلميذ فوجد أن عدد البنات ٩٠ ، فما عدد البنات المتوقع فى المدرسة ؟

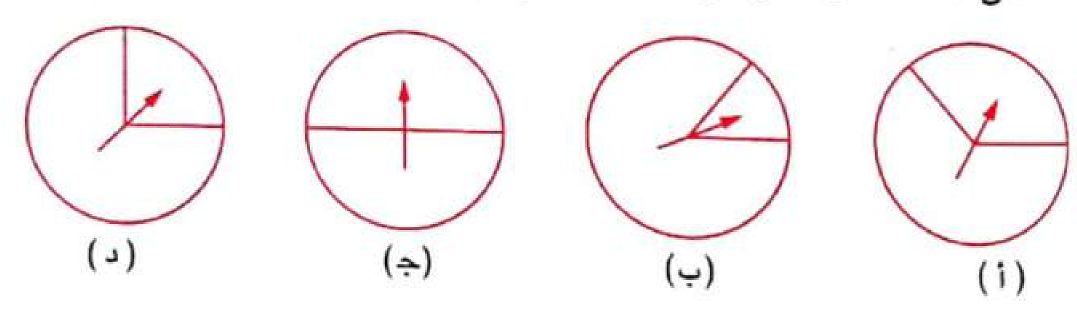
(أ) ٦٠٠ بنت (ب) ٦٢٥ بنت (جـ) ٦٥٠ بنت (د) ٦٧٥ بنت

١٣ أمامك لوحة على هيئة مربعين ، إذا صوب شخص على هذه اللوحة فإن احتمال إصابة المنطقة المظللة يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٣}$

(جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{١}{٨}$

١٤ قسمت لعبة الدوارة إلى قسمين س ، ص ، ثم أُدير المؤشر ٤٠٠ دورة ، فتوقف ٩٨ مرة فى المنطقة س ، أى من الأشكال الآتية يشير المؤشر فيه إلى المنطقة س ؟



للمتفوقين

٢٧ كيس يحتوى على عدد من الكرات المتماثلة منها ٥ كرات بيضاء والباقى من اللون الأحمر فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء يساوى $\frac{٢}{٣}$ فأوجد العدد الكلى للكرات.

٢٨ سُحبت بطاقة عشوائيًا من مجموعة بطاقات مرقمة بالأرقام من ١ إلى ن فإذا كان احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة عليها رقم أكبر من ٨ هو $\frac{١}{٣}$ فأوجد قيمة ن



ملخص الوحدة الثالثة

- احتمال حدوث ناتج معين = $\frac{\text{عدد مرات تكرار هذا الناتج}}{\text{عدد جميع النواتج الممكنة}}$
- العدد المتوقع لحدوث نواتج معينة = احتمال حدوثها × العدد الكلى للمفردات المعطاة.

التجربة العشوائية :

هى تجربة نستطيع معرفة جميع نواتجها الممكنة قبل إجرائها وإن كنا لا نستطيع تحديد أى هذه النواتج سيتحقق فعلًا عند إجرائها.

فضاء العينة :

هو مجموعة كل النواتج الممكنة للتجربة العشوائية ويرمز لها بالرمز ف

الحدث :

هو مجموعة جزئية من فضاء العينة.

احتمال وقوع أى حدث أ ⊂ ف يُرمز له بالرمز ل (أ) ويُعطى بالعلاقة :

$$\text{ل (أ)} = \frac{\text{عدد عناصر الحدث أ}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \frac{\text{ن (أ)}}{\text{ن (ف)}}$$

امتحان على الوحدة الثالثة

أجب عن جميع الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان احتمال نجاح طالب هو ٨٠٪ فإن احتمال رسوبه هو ....

(أ) صفر (ب) ٠٫٨ (جـ) ٢٠ (د) ٠٫٢

٢ إذا ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور العدد ٧ يساوى ....

(أ) صفر (ب) $\frac{١}{٧}$ (جـ) $\frac{١}{٦}$ (د) ١

٣ أى من الآتى يمكن أن يكون احتمال أحد الأحداث ؟

(أ) −٠٫٥ (ب) ١٫٢ (جـ) $\frac{٤}{٣}$ (د) ٣٧٪

٤ إذا ألقيت قطعة نقود ٢٠٠ مرة فإن أقرب عدد لظهور الكتابة مما يأتى هو ....

(أ) ١٠٣ (ب) ٩٩ (جـ) ٢٠٠ (د) ٩٥

٥ سلة بها بطاقات مكتوب عليها الأعداد من ١ إلى ١٥ فإذا سُحبت بطاقة واحدة عشوائيًا ، فما احتمال أن يقبل العدد المكتوب على البطاقة القسمة على ٥ ؟

(أ) $\frac{١}{٥}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) ٣ (د) $\frac{٢}{٣}$

٦ عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد أولى هو ....

(أ) ٠٫٤٥ (ب) ٠٫٣٥ (جـ) ٢٥٪ (د) $\frac{١}{٢}$

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ احتمال الحدث المؤكد = ... واحتمال الحدث المستحيل = ...

٢ إذا كان احتمال أن يحل تلميذ مسألة = ٠٫٧ فإن عدد المسائل المتوقع أن يحلها من بين ٢٠ مسألة = ...

٣ حديقة بها ٥ أبواب مرقمة من ١ إلى ٥ فإذا خرج منها زائر فإن احتمال أن يكون الزائر قد خرج من الباب رقم ٤ هو ....

٤ لأى حدث أ يكون ل (أ) ∈ [............ ، ....]

٥ فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوى فإن احتمال ظهور عدد أقل من ٤ هو ....

٣ (أ) مجموعة من البطاقات مرقمة من ١ إلى ٢٠ سُحبت من بينها بطاقة واحدة عشوائيًا

احسب احتمال أن تحمل البطاقة المسحوبة :

١ عددًا يقبل القسمة على ٣

٢ عددًا أوليًا.

٣ عددًا أكبر من ٨

(ب) صندوق يحتوى على ٣ كرات حمراء ، ٤ صفراء ، ٥ خضراء سُحبت كرة عشوائيًا

أوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :

١ حمراء.

٢ بيضاء.

٣ ليست صفراء.

٤ إذا أُلقى حجر نرد منتظم مرة واحدة ولُوحظ الرقم الظاهر على الوجه العلوى.

أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية :

١ حدث ظهور رقم أكبر من ٣

٢ حدث ظهور رقم أقل من ٩

٣ حدث ظهور رقم فردى أولى.

٤ حدث ظهور رقم أقل من ١

٥ (أ) صندوق يحتوى على ٦٠ كرة متماثلة بعضها أحمر والباقى أزرق فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء هو $\frac{١}{٤}$ فأوجد عدد الكرات الزرقاء.

(ب) فصل مشترك به ٤٨ تلميذًا وتلميذة منهم ١٨ بنتًا إذا اختير تلميذ عشوائيًا فأوجد احتمال أن يكون التلميذ ولدًا.

مشروع بحثى

على الوحدة الثالثة

أهداف المشروع

- جمع البيانات وتنظيمها.
- حساب الاحتمال.
- ربط الرياضيات بالحياة.
- عمل الاستبيانات على عينة من المجتمع.
- توقع النتائج فى ضوء دراسة العينات.

المطلوب

« تلعب الاحتمالات دورًا هامًا فى حياتنا اليومية ؛ فهى تسمح لنا بتوقع وقوع حدث ما أو عدم وقوعه ».

فى ضوء ذلك قُم بإعداد مشروع بحثى يتضمن ما يلى :

(١) قم بعمل استبيان على أصدقائك بالفصل عن أى من الأنشطة الفنية يفضل كل منهم :
الرسم أم التمثيل أم الموسيقى ، وذلك بالإجابة عن السؤال التالى :
هل تفضل الرسم أم التمثيل أم الموسيقى ؟
واختيار إحدى الإجابات التالية :
أفضل الرسم　　أفضل التمثيل　　أفضل الموسيقى　　لا أفضل أيًا منهم

(٢) إذا تم اختيار أحد التلاميذ لتمثيل فصلك فى إحدى المسابقات الفنية بالمدرسة فأوجد احتمال أن يكون التلميذ المختار :
١ - يفضل الرسم　　٢ - يفضل التمثيل　　٣ - يفضل الموسيقى　　٤ - لا يفضل أيًا منهم

(٣) بمعرفة عدد التلاميذ بمدرستك وفى ضوء حساب الاحتمالات السابقة توقع عدد التلاميذ بمدرستك الذين :
١ - يفضلون الرسم　　٢ - يفضلون التمثيل　　٣ - يفضلون الموسيقى

(٤) فى ضوء هذا الاستبيان اكتب نصيحة لمسئول التربية الفنية بمدرستك.



مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $\frac{٥}{٢} \div \frac{٥}{٢} = $ ....

(أ) ١ (ب) $\frac{٤}{٢٥}$ (جـ) $\frac{٢٥}{٤}$ (د) $\frac{١٠}{٤}$

٢ إذا كان ثلثا عدد يساوى ٦ فإن هذا العدد يساوى ....

(أ) ٤ (ب) ٨ (جـ) ٩ (د) ٢٤

٣ أى كسرين مما يأتى غير متساويين ؟

(أ) $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{٤}$ (ب) $\frac{٤}{٣}$ ، $\frac{٨}{٦}$ (جـ) $\frac{٥}{٢٥}$ ، $\frac{٢}{١٠}$ (د) $\frac{٦}{٩}$ ، $\frac{٩}{٢٧}$

٤ أى من الأعداد الآتية يقبل القسمة على ٤ ؟

(أ) ١٢٥٨ (ب) ٢٤٢١ (جـ) ١٥٣٦ (د) ٤٠١٠

٥ أى من الأعداد الآتية هو الأكبر ؟

(أ) $(-٩)^{١٥}$ (ب) $(\frac{١}{٣})^{١٢}$ (جـ) $٥٫١^{صفر}$ (د) $(صفر)^{١٠٠}$

٦ $٢^{١٠} \times ٢^{-١٠} = ٣^{.....}$

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٧ إذا كان : ٥ س = ٣٥ فإن : ٢ س + ١ = ...

(أ) ٧ (ب) ٨ (جـ) ١٥ (د) ٧١

٨ إذا كان : $أ^{س} = ٢$ ، $أ^{-ص} = ٣$ فإن : $أ^{س+ص} = ...$

(أ) ١ (ب) -١ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) ٦

٩ أى من الأعداد الآتية يقع بين ٢,٢ ، ٢,٣ ؟

(أ) ١,٣ (ب) ٢,٤ (جـ) ٢,٢٥ (د) ٢,١

١٠ $\sqrt{١٠٠ - ٦٤} = ١٠ - ....$

(أ) ٦ (ب) ٤ (جـ) -٦ (د) -٤

١١ $\frac{٣}{٤} + ٥٠\% = ...$

(أ) ٧٥٪ (ب) $\frac{٣}{٤}$٥٠ (جـ) ١٢٥٪ (د) $\frac{٣}{٢}$

١٢ إذا كان : $\sqrt{س + ٥} = ٣$ فإن : $\sqrt{س} = ...$

(أ) صفر (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٩

١٣ إذا كان : (٣ ، ك) يحقق العلاقة : ٢ س + ص = ٧ فإن : ك = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

١٤ إذا كانت : $\frac{٥ (س + ٢) - ٧}{٦} = \frac{١٢ - (٤ - س)}{٩}$ فإن : س = ...

(أ) $\frac{٩}{١٧}$ (ب) $\frac{٩}{١٣}$ (جـ) $\frac{٣٣}{٧١}$ (د) $\frac{٣٣}{١٣}$

١٥ $٢^{٣٠} + ٢^{٣٠} + ٢^{٣٠} + ٢^{٣٠} = ...$

(أ) $٨^{١٢٠}$ (ب) $٨^{٣٠}$ (جـ) $٢^{١٢٠}$ (د) $٢^{٣٢}$

٢ أكمل ما يأتى :

١ ٢ × ٦ - ١٢ ÷ ٣ = ...

٢ $\frac{(١٧)^{٢} - ٢ × ١٧ + ١٧}{١٧} = ...$

٣ $٢\frac{١}{٤} \times$ .... $= ١$

٤ $-٧ + |-٧| =$ ....

٥ $٢٩٨ + ٥٠٢ = ٣٠٠ +$ ....

٦ $(٣\,س^{-١})^{٢} = \frac{٩}{.....}$ حيث $س \neq ٠$

٧ إذا كان : $س + ص = \frac{٣}{٥}$ فإن : $(٥\,س + ٥\,ص)^{٣} =$ ....

٨ إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{٢}{٥}$ فإن : $\frac{٥\,أ}{٢\,ب} =$ ....

٩ إذا كانت : س : ٤٩ = ٢ : ٧ فإن : س = ...

١٠ إذا كان مجموع خمسة أعداد يساوى ٢٠ فإن الوسط الحسابى لهذه الأعداد = ...

١١ ١ ، ٢ ، ٤ ، ٧ ، ١١ ، .... (بنفس التسلسل)

١٢ ١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦ ، .... (بنفس التسلسل)

١٣ إذا كان : $\frac{٢\,س}{٥} = -٢$ فإن : $س^{٢} =$ ....

١٤ إذا كان : $٠,٠٠٠٣٧ = ٣,٧ \times ١٠^{ن}$ فإن : ن = ...

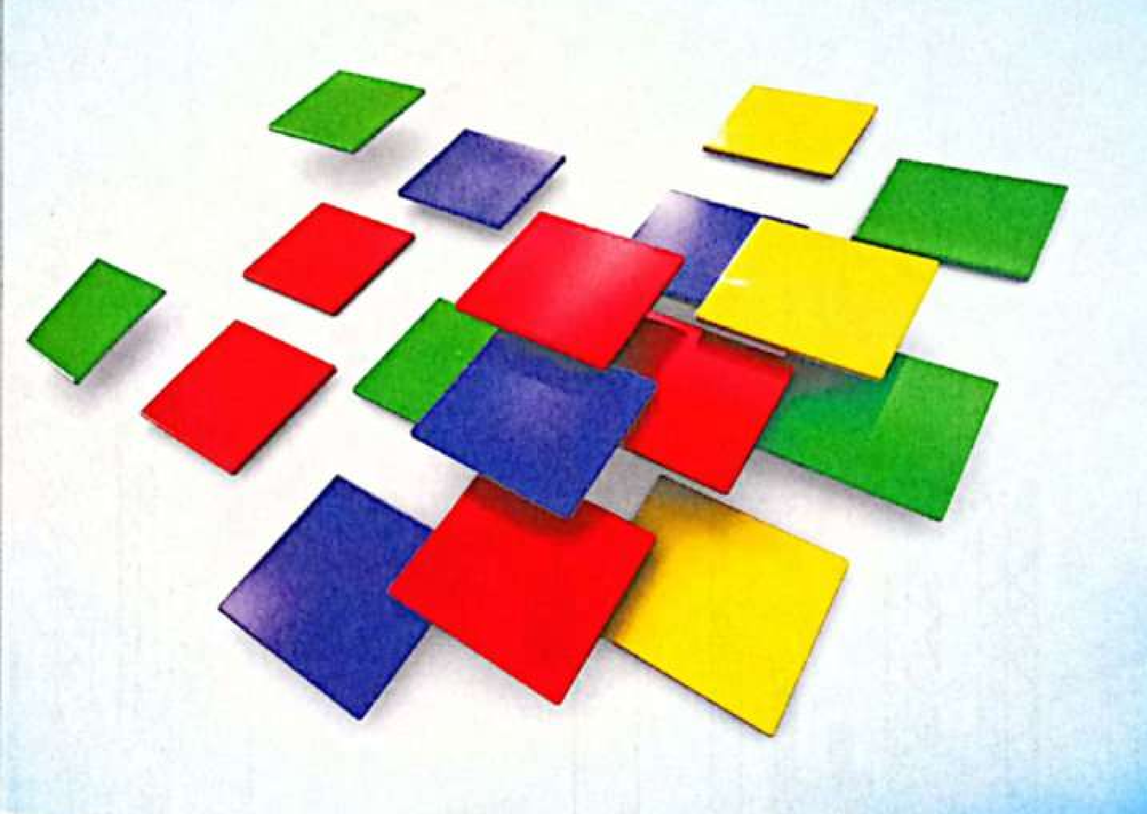
١٥ إذا كان : م (١ ، ٣) ، ن (٠ ، ١) فإن : ميل $\overleftrightarrow{م\,ن}$ = ...

ثانيًا الهندسة



الوحدة

4 المساحات



دروس الوحدة :

- الدرس 1 تساوى مساحتى متوازيى أضلاع (نظرية ١ ونتائجها).
- الدرس 2 تابع نتائج نظرية (١).
- الدرس 3 تساوى مساحتى مثلثين (نظرية ٢ ونتائجها).
- الدرس 4 تابع تساوى مساحتى مثلثين (نظرية ٣).
- الدرس 5 مساحات بعض الأشكال الهندسية.

يمكنك حل الامتحانات التفاعلية على الدروس من خلال مسح QR code الخاص بكل امتحان

مشروع بحثى على الوحدة الرابعة

أهداف الوحدة :

بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن :

- يتعرف ارتفاع متوازى الأضلاع.
- يتعرف العلاقة بين مساحتى سـطحى متوازيى الأضلاع المشتركين فى القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة.
- يتعرف العلاقة بين مسـاحة متوازى الأضلاع ومساحة المستطيل المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين.
- يتعـرف العلاقة بين مسـاحة المثلث ومسـاحة متوازى الأضلاع المشـترك معه فـى القاعدة والمحصور معه بين مسـتقيمين متوازيين أحدهما يحمل القاعدة المشتركة.
- يتعرف العلاقة بين مسـاحتى مثلثين مرسـومين على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة.
- يحسب مساحة متوازى الأضلاع.
- يحسب مساحة المثلث.
- يعرف أن متوسـط المثلث يقسـم سـطحه إلى سـطحى مثلثين متساويين فى المساحة.
- يتعرف خواص المعين ويحسب مساحته.
- يتعرف خواص شبه المنحرف المتساوى الساقين.
- يحسب مساحة شبه المنحرف.
- يستخدم البرهان الاستدلالى لحل المسائل فى الهندسة.



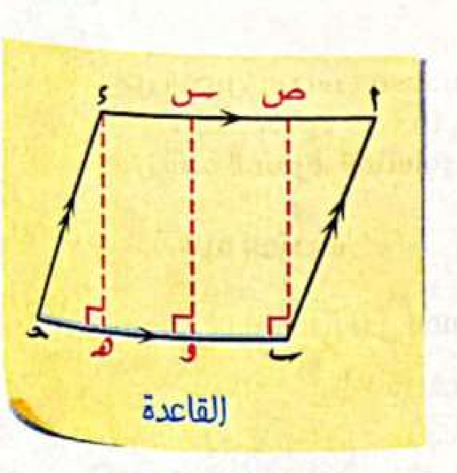
تساوى مساحتى متوازيى أضلاع

إن دراسة مساحة متوازى الأضلاع تستلزم أولاً معرفة مفهوم ارتفاع متوازى الأضلاع وقاعدته

ارتفاع متوازى الأضلاع

- يمكن اعتبار أى ضلع من أضلاع متوازى الأضلاع كقاعدة له.
- ارتفاع متوازى الأضلاع هو طول القطعة المستقيمة المرسومة عموديًا على قاعدته من أى نقطة من نقط الضلع المقابل لهذه القاعدة.

فمثلاً : فى الشكل المقابل :



باعتبار $\overline{\text{ب جـ}}$ قاعدة لمتوازى الأضلاع أ ب جـ ء

فإن طول كلٍ من $\overline{\text{ء هـ}}$ ، $\overline{\text{س و}}$ ، $\overline{\text{ص ب}}$

ارتفاع لمتوازى الأضلاع أ ب جـ ء

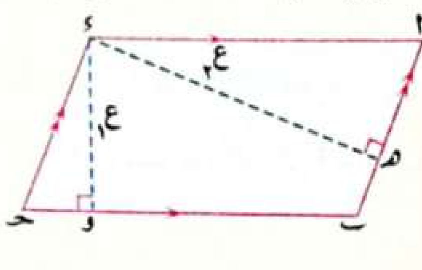
وحيث إن : البُعد العمودى بين أى مستقيمين متوازيين يكون ثابتًا

فإن : ء هـ = س و = ص ب

ملاحظة

متوازى الأضلاع له ارتفاعان مختلفان.

الارتفاع الأصغر يناظر القاعدة الأكبر طولًا ، والارتفاع الأكبر يناظر القاعدة الأصغر طولاً.



فمثلًا : فى الشكل المقابل :

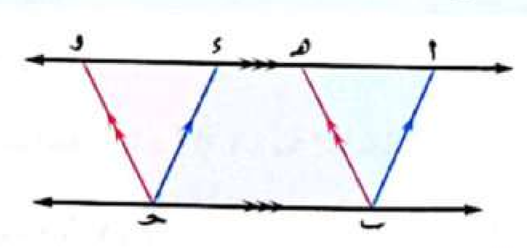
أ ب جـ ء متوازى أضلاع له ارتفاعان مختلفان هما :

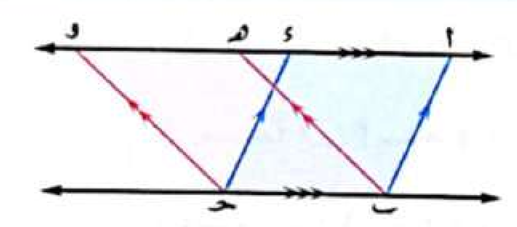
- $ع_1$ (طول ءو) وهو الارتفاع المناظر للقاعدة ب جـ وهو نفسه الارتفاع المناظر للقاعدة أ ء
- $ع_2$ (طول ءهـ) وهو الارتفاع المناظر للقاعدة أ ب وهو نفسه الارتفاع المناظر للقاعدة ء جـ

لاحظ أن :
ب جـ > أ ب ، $ع_1$ < $ع_2$

نظرية ١

سطحا متوازيى الأضلاع المشتركين فى القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة متساويان فى المساحة.





المعطيات: أ ب جـ ء ، هـ ب جـ و متوازيا أضلاع ، ب جـ قاعدة مشتركة لهما ، ب جـ // أ و

المطلوب: إثبات أن : مساحة ▱ أ ب جـ ء = مساحة ▱ هـ ب جـ و

البرهان: ∵ △ ء جـ و صورة △ أ ب هـ بانتقال مسافة ب جـ فى اتجاه ب جـ

تذكر أن
المضلعات المتطابقة تكون مساحاتها متساوية.
مساحة △ ء جـ و = مساحة △ أ ب هـ

∴ △ ء جـ و ≡ △ أ ب هـ لأن الانتقال تساوى قياسى.

∴ مساحة الشكل أ ب جـ و − مساحة △ ء جـ و

= مساحة الشكل أ ب جـ و − مساحة △ أ ب هـ

∴ مساحة ▱ أ ب جـ ء = مساحة ▱ هـ ب جـ و (وهو المطلوب)

مثال ١

في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء ، أ و هـ ء متوازيا أضلاع

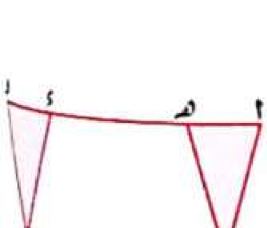
، حـ ∈ $\overline{\text{ب هـ}}$ ، و ∈ $\overline{\text{ب هـ}}$ ، $\overline{\text{أ و}}$ ∩ $\overline{\text{ء حـ}}$ = {ز}

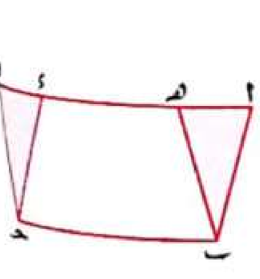
أثبت أن : مساحة الشكل أ ب حـ ز = مساحة الشكل ء هـ و ز

الحـــل

المعطيات	أ ب حـ ء ، أ و هـ ء متوازيا أضلاع ، حـ ∈ $\overline{\text{ب هـ}}$ ، و ∈ $\overline{\text{ب هـ}}$
المطلوب	**إثبات أن :** مساحة الشكل أ ب حـ ز = مساحة الشكل ء هـ و ز
البرهان	∵ أ ب حـ ء ، أ و هـ ء متوازيا أضلاع مشتركان في القاعدة $\overline{\text{أ ء}}$
	، ∵ $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب هـ}}$
	∴ مساحة ▱ أ ب حـ ء = مساحة ▱ أ و هـ ء
	وبطرح مساحة Δ أ ز ء من الطرفين :
	∴ مساحة ▱ أ ب حـ ء − مساحة Δ أ ز ء
	= مساحة ▱ أ و هـ ء − مساحة Δ أ ز ء
	∴ مساحة الشكل أ ب حـ ز = مساحة الشكل ء هـ و ز (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ١





في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء ، هـ ب حـ و متوازيا أضلاع

، هـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ ، و ∈ $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$

أثبت أن : مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ ء حـ و

نتائج هامة

نتيجة ١

مساحة متوازى الأضلاع تساوى مساحة المستطيل المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين.

ففى الشكل المقابل :

مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ ء

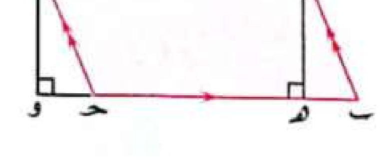
تساوى مساحة المستطيل أ هـ و ء

(مشتركان فى القاعدة $\overline{أء}$ ومحصوران بين المستقيمين المتوازيين $\overleftrightarrow{أء}$ ، $\overleftrightarrow{ب حـ}$)

يمكن استنتاج ذلك بناءً على النظرية السابقة حيث إن المستطيل حالة خاصة من متوازى الأضلاع.



مساحة متوازى الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها.



يمكن استنتاج ذلك من الشكل المقابل كما يلى :

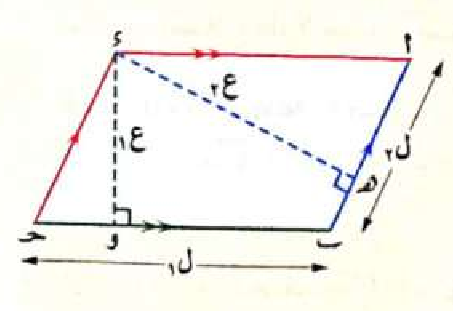
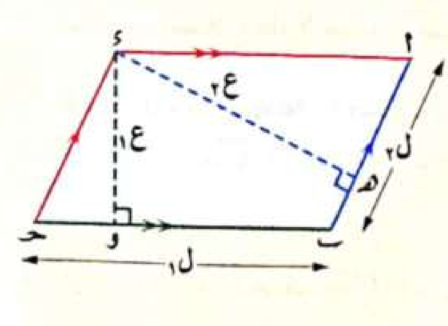
∵ مساحة المستطيل = الطول × العرض

∴ مساحة المستطيل أ هـ و ء = أ ء × أ هـ

، ∵ مساحة المستطيل أ هـ و ء = مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ ء (نتيجة)

∴ مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ ء = أ ء × أ هـ = ب حـ × أ هـ

ملاحظة

إذا كان أ ب حـ ء متوازى أضلاع

، ء و هو الارتفاع المناظر للقاعدة $\overline{ب حـ}$

، ء هـ هو الارتفاع المناظر للقاعدة $\overline{أ ب}$ فإن :

مساحة ▱ أ ب حـ ء = ب حـ × ء و = أ ب × ء هـ

أى أن : $ل_1 \times ع_1 = ل_2 \times ع_2$

مثال ٢

أكمل المطلوب بجانب كل شكل :

١ إذا كانت : مساحة ▱ أ ب جـ د = ٤٠٠ سم^{٢}

فإن : ب جـ = ... سم



٢ إذا كان : أ ب جـ د متوازى أضلاع

فإن : أ و = ... سم

الحـــل



١ ∵ مساحة متوازى الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها = ب جـ × د و

∴ ٤٠٠ = ب جـ × ٤   ∴ ب جـ = $\frac{٤٠٠}{٤}$ = ١٠٠ سم

٢ ∵ أ د × أ هـ = أ ب × أ و   ∴ ٨ × ٤ = ٥ × أ و

∴ أ و = $\frac{٨ \times ٤}{٥}$ = ٦,٤ سم

مثال ٣

١ متوازى أضلاع طولا ضلعين متجاورين فيه : ٤ سم ، ٦ سم وارتفاعه الأصغر ٢ سم
أوجد مساحته.

٢ متوازى أضلاع طولا ضلعين متجاورين فيه : ٦ سم ، ٨ سم فإذا كان ارتفاعه الأكبر
٤ سم أوجد ارتفاعه الأصغر.

الحـــل

١ ∵ الارتفاع الأصغر يقابل القاعدة الأكبر طولاً

∴ مساحة متوازى الأضلاع = ٦ × ٢ = ١٢ سم^{٢}

٢ ∵ مساحة متوازى الأضلاع = طول القاعدة الصغرى × الارتفاع الأكبر

= طول القاعدة الكبرى × الارتفاع الأصغر

∴ ٦ × ٤ = ٨ × الارتفاع الأصغر ∴ الارتفاع الأصغر = $\frac{٦ \times ٤}{٨}$ = ٣ سم

حاول بنفسك ٢

أكمل ما يأتى :

١ متوازى أضلاع طول قاعدته ١٢ سم وارتفاعه المناظر لها ٥ سم

فإن مساحته = ... سم^{٢}

٢ متوازى أضلاع مساحته ٦٣ سم^{٢} وطول قاعدته ٧ سم

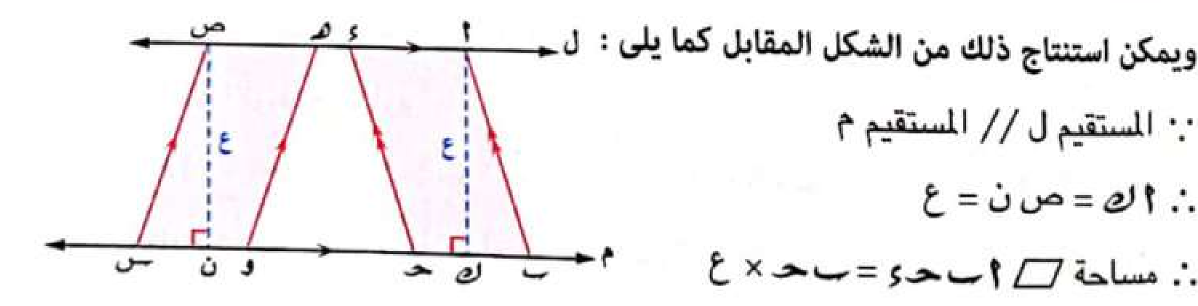
فإن : ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة = ... سم

٣ أ ب جـ د متوازى أضلاع فيه : أ ب = ٦ سم ، ب جـ = ١٢ سم وارتفاعه الأكبر ٤ سم

فإن مساحته = ... سم^{٢}

نتيجة ٣

متوازيات الأضلاع المحصورة بين مستقيمين متوازيين وقواعدها التى على أحد هذين المستقيمين متساوية فى الطول تكون مساحاتها متساوية.



ويمكن استنتاج ذلك من الشكل المقابل كما يلى :

∵ المستقيم ل // المستقيم م

∴ أ ك = ص ن = ع

∴ مساحة ▱ أ ب جـ د = ب جـ × ع

، مساحة ▱ هـ و س ص = و س × ع

فإذا كان : ب جـ = و س فإن : مساحة ▱ أ ب جـ د = مساحة ▱ هـ و س ص

① ٦٠ ② ٩ ③ ٢٤



تمارين 1



أسئلة كتاب الوزارة

1 أكمل ما يأتى :

1 سطحا متوازيى الأضلاع المشتركين فى القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة ....

2 مساحة متوازى الأضلاع تساوى مساحة .... المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين.

3 مساحة متوازى الأضلاع = ... × ....

4 مساحات متوازيات الأضلاع المحصورة بين مستقيمين متوازيين وقواعدها التى على أحد هذين المستقيمين متساوية فى الطول تكون ....

---

2 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1 إذا كان طول قاعدة متوازى أضلاع ٧ سم وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة ٤ سم فإن مساحته تساوى ....

(أ) ١١ سم٢ (ب) ١٤ سم٢ (جـ) ٢٢ سم٢ (د) ٢٨ سم٢

2 إذا كانت مساحة متوازى أضلاع ٣٥ سم٢ وارتفاعه ٥ سم فإن طول قاعدته المناظرة لهذا الارتفاع يساوى ....

(أ) ٥ سم (ب) ٧ سم (جـ) ٩ سم (د) ٣٠ سم

3 إذا كانت مساحة متوازى أضلاع ٥٠ سم٢ وطول قاعدته ١٠ سم فإن ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة يساوى ....

(أ) ٥٠٠ سم (ب) ٥ سم (جـ) ٢٥٠ سم (د) ١٠٠ سم

4 إذا كان طولا ضلعين متجاورين فى متوازى أضلاع ٨ سم ، ١٠ سم وارتفاعه الأكبر ٥ سم فإن مساحته تساوى ....

(أ) ٨٠ سم٢ (ب) ٥٠ سم٢ (جـ) ٤٠ سم٢ (د) ١٨ سم٢

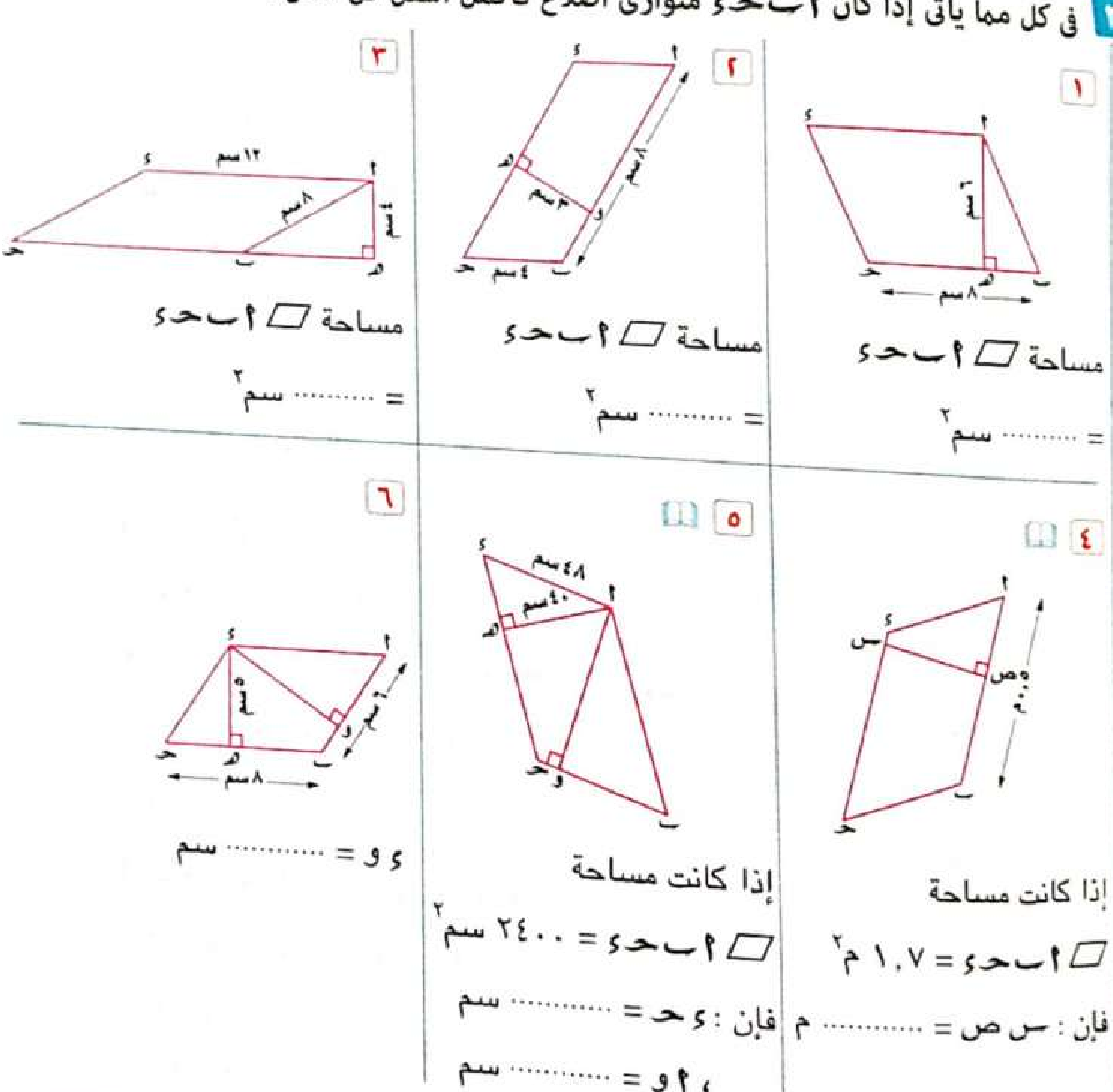
٥ إذا كان أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه : أ ب = ٥ سم ، ب حـ = ١٠ سم وارتفاعه الأصغر ٤ سم فإن ارتفاعه الأكبر يساوى ....

(أ) ٢ سم (ب) ٤ سم (جـ) ٨ سم (د) ١٠ سم

٦ متوازى أضلاع مساحته ٥٠ سم^{٢} ، طول قاعدته يساوى ضعف ارتفاعه فإن ارتفاعه يساوى ....

(أ) ٥٠ سم (ب) ٢٥ سم (جـ) ١٠ سم (د) ٥ سم

٣ فى كل مما يأتى إذا كان أ ب حـ ء متوازى أضلاع فأكمل أسفل كل شكل :



١ مساحة ▱ أ ب حـ ء = ... سم^{٢}

٢ مساحة ▱ أ ب حـ ء = ... سم^{٢}

٣ مساحة ▱ أ ب حـ ء = ... سم^{٢}

٤ إذا كانت مساحة ▱ أ ب حـ ء = ١,٧ م^{٢} فإن : س ص = ... م

٥ إذا كانت مساحة ▱ أ ب حـ ء = ٢٤٠٠ سم^{٢} فإن : ء حـ = ... سم ، أ و = ... سم

٦ ء و = ... سم

٤ في الشكل المقابل :

ا ب جـ د متوازي أضلاع فيه :

ق(∠ ا ب جـ) = ١٥٠° ، ا د = ١٢ سم

، ا ب = ٨ سم ، هـ ∈ جـ ب ، ا هـ ⊥ جـ ب

أوجد : مساحة ▱ ا ب جـ د

«٤٨ سم²»

٥ في الشكل المقابل :

ا ب جـ د مستطيل ، ا هـ // د و

، هـ ∈ ب جـ ، و ∈ ب جـ

أثبت أن : مساحة الشكل ا ب جـ م = مساحة الشكل د م هـ و

٦ في الشكل المقابل :

ا ب // د هـ ، س ∈ ا ب ، ص ∈ ا ب

، س د هـ ص مستطيل ، ا د // ب هـ

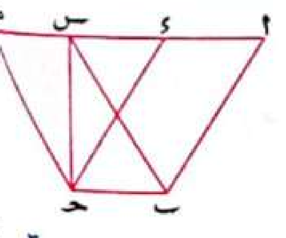
١ أوجد : مساحة الشكل ا ب هـ د

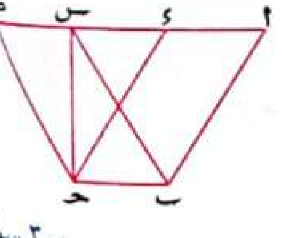
٢ إذا كان : ا د = ٣٠ سم

فأوجد : طول العمود النازل من ب على ا د

«٢٨٨ سم² ، ٩.٦ سم»

٧ في الشكل المقابل :





ا ب جـ د ، س ب جـ ص متوازيا أضلاع

، س ∈ ا د ، مساحة △ س جـ ص = ١٥ سم²

أوجد : مساحة ▱ ا ب جـ د

«٣٠ سم²»

٨ في الشكل المقابل :

ا ب جـ د ، ا هـ ب د متوازيا أضلاع

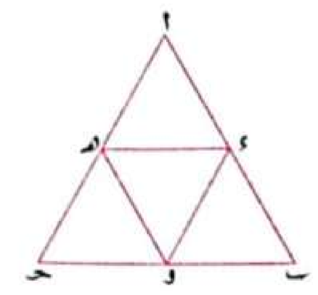
، و ∈ د ب بحيث هـ و // ا ب

أثبت أن :

١ ا هـ و ب متوازي أضلاع.

٢ مساحة ▱ ا ب جـ د = مساحة ▱ ا هـ و ب

٩ **في الشكل المقابل :**

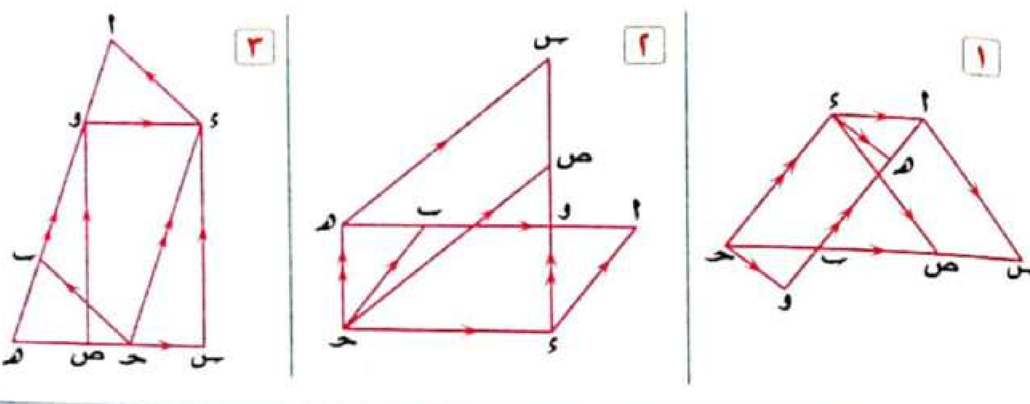


ء ب و هـ ، ء و حـ هـ متوازيا أضلاع

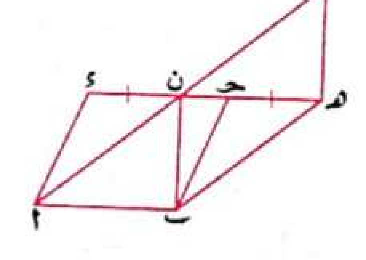
، و $\in$ $\overline{\text{ب حـ}}$

أثبت أن : مساحة الشكل أ ب و هـ = مساحة الشكل أ ء و حـ

١٠ **في كل من الأشكال التالية بيِّن أن متوازيات الأضلاع الثلاثة متساوية المساحة :**



١١ **في الشكل المقابل :**



أ ب حـ ء ، ب هـ م ن متوازيا أضلاع

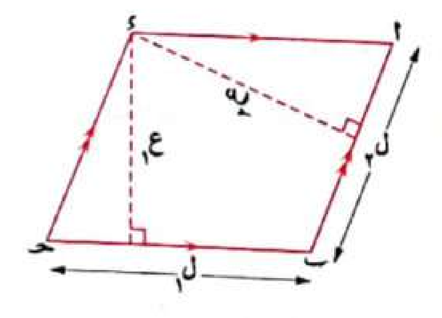
، هـ حـ = ء ن حيث هـ $\in$ $\overleftrightarrow{\text{ء حـ}}$ ، م $\in$ $\overrightarrow{\text{أ ن}}$



أثبت أن : مساحة ▱ أ ب حـ ء = مساحة ▱ ب هـ م ن

للمتفوقين

١٢ **في الشكل المقابل :**



أ ب حـ ء متوازي أضلاع مساحته = ٢٤٠ سم^2

، ل$_1$: ع$_1$ = ٥ : ٣ ، ل$_1$: ل$_2$ = ٤ : ٣

أوجد : ع$_2$

«١٦ سم»



تابـع نتـائج نظـرية (1)

نتيجة ٤

مساحة المثلث تساوى نصف مساحة متوازى الأضلاع المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل القاعدة المشتركة.

• ويمكن استنتاج ذلك من الشكل المقابل كما يلى :

ءهـ // أب ، أبحء ، أبهـو متوازيا أضلاع



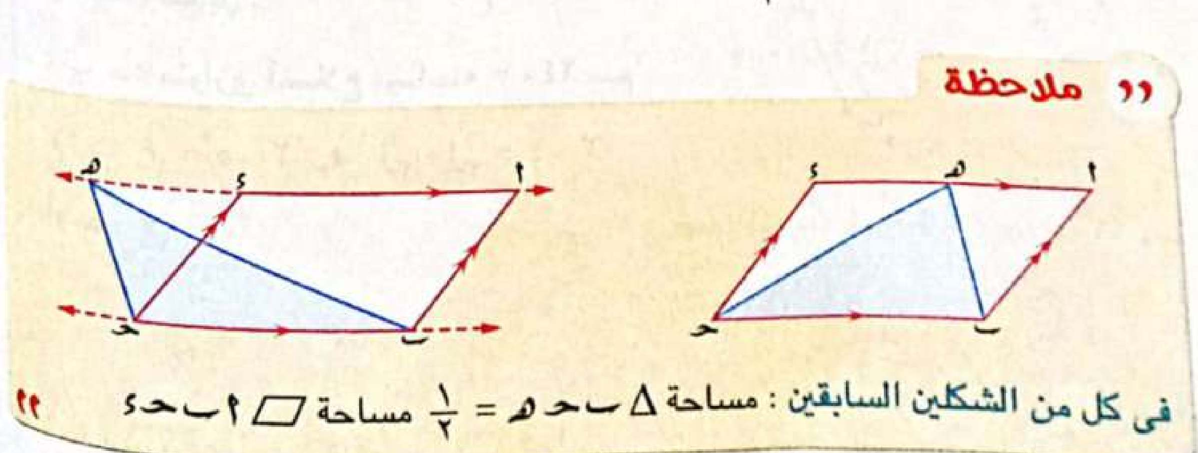
، بو قطر فى متوازى الأضلاع أبهـو

∴ مساحة المثلث أبو = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أبهـو

، ∵ مساحة ▱ أبحء = مساحة ▱ أبهـو (نظرية)

∴ مساحة المثلث أبو = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أبحء

ملاحظة



فى كل من الشكلين السابقين : مساحة Δ بحهـ = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أبحء

مثال ١

في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء ، أ هـ و ن متوازيا أضلاع

، هـ ∈ $\overline{\text{ب حـ}}$ ، ء ∈ $\overline{\text{ن و}}$

أثبت أن : مساحة ▱ أ ب حـ ء = مساحة ▱ أ هـ و ن



الحل

المعطيات	أ ب حـ ء ، أ هـ و ن متوازيا أضلاع.
المطلوب	**إثبات أن :** مساحة ▱ أ ب حـ ء = مساحة ▱ أ هـ و ن
البرهان	∵ Δ أ هـ ء يشترك مع ▱ أ ب حـ ء فى القاعدة $\overline{\text{أ ء}}$ ، هـ ∈ $\overline{\text{ب حـ}}$
	∴ مساحة Δ أ هـ ء = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أ ب حـ ء (١)
	، ∵ Δ أ هـ ء يشترك مع ▱ أ هـ و ن فى القاعدة $\overline{\text{أ هـ}}$ ، ء ∈ $\overline{\text{و ن}}$
	∴ مساحة Δ أ هـ ء = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أ هـ و ن (٢)
	من (١) ، (٢) ينتج أن :
	مساحة ▱ أ ب حـ ء = مساحة ▱ أ هـ و ن (وهو المطلوب)

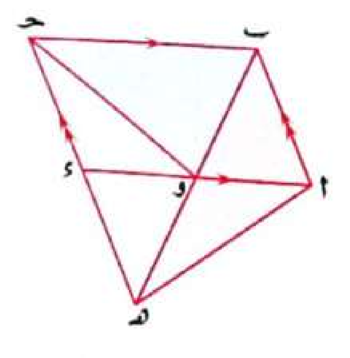
حاول بنفسك ١

في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء متوازى أضلاع

، هـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ ، و ∈ $\overline{\text{أ ء}}$

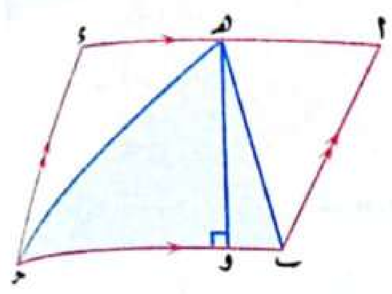
أثبت أن : مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ ب و حـ



نتيجة ٥



مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها.



• ويمكن استنتاج ذلك من الشكل المقابل كما يلى :

∵ مساحة Δ ب جـ هـ = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أ ب جـ د

، ∵ مساحة ▱ أ ب جـ د = ب جـ × هـ و

∴ مساحة Δ ب جـ هـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ × هـ و

حيث ب جـ طول قاعدة المثلث

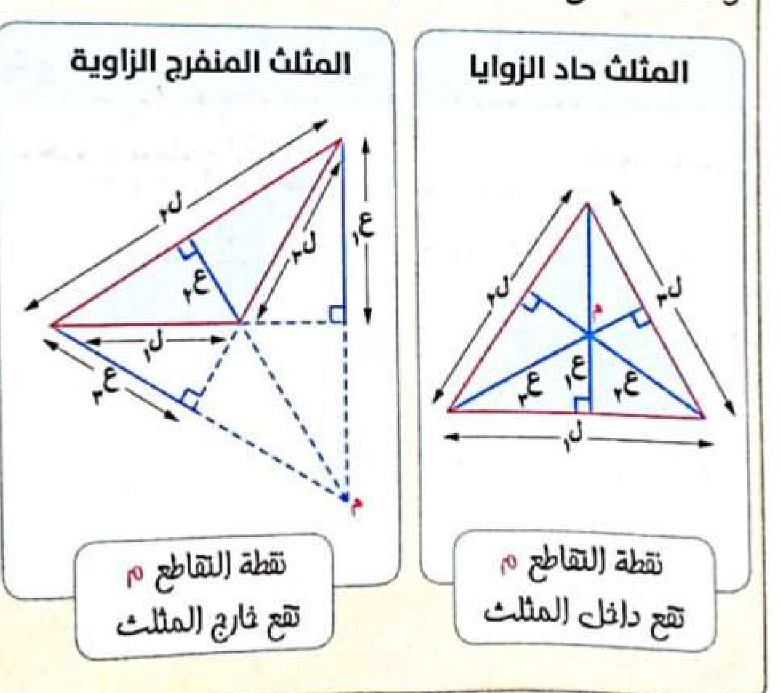
، هـ و ارتفاع المثلث المناظر للقاعدة $\overline{\text{ب جـ}}$

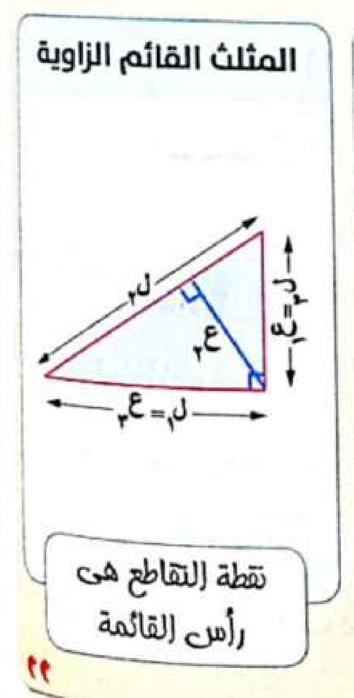
لاحظ أن :

ارتفاع المثلث هو طول القطعة المستقيمة العمودية المرسومة من رأس المثلث إلى الضلع المقابل لها.

ملاحظة

يمكن اعتبار أى ضلع من أضلاع المثلث كقاعدة ، وعلى هذا فإن للمثلث ثلاث قواعد ، ولكل قاعدة ارتفاع مناظر هو طول القطعة المستقيمة العمودية المرسومة من الرأس إلى القاعدة المقابلة لهذا الرأس ، والمستقيمات الحاملة لهذه القطع المستقيمة العمودية تتقاطع فى نقطة واحدة كما فى الأشكال التالية :





مثال ٢

١ مثلث طول قاعدته ٨ سم وارتفاعه المناظر لها ٥ سم أوجد مساحته.

٢ مثلث مساحته ٢٤ سم^2 وارتفاعه ٤ سم أوجد طول قاعدته المناظرة لهذا الارتفاع.

٣ مثلث قائم الزاوية فى ب فيه : ب حـ = ١٠ سم ، أ ب = ٨ سم أوجد مساحته.

الحل

١ ∵ مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها

∴ مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × ٨ × ٥ = ٢٠ سم^2

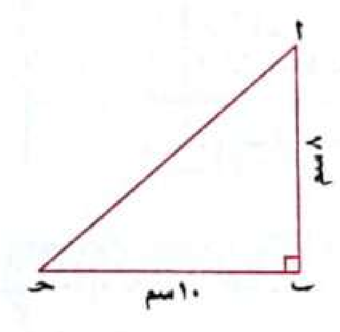
٢ ∵ مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها

∴ ٢٤ = $\frac{1}{2}$ × طول القاعدة × ٤

∴ ٢٤ = ٢ × طول القاعدة ∴ طول القاعدة = $\frac{24}{2}$ = ١٢ سم



٣ ∵ أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب



∴ $\overline{أب}$ هو الارتفاع المناظر للقاعدة $\overline{ب حـ}$

∴ مساحة △ أ ب حـ = $\frac{1}{2}$ × ب حـ × أ ب

= $\frac{1}{2}$ × ١٠ × ٨ = ٤٠ سم^2



أكمل ما يأتى :

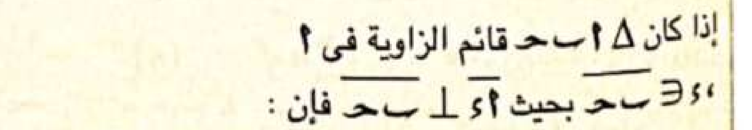
١ إذا كان طول قاعدة مثلث ٤ سم وارتفاعه المناظر لها ٣ سم فإن مساحته = ...

٢ إذا كانت مساحة مثلث ٣٦ سم^2 وطول قاعدته ٩ سم فإن ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة = ...

ملاحظة

إذا كان △ أ ب حـ قائم الزاوية فى أ

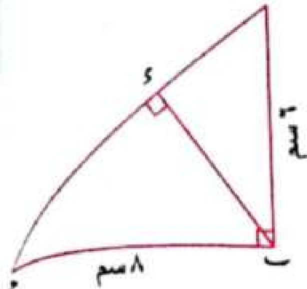
، ء ∈ $\overline{ب حـ}$ بحيث $\overline{أء}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$ فإن :



مساحة △ أ ب حـ = $\frac{1}{2}$ ب حـ × أ ء = $\frac{1}{2}$ أ ب × أ حـ

∴ $\frac{1}{2}$ ب حـ × أ ء = $\frac{1}{2}$ أ ب × أ حـ ∴ ب حـ × أ ء = أ ب × أ حـ

مثال ٣



في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب ، ء ∈ $\overline{\text{أ حـ}}$ بحيث $\overline{\text{ب ء}} \perp \overline{\text{أ حـ}}$

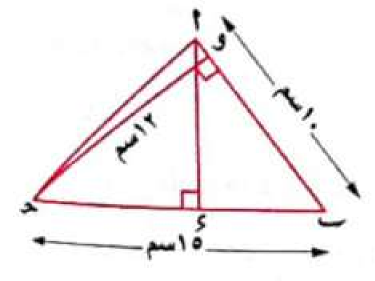
إذا كان : أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٨ سم

فأوجد : طول $\overline{\text{ب ء}}$

الحل

المعطيات	أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب ، $\overline{\text{ب ء}} \perp \overline{\text{أ حـ}}$ ، أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٨ سم
المطلوب	إيجاد : طول $\overline{\text{ب ء}}$
البرهان	∵ Δ أ ب حـ قائم الزاوية في ب
	∴ (أ حـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢} = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠ ∴ أ حـ = ١٠ سم
	، ∵ $\overline{\text{ب ء}} \perp \overline{\text{أ حـ}}$ ∴ ب ء × أ حـ = أ ب × ب حـ
	∴ ب ء × ١٠ = ٦ × ٨ ∴ ب ء = $\frac{٦ \times ٨}{١٠}$ = ٤,٨ سم (وهو المطلوب)





في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = ١٠ سم ، ب حـ = ١٥ سم

، رسم $\overleftrightarrow{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$ قطعها في ء ، $\overleftrightarrow{\text{حـ و}} \perp \overline{\text{أ ب}}$ قطعها في و

فإذا كان حـ و = ١٢ سم فأوجد : طول $\overline{\text{أ ء}}$



تمارين 2

على نتيجة (٤) ، نتيجة (٥)



اختبـــار تفاعلى

أسئلة كتاب الوزارة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مساحة المثلث .... مساحة متوازى الأضلاع المشترك معه فى القاعدة ورأسه على المستقيم الموازى لهذه القاعدة.

(أ) تساوى (ب) نصف (جـ) ضعف (د) ربع

٢ مساحة المثلث = ... طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها.

(أ) ٢ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{١}{٣}$

٣ النسبة بين مساحة متوازى الأضلاع ومساحة المثلث المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين ....

(أ) ١ : ٢ (ب) ١ : ٣ (جـ) ٢ : ١ (د) ٢ : ٣

٤ إذا كان طول قاعدة مثلث ٤ سم وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة ٣ سم فإن مساحته ....

(أ) ٦ سم^٢ (ب) ١٢ سم^٢ (جـ) ٢٤ سم^٢ (د) ٣٤ سم^٢

٥ المثلث الذى طول قاعدته ١٢ سم ومساحته ٤٨ سم^٢ يكون ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة ....

(أ) ٣ سم (ب) ٤ سم (جـ) ٦ سم (د) ٨ سم

٦ إذا كانت مساحة مثلث ٤٢ سم^٢ وارتفاعه ٧ سم فإن طول قاعدته المناظرة لهذا الارتفاع ....

(أ) ١٥ سم (ب) ١٢ سم (جـ) ٨ سم (د) ٤ سم

٧ مساحة المثلث القائم الزاوية الذى طولا ضلعى القائمة فيه ٦ سم ، ٩ سم تساوى ....

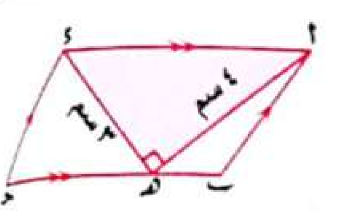
(أ) ٥٤ سم^٢ (ب) ٦٠ سم^٢ (جـ) ٢٧ سم^٢ (د) ١٥ سم^٢

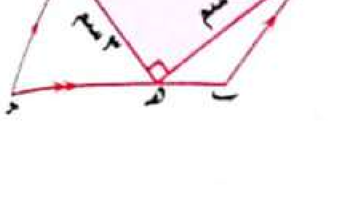
٨ إذا كان أ ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته ١٠٠ سم^٢ ، هـ $\in$ $\overline{أء}$

فإن مساحة Δ هـ ب حـ = ...

(أ) ٢٥ سم^٢ (ب) ٥٠ سم^٢ (جـ) ١٠٠ سم^٢ (د) ٢٠٠ سم^٢

٢ في الشكل المقابل :





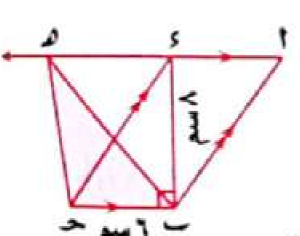
$أ ب حـ ء$ متوازي أضلاع ، $هـ \in \overleftrightarrow{أء}$

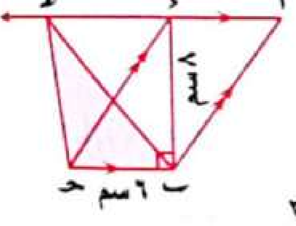
أكمل : **١** مساحة Δ هـ ب حـ = ... مساحة ▱ أ ب حـ ء

٢ إذا كانت مساحة Δ هـ ب حـ تساوى ٢٠ سم^2

فإن مساحة ▱ أ ب حـ ء تساوى .... سم^2

٣ في الشكل المقابل :





$أ ب حـ ء$ متوازي أضلاع ، أ هـ = ٤ سم ، هـ ء = ٣ سم

، ق (∠ أ هـ ء) = ٩٠° ، هـ $\in \overline{ب حـ}$

أكمل : **١** مساحة Δ أ هـ ء = ... سم^2

٢ مساحة ▱ أ ب حـ ء = ... سم^2

٤ في الشكل المقابل :

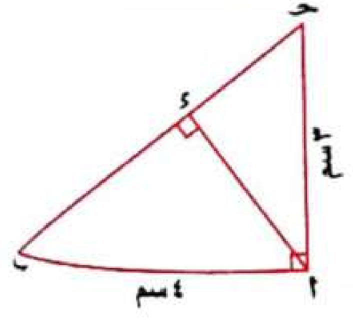
أ ب حـ ء متوازي أضلاع فيه : ب حـ = ٦ سم

، $\overline{ء ب} \perp \overline{ب حـ}$ بحيث ء ب = ٨ سم ، هـ $\in \overleftrightarrow{أء}$

أكمل : **١** مساحة متوازي الأضلاع أ ب حـ ء = ... سم^2

٢ مساحة Δ هـ ب حـ = ... سم^2

٥ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في أ ، $\overline{أء} \perp \overline{ب حـ}$

، أ ب = ٤ سم ، أ حـ = ٣ سم

أوجد : **١** مساحة Δ أ ب حـ

٢ طول $\overline{أء}$

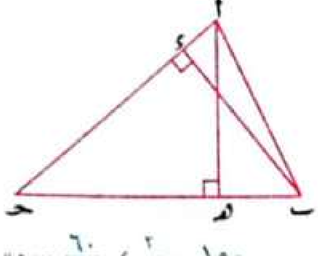
«٦ سم^2 ، ٢,٤ سم»

٦ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : ب حـ = ٦,٥ سم ، أ حـ = ٦ سم

، $\overline{أهـ} \perp \overline{ب حـ}$ ، $\overline{ب ء} \perp \overline{أ حـ}$ ، ب ء = ٥ سم

أوجد : ١ مساحة Δ أ ب حـ ٢ طول $\overline{أهـ}$



«١٥ سم^2 ، $\frac{٦٠}{١٣}$ سم»

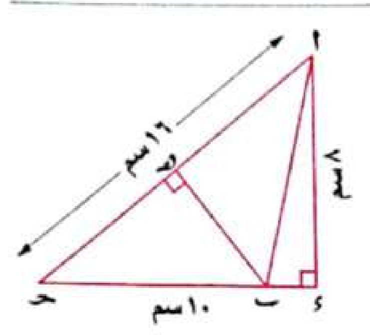
٧ في الشكل المقابل :

$\overline{أء} \perp \overleftrightarrow{حـ ب}$ ، $\overline{ب هـ} \perp \overline{أ حـ}$ ، أ حـ = ١٦ سم

، ب حـ = ١٠ سم ، أ ء = ٨ سم

أوجد : ١ مساحة Δ أ ب حـ

٢ طول $\overline{ب هـ}$

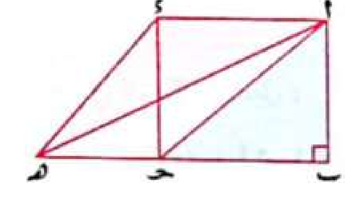


«٤٠ سم^2 ، ٥ سم»

٨ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء مستطيل ، هـ $\in \overleftrightarrow{ب حـ}$

برهن أن : مساحة Δ ء أ هـ = مساحة Δ أ ب حـ

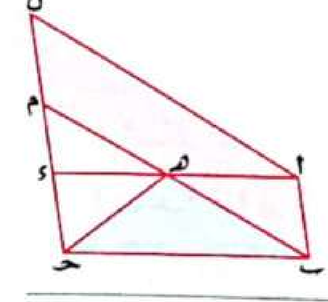


٩ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء ، أ ب م ن متوازيا أضلاع

، م $\in \overleftrightarrow{حـ ء}$

برهن أن : مساحة Δ هـ ب حـ = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أ ب م ن



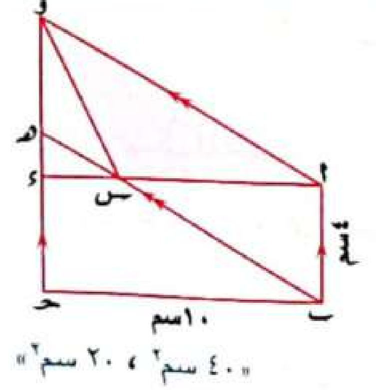
١٠ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء مستطيل ، أ ب هـ و متوازى أضلاع

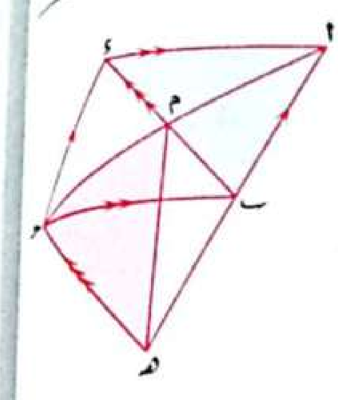
، ء $\in \overline{حـ و}$ ، س $\in \overline{ب هـ}$ ، هـ $\in$ حـ و

، أ ب = ٤ سم ، ب حـ = ١٠ سم **أوجد بالبرهان :**

١ مساحة ▱ أ ب هـ و ٢ مساحة Δ س أ و



«٤٠ سم^2 ، ٢٠ سم^2»



١١ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء ، ب هـ حـ ء متوازيا أضلاع

، أ حـ ∩ ب ء = {م}

برهن أن : مساحة Δ أ ب ء = مساحة Δ م هـ حـ

١٢ في الشكل المقابل :

أ ب حـ و ، هـ ب حـ و متوازيا أضلاع

، ب هـ ∩ حـ ء = {ل} ، ء ∈ أ و ، هـ ∈ أ و

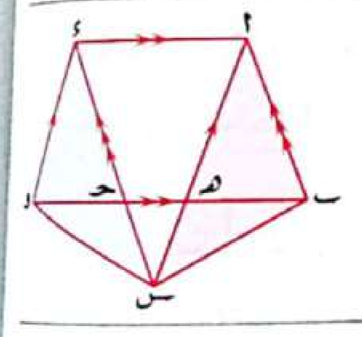
برهن أن : ١ مساحة Δ أ ب ل = مساحة Δ و حـ ل



٢ مساحة الشكل أ ب حـ ل = مساحة الشكل و حـ ب ل



١٣ في الشكل المقابل :

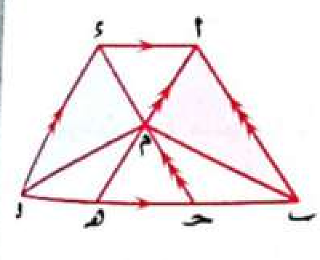


أ ب حـ ء ، أ هـ و ء متوازيا أضلاع

، أ هـ ∩ ء حـ = {س}

أثبت أن : مساحة Δ أ ب س = مساحة Δ ء و س

١٤ في الشكل المقابل :

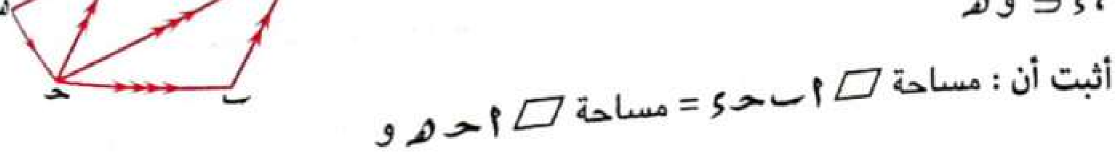


أ ب حـ ء ، أ هـ و ء متوازيا أضلاع

، أ هـ ∩ حـ ء = {م} حيث هـ ∈ ب و ، حـ ∈ ب و

أثبت أن : مساحة Δ أ ب م = مساحة Δ ء م و

١٥ في الشكل المقابل :

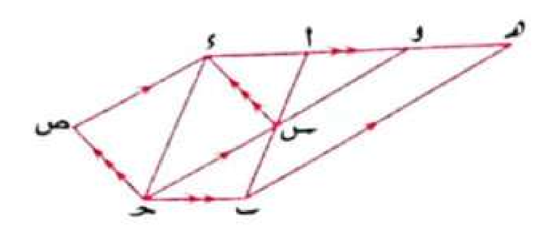


أ ب حـ ء ، أ حـ هـ و متوازيا أضلاع

، ء ∈ و هـ

أثبت أن : مساحة ▱ أ ب حـ ء = مساحة ▱ أ حـ هـ و

١٦ في الشكل المقابل :



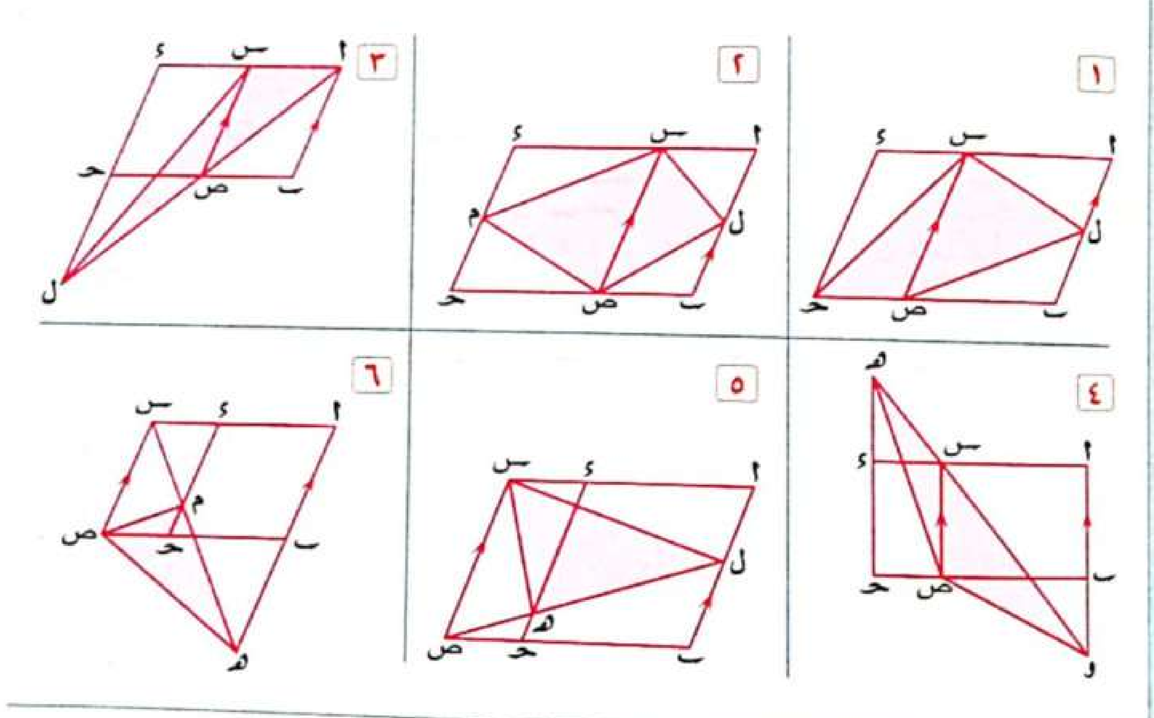
$\overleftrightarrow{هـ ء} // \overleftrightarrow{ب حـ}$ ، $\overleftrightarrow{س ء} // \overleftrightarrow{حـ ص}$

، $\overleftrightarrow{هـ ب} // \overleftrightarrow{و حـ} // \overleftrightarrow{ء ص}$

، س $\in \overline{و حـ}$ ، و $\in \overline{هـ ء}$ ، أ $\in \overline{هـ ء}$

برهن أن : متوازيات الأضلاع هـ ب حـ و ، أ ب حـ ء ، ء س حـ ص متساوية المساحة.

١٧ في كل من الأشكال التالية $\overline{س ص} // \overleftrightarrow{أ ب}$ ، بين أن مساحة الشكل الملون نصف مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ ء :

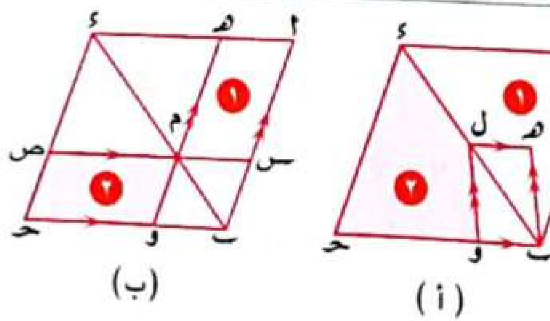


١٨ في كل من الشكلين :

أ ب حـ ء متوازى أضلاع.

لماذا تكون مساحة الشكل (١)

تساوى مساحة الشكل (٢) ؟



١٩ ف الشكل المقابل :

ل م ن هـ متوازى أضلاع

برهن أن :

مساحة المثلث ل هـ و + مساحة المثلث م و ن = مساحة المثلث ل هـ م

٢٠ ف الشكل المقابل :

أ ب جـ ء متوازى أضلاع ، هـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{أء}}$

، $\overline{\text{ب هـ}}$ ∩ $\overline{\text{جـ ء}}$ = {و}

برهن أن : مساحة Δ أ و ء = مساحة Δ هـ و جـ

٢١ ف الشكل المقابل :

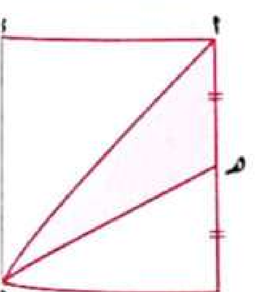
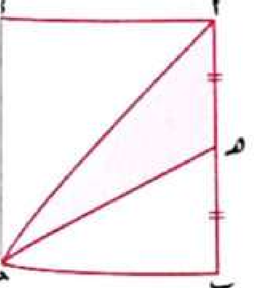
ء ب جـ و متوازى أضلاع مساحته ٨٠ سم² ، هـ ∈ $\overline{\text{ء و}}$

، أ جـ و س متوازى أضلاع ، أ ∈ $\overline{\text{ب س}}$

برهن أن : ١ مساحة Δ هـ ب جـ = مساحة Δ هـ و س

٢ مساحة Δ أ س هـ + مساحة Δ هـ جـ و = ٤٠ سم²

٢٢ ف الشكل المقابل :

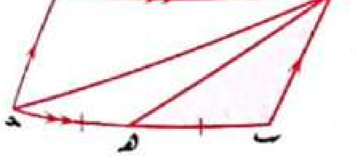
أ ب جـ ء مربع ، هـ منتصف $\overline{\text{أ ب}}$

، محيط المربع أ ب جـ ء = ٤٨ سم

أوجد : مساحة Δ أ هـ جـ

«٣٦ سم²»

٢٣ ف الشكل المقابل :



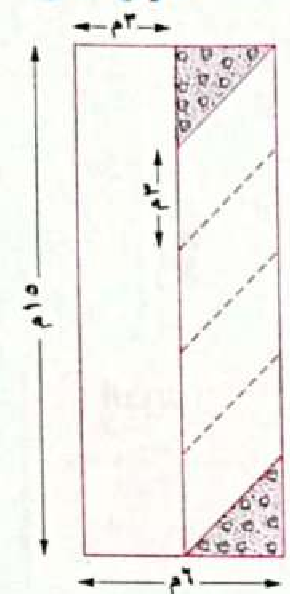
أ ب جـ ء متوازى أضلاع محيطه ٤٨ سم ، ب جـ = ٢ أ ب

، مساحة Δ أ ب جـ = ٥٦ سم² ، هـ منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$

أوجد : ١ ارتفاعى متوازى الأضلاع أ ب جـ ء

٢ مساحة Δ أ هـ جـ

«١٤ سم ، ٧ سم ، ٢٨ سم²»



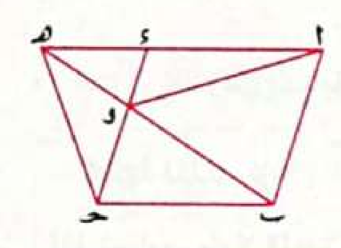
تطبيق حياتى

٢٤ الشكل المقابل يوضح تصميمًا لقطعة أرض مستطيلة الشكل أبعادها ١٥ مترًا ، ٦ أمتار مقسمة إلى أربعة أماكن متطابقة لانتظار السيارات كل منها على شكل متوازى أضلاع ، ومكانين متطابقين لزراعة الزهور كل منهما على شكل مثلث ، بالإضافة إلى ممر للسيارات على شكل مستطيل عرضه ٣ أمتار

أوجد : ١ المساحة المستخدمة لانتظار السيارات. «٣٦ م^2»

٢ المساحة المستخدمة لزراعة الزهور. «٩ م^2»





٢٥ فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، و ∈ $\overline{\text{حـ ء}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ب و}} \cap \overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ = {هـ}

أثبت أن : مساحة Δ أ و هـ = مساحة Δ ء حـ هـ

٢٦ أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب فيه : ق (∠ حـ) = ٣٠° ، $\overleftrightarrow{\text{ب ء}} \perp \overline{\text{أ حـ}}$ يقطعها فى ء

أثبت أن : ب ء = $\frac{\text{٢ أ ء × ب حـ}}{\text{أ حـ}}$



الدرس

3

تساوى مساحتى مثلثين

• رأيت فى الدرس السابق أن **مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ طول قاعدته × الارتفاع المناظر لها**

ونتيجة لذلك فإنه :

إذا تساوى طولا قاعدتى مثلثين وتساوى ارتفاعاهما المناظران لهاتين القاعدتين كان هذان المثلثان متساويين فى المساحة.

• وفى هذا الدرس سندرس بعض الحالات المختلفة لتساوى مساحتى مثلثين.

نظرية ٢

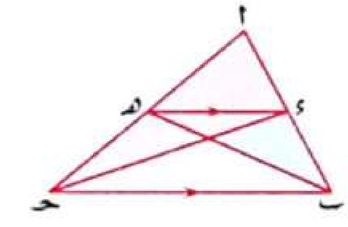
المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة يكونان متساويين فى المساحة.

المعطيات	⟷أ ء // ⟷ب حـ ، المثلثان أ ب حـ ، ء ب حـ يشتركان فى القاعدة ب حـ
المطلوب	إثبات أن : مساحة Δ أ ب حـ = مساحة Δ ء ب حـ
العمل	نرسم أ هـ ⊥ ⟷ب حـ ، ء و ⊥ ⟷ب حـ

البرهان	∵ $\overleftrightarrow{أء} // \overleftrightarrow{ب ح}$ ، $\overline{أ هـ}$ ، $\overline{ء و}$ عموديين على $\overleftrightarrow{ب ح}$
	∴ أ هـ و ء مستطيل ∴ أ هـ = ء و
	، ∵ مساحة Δ أ ب ح = $\frac{1}{2}$ ب ح × أ هـ (١)
	، مساحة Δ ء ب ح = $\frac{1}{2}$ ب ح × ء و = $\frac{1}{2}$ ب ح × أ هـ (٢)
	من (١) ، (٢) : ∴ مساحة Δ أ ب ح = مساحة Δ ء ب ح (وهو المطلوب)

مثال ١

فى الشكل المقابل :



أ ب ح مثلث فيه : ء ∈ $\overline{أ ب}$ ، هـ ∈ $\overline{أ ح}$ بحيث $\overline{ء هـ} // \overline{ب ح}$

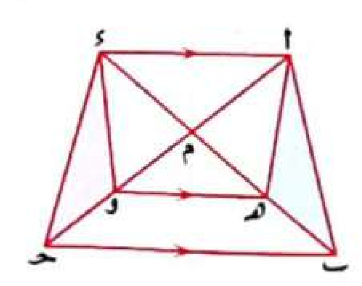
أثبت أن : مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ أ ح ء

الحل

المعطيات	أ ب ح مثلث ، $\overline{ء هـ} // \overline{ب ح}$
المطلوب	**إثبات أن :** مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ أ ح ء
البرهان	∵ $\Delta\Delta$ ء ب هـ ، ء ح هـ مشتركان فى القاعدة $\overline{ء هـ}$ ، $\overline{ب ح} // \overline{ء هـ}$
	∴ مساحة Δ ء ب هـ = مساحة Δ ء ح هـ
	وبإضافة مساحة Δ أ ء هـ للطرفين :
	∴ مساحة Δ ء ب هـ + مساحة Δ أ ء هـ = مساحة Δ ء ح هـ + مساحة Δ أ ء هـ
	∴ مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ أ ح ء (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ١

فى الشكل المقابل :



أ ب ح ء شكل رباعى تقاطع قطراه فى م

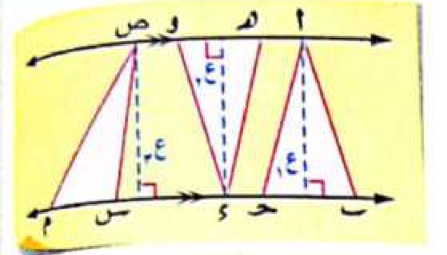
، $\overline{أء} // \overline{هـ و} // \overline{ب ح}$

أثبت أن : مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ ء ح و

نتائج هامة

نتيجة ١

المثلثات التى قواعدها متساوية فى الطول والمحصورة بين مستقيمين متوازيين تكون متساوية فى المساحة.



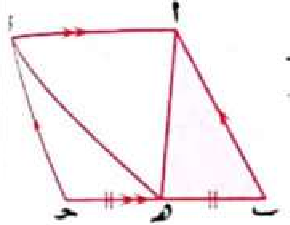
ففى الشكل المقابل :

إذا كان : $\overleftrightarrow{أهـ} \parallel \overleftrightarrow{بحـ}$

، ب حـ = هـ و = س م

فإن : مساحة △ أ ب حـ = مساحة △ ء هـ و = مساحة △ ص س م (لاحظ أن : ع١ = ع٢ = ع٣)

مثال ٢



فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته ٣٢ سم٢ ، هـ منتصف $\overline{بحـ}$

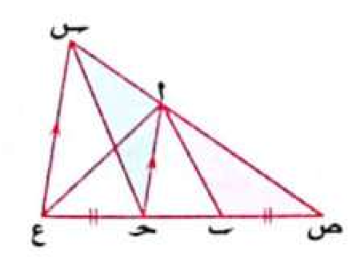
أوجد : مساحة △ أ ب هـ

الحل

المعطيات	أ ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته ٣٢ سم٢ ، هـ منتصف $\overline{بحـ}$
المطلوب	إيجاد : مساحة △ أ ب هـ
البرهان	∵ △ أ هـ ء يشترك مع ▱ أ ب حـ ء فى القاعدة $\overline{أء}$
	، هـ ∈ $\overline{بحـ}$ ∴ مساحة △ أ هـ ء = $\frac{١}{٢}$ مساحة ▱ أ ب حـ ء
	∴ مساحة △ أ ب هـ + مساحة △ ء هـ حـ = $\frac{١}{٢}$ مساحة ▱ أ ب حـ ء
	= $\frac{٣٢}{٢}$ = ١٦ سم٢
	، ∵ ب هـ = هـ حـ ، $\overline{أء} \parallel \overline{بحـ}$
	∴ مساحة △ أ ب هـ = مساحة △ ء هـ حـ = $\frac{١٦}{٢}$ = ٨ سم٢ (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ٢

فى الشكل المقابل :



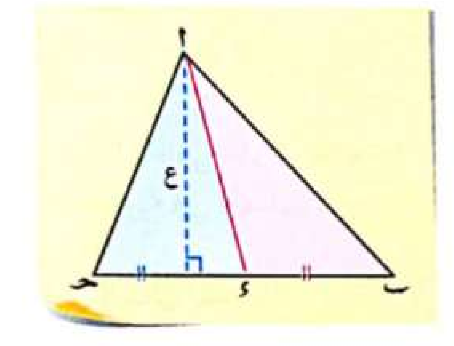
س ص ع مثلث ، ص ب = حـ ع

، $\overline{\text{س ع}}$ // $\overline{\text{أ حـ}}$

أثبت أن : مساحة Δ أ ص ب = مساحة Δ أ س حـ

نتيجة ٢

متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين متساويين فى المساحة.



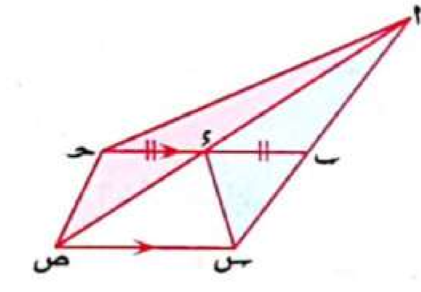
ففى الشكل المقابل :

إذا كان : $\overline{\text{أ ء}}$ متوسطًا فى Δ أ ب حـ

فإن : مساحة Δ أ ب ء = مساحة Δ أ ء حـ

لاحظ أن : المثلثين لهما نفس الارتفاع «ع» ، ب ء = ء حـ

مثال ٣



فى الشكل المقابل :

$\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، ء منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$

أثبت أن : مساحة Δ أ س ء = مساحة Δ أ حـ ص



الحـــل

المعطيات: $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، ء منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$

المطلوب: إثبات أن : مساحة Δ أ س ء = مساحة Δ أ حـ ص

البرهان:

∵ ب ء = حـ ء ، $\overline{\text{ب حـ}}$ // $\overline{\text{س ص}}$

∴ مساحة Δ ب س ء = مساحة Δ حـ ص ء (١)

، ∵ ء منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$ ∴ $\overline{\text{أ ء}}$ متوسط فى Δ أ ب حـ

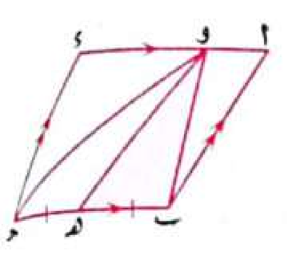
∴ مساحة Δ أ ب ء = مساحة Δ أ حـ ء (٢)

بجمع (١) ، (٢) :

∴ مساحة Δ ب س ء + مساحة Δ أ ب ء = مساحة Δ حـ ص ء + مساحة Δ أ حـ ء

∴ مساحة Δ أ س ء = مساحة Δ أ حـ ص (وهو المطلوب)





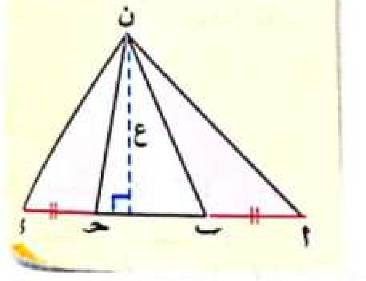
فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، و ∈ $\overline{\text{أ ء}}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$

أثبت أن : مساحة Δ ب هـ و = $\frac{1}{4}$ مساحة ▱ أ ب حـ ء

نتيجة ٣

المثلثات التى أطوال قواعدها متساوية ، وعلى مستقيم واحد ومشتركة فى الرأس تكون متساوية فى المساحة.

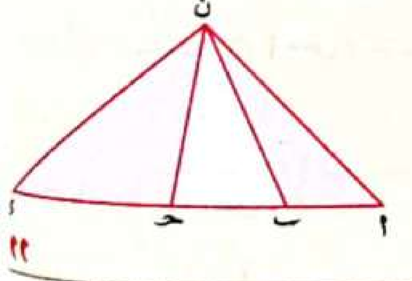


ففى الشكل المقابل :

مساحة Δ ن أ ب = مساحة Δ ن حـ ء

لاحظ أن : المثلثين لهما نفس الارتفاع «ع» ، أ ب = حـ ء

ملاحظة

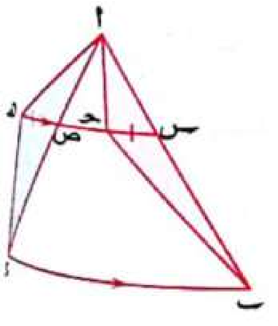


فى الشكل المقابل :

إذا كان : أ ب = $\frac{1}{2}$ حـ ء

فإن : مساحة Δ ن أ ب = $\frac{1}{2}$ مساحة Δ ن حـ ء

مثال ٤



فى الشكل المقابل :

$\overline{\text{س هـ}}$ // $\overline{\text{ب ء}}$ ، حـ ∈ $\overline{\text{س هـ}}$

، ص ∈ $\overline{\text{س هـ}}$ بحيث س حـ = ص هـ

أثبت أن : مساحة Δ أ ب حـ = مساحة Δ أ ء هـ

الحـــل

المعطيات | $\overline{\text{س هـ}} // \overline{\text{ب ء}}$ ، س حـ = ص هـ

المطلوب | إثبات أن : مساحة Δ أ ب حـ = مساحة Δ أ ء هـ

البرهـان | $\because$ $\Delta\Delta$ س حـ ب ، هـ ص ء قواعدهما متساوية فى الطول ، $\overleftrightarrow{\text{س ص}} // \overleftrightarrow{\text{ب ء}}$

$\therefore$ مساحة Δ س حـ ب = مساحة Δ هـ ص ء (١)

، $\because$ $\Delta\Delta$ أ س حـ ، أ هـ ص مشتركان فى الرأس أ

، س حـ = ص هـ وهما على مستقيم واحد.

$\therefore$ مساحة Δ أ س حـ = مساحة Δ أ هـ ص (٢)

بجمع (١) ، (٢) :

$\therefore$ مساحة Δ س حـ ب + مساحة Δ أ س حـ

= مساحة Δ هـ ص ء + مساحة Δ أ هـ ص

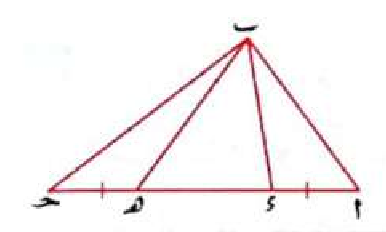
$\therefore$ مساحة Δ أ ب حـ = مساحة Δ أ ء هـ (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ٤

فى الشكل المقابل : أ ب حـ مثلث فيه :

ء $\in \overline{\text{أ حـ}}$ ، هـ $\in \overline{\text{أ حـ}}$ بحيث أ ء = حـ هـ

برهن أن : مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ حـ ب ء



تمارين 3

على تساوى مساحتى مثلثين



أسئلة كتاب الوزارة

١ أكمل ما يأتى :

١ المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة يكونان ....

٢ المثلثات التى قواعدها متساوية فى الطول والمحصورة بين مستقيمين متوازيين تكون ....

٣ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى ....

٤ إذا كان : ا ب حـ مثلث ، ء منتصف $\overline{بحـ}$ فإن : مساحة Δ ا ب ء = مساحة Δ ....

٥ إذا كان : $\overline{سل}$ متوسطًا فى Δ س ص ع

فإن مساحة Δ س ص ع = ... مساحة Δ س ص ل

٦ المثلث س ص ع فيه : ل $\in$ $\overline{صع}$ بحيث ص ل = $\frac{1}{2}$ ل ع

فإن مساحة المثلث س ص ل = ... مساحة المثلث س ص ع

٢ فى الشكل المقابل :

ا ب حـ مثلث فيه : $\overline{اء}$ متوسط ، هـ $\in$ $\overline{اء}$ ، رسم $\overline{بهـ}$ ، $\overline{حـهـ}$

برهن أن : مساحة Δ ا ب هـ = مساحة Δ ا حـ هـ لذلك أكمل :

∵ $\overline{اء}$ متوسط فى المثلث ....

∴ مساحة Δ ا ب ء = مساحة .... (١)

، ∵ .... متوسط فى Δ هـ ب حـ

∴ مساحة Δ هـ ب ء = مساحة .... (٢)

بطرح طرفى (٢) من طرفى (١) ينتج أن : مساحة Δ ا ب هـ = ... (وهو المطلوب)

٣ في الشكل المقابل :

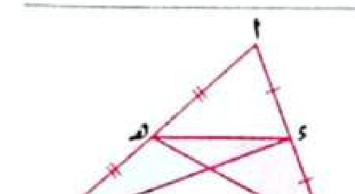
$\overleftrightarrow{أب} // \overleftrightarrow{ءحـ}$ ، $\overline{أحـ} \cap \overline{بء} = \{م\}$

أكمل وفسر إجابتك :

١ مساحة Δ أءب = مساحة .... لأن ....

٢ مساحة Δ ءأحـ = مساحة .... لأن ....

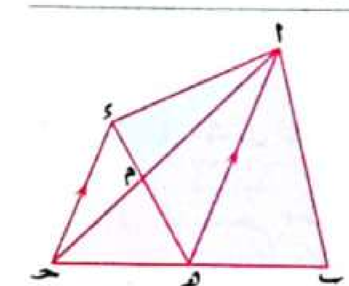
٣ مساحة Δ ءأم = مساحة .... لأن ....



٤ في الشكل المقابل :

ء منتصف $\overline{أب}$ ، هـ منتصف $\overline{أحـ}$

أثبت أن : مساحة Δ بءهـ = مساحة Δ حـءهـ

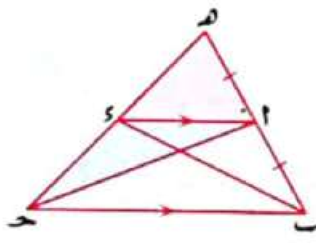


٥ في الشكل المقابل :

أبحـء شكل رباعي ، هـ $\in \overline{بحـ}$ حيث $\overline{أهـ} // \overline{ءحـ}$

، $\overline{أحـ} \cap \overline{ءهـ} = \{م\}$

أثبت أن : مساحة Δ أبحـ = مساحة الشكل أبهـء

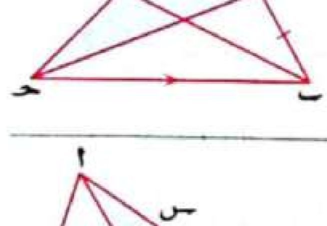


٦ في الشكل المقابل :

أبحـء شكل رباعي فيه :

$\overline{أء} // \overline{بحـ}$ ، $\overleftarrow{بأ} \cap \overleftarrow{حـء} = \{هـ\}$ بحيث ب أ = أ هـ

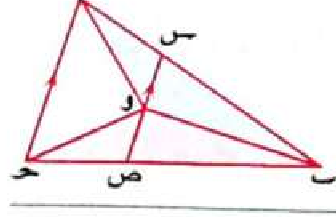
أثبت أن : مساحة Δ أءحـ = مساحة Δ أءهـ



٧ في الشكل المقابل :

$\overline{أحـ} // \overline{سص}$ ، و منتصف $\overline{سص}$

أثبت أن : مساحة Δ أبو = مساحة Δ حـبو

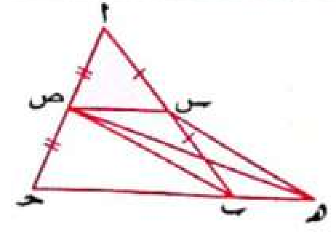


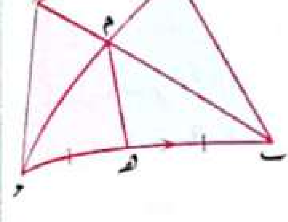
٨ في الشكل المقابل :

أبحـ مثلث ، س منتصف $\overline{أب}$

، ص منتصف $\overline{أحـ}$ ، هـ $\in \overleftarrow{حـب}$

أثبت أن : مساحة Δ س ص هـ = مساحة Δ أس ص



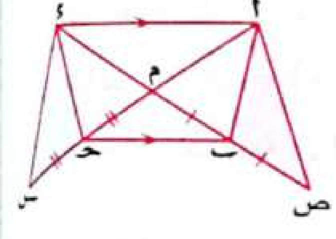


٩ في الشكل المقابل :

$\overline{أء} // \overline{بحـ}$ ، $\overline{أحـ} \cap \overline{بء} = \{م\}$

، هـ منتصف $\overline{بحـ}$

أثبت أن : مساحة الشكل أ ب هـ م = مساحة الشكل ء م هـ حـ



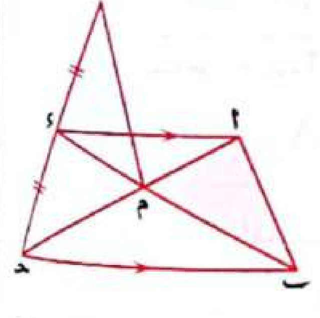
١٠ في الشكل المقابل :

$\overline{أء} // \overline{بحـ}$ ، $\overline{أحـ} \cap \overline{بء} = \{م\}$

، ب س = حـ ص



أثبت أن : مساحة الشكل أ ب س م = مساحة الشكل ء حـ ص م



١١ في الشكل المقابل :

$\overline{أء} // \overline{بحـ}$ ، ب منتصف $\overline{صم}$ ، حـ منتصف $\overline{مس}$

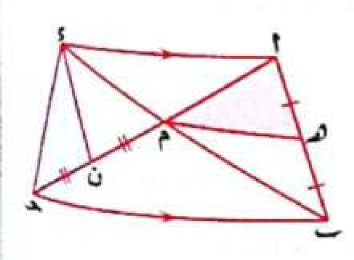
أثبت أن : مساحة △ أ ص ب = مساحة △ ء حـ س

١٢ في الشكل المقابل :

$\overline{أء} // \overline{بحـ}$ ، $\overline{أحـ} \cap \overline{بء} = \{م\}$

، ء منتصف $\overline{هـحـ}$

أثبت أن : مساحة △ م ء هـ = مساحة △ أ م ب



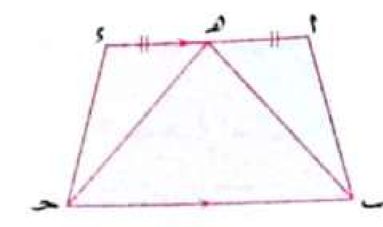
١٣ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعى تقاطع قطراه فى م ، $\overline{أء} // \overline{بحـ}$

، هـ منتصف $\overline{أب}$ ، ن منتصف $\overline{محـ}$

أثبت أن : مساحة △ أ هـ م = مساحة △ ء ن حـ

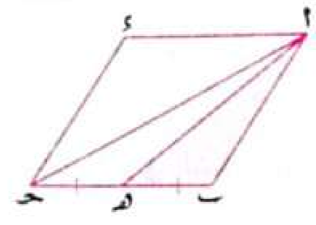
١٤ في الشكل المقابل :



$\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، هـ منتصف $\overline{أ ء}$ أثبت أن :

مساحة الشكل أ ب حـ هـ = مساحة الشكل ء هـ ب حـ

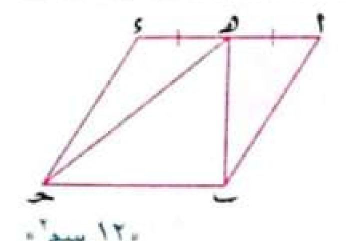
١٥ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازي أضلاع ، هـ منتصف $\overline{ب حـ}$ أثبت أن :

مساحة المثلث أ ب هـ = $\frac{١}{٤}$ مساحة متوازي الأضلاع أ ب حـ ء

١٦ في الشكل المقابل :



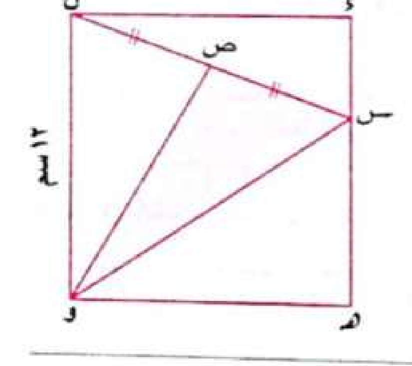
أ ب حـ ء متوازي أضلاع ، هـ منتصف $\overline{أ ء}$

، مساحة متوازي الأضلاع أ ب حـ ء = ٤٨ سم^٢

أوجد : مساحة Δ أ ب هـ

«١٢ سم^٢»

١٧ في الشكل المقابل :



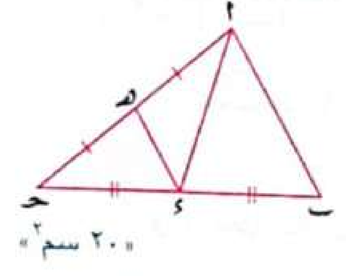
ء هـ و ن مربع طول ضلعه ١٢ سم ، س $\in$ $\overline{ء هـ}$

، ص منتصف $\overline{س ن}$

أوجد : مساحة Δ س ص و

«٣٦ سم^٢»

١٨ في الشكل المقابل :



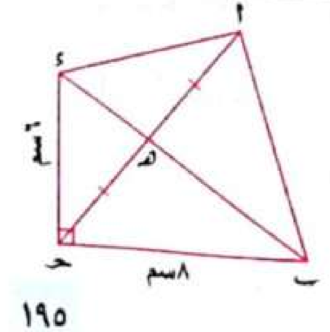
ء منتصف $\overline{ب حـ}$ ، هـ منتصف $\overline{أ حـ}$

، مساحة Δ ء هـ حـ = ٥ سم^٢

احسب : مساحة Δ أ ب حـ

«٢٠ سم^٢»

١٩ في الشكل المقابل :

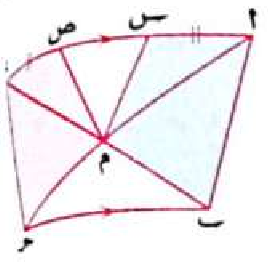


أ ب حـ ء شكل رباعي فيه : ق ($\angle$ حـ) = ٩٠°

، ب حـ = ٨ سم ، ء حـ = ٦ سم ، هـ منتصف $\overline{أ حـ}$

أثبت أن : مساحة الشكل أ ب حـ ء = ٤٨ سم^٢





٢٠ في الشكل المقابل :

أ ب ح ء شكل رباعى تقاطع قطراه فى م فيه :

$\overline{\text{أء}}$ // $\overline{\text{ب ح}}$ ، س ∈ $\overline{\text{أء}}$ ، ص ∈ $\overline{\text{أء}}$ بحيث أ س = ء ص

برهن أن : مساحة الشكل أ ب م س = مساحة الشكل ء ح م ص

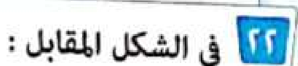


٢١ في الشكل المقابل :

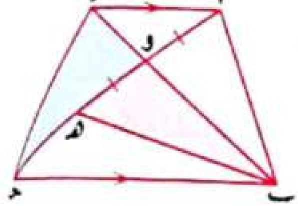


أ ب ح ء متوازى أضلاع ، هـ ∈ $\overleftarrow{\text{ح ب}}$ حيث ب ح = ب هـ

برهن أن : مساحة △ و هـ ح = مساحة ▱ أ ب ح ء



٢٢ في الشكل المقابل :



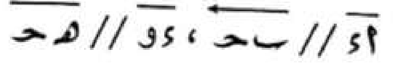
$\overline{\text{أء}}$ // $\overline{\text{ب ح}}$ ، و ∈ $\overline{\text{أ ح}}$ ، هـ ∈ $\overline{\text{أ ح}}$ بحيث أ و = و هـ

أثبت أن : مساحة △ ب و هـ = مساحة △ ء و ح





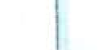
٢٣ في الشكل المقابل :



$\overline{\text{أء}}$ // $\overleftarrow{\text{ب ح}}$ ، $\overline{\text{ء و}}$ // $\overline{\text{هـ ح}}$

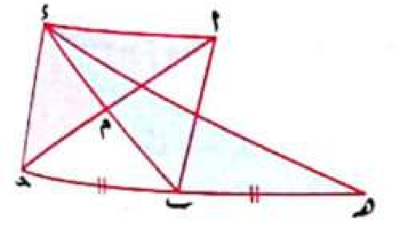
، $\overline{\text{أ ح}}$ ∩ $\overline{\text{ب ء}}$ = {هـ} ، $\overline{\text{ء و}}$ ∩ $\overleftarrow{\text{ب ح}}$ = {و}

أثبت أن : مساحة △ أ ب هـ = مساحة △ هـ ح و





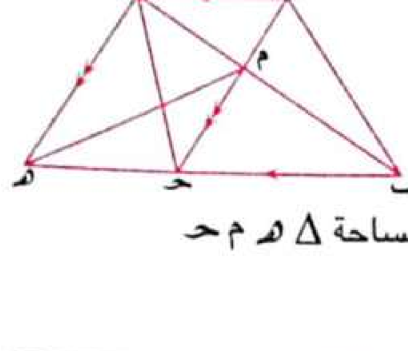
٢٤ في الشكل المقابل :



أ ب ح ء متوازى أضلاع تقاطع قطراه فى م فيه :

$\overline{\text{أء}}$ // $\overline{\text{ب ح}}$ ، ب منتصف $\overline{\text{هـ ح}}$

أثبت أن : مساحة △ هـ ب ء = مساحة △ أ ح ء



٢٥ في الشكل المقابل :

أ ء // ب حـ ، هـ ∈ ب حـ

، أ حـ // ء هـ ، أ حـ ∩ ب ء = {م}

برهن أن : ١ مساحة Δ أ ب م = مساحة Δ ء حـ م = مساحة Δ هـ م حـ

٢ مساحة Δ ء ب حـ = مساحة Δ هـ ب م

---

٢٦ في الشكل المقابل :

أ ء // ب حـ ، ب هـ = حـ و

أثبت أن : مساحة الشكل أ ب هـ ء = مساحة الشكل أ و حـ ء

---

٢٧ في الشكل المقابل :

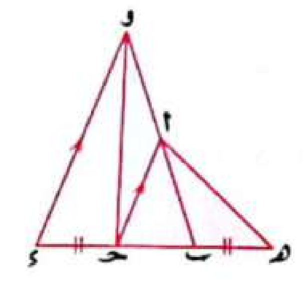
أ ء // ب حـ

برهن أن : مساحة Δ أ ب م = مساحة Δ ء م حـ

، وإذا كانت مساحة Δ م ب حـ = ٢٠ سم^2 ، مساحة Δ أ ب م = ٣ أمثال مساحة Δ م ب حـ

، احسب مساحة المستطيل المنشأ على ب حـ بحيث تقع قاعدته الأخرى على أ ء «١٦٠٠ سم^2»

للمتفوقين

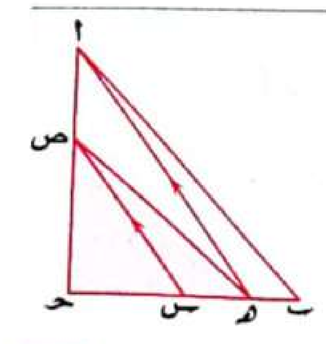


٢٨ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث ، ء ، هـ تنتميان إلى ب حـ بحيث ب هـ = حـ ء

، ء و // حـ أ ويقطع ب أ في و

أثبت أن : مساحة Δ و ب حـ = مساحة Δ أ حـ هـ



٢٩ في الشكل المقابل :

Δ أ ب حـ فيه : س منتصف ب حـ ، هـ ∈ ب س

، رسم س ص // هـ أ ويقطع أ حـ في ص

أثبت أن : مساحة Δ هـ ص حـ = $\frac{1}{2}$ مساحة Δ أ ب حـ



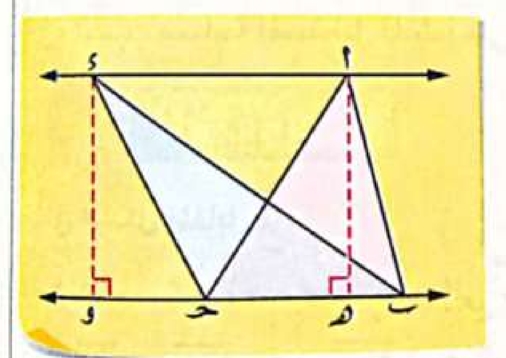
الدرس

4

تابع تساوى مساحتى مثلثين

نظرية ٣

المثلثان المتساويان فى مساحتيهما ، المرسومان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة من هذه القاعدة ، يكون رأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة.



المعطيات مساحة Δ أ ب حـ = مساحة Δ ء ب حـ

، $\overline{\text{ب حـ}}$ قاعدة مشتركة للمثلثين.

المطلوب إثبات أن : $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$

العمل نرسم $\overline{\text{أ هـ}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ تقطعه فى هـ

، $\overline{\text{ء و}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ تقطعه فى و

البرهان ∵ مساحة Δ أ ب حـ = مساحة Δ ء ب حـ

∴ $\frac{1}{2}$ ب حـ × أ هـ = $\frac{1}{2}$ ب حـ × ء و

∴ أ هـ = ء و

، ∵ $\overline{\text{أ هـ}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{ء و}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ ∴ $\overline{\text{أ هـ}}$ // $\overline{\text{ء و}}$

∴ الشكل أ هـ و ء مستطيل. ∴ $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ (وهو المطلوب)

مثال ١

في الشكل المقابل :

مساحة Δ أ ب حـ = مساحة الشكل ء ب حـ هـ

أثبت أن : $\overline{أهـ}$ // $\overline{ءحـ}$



الحل

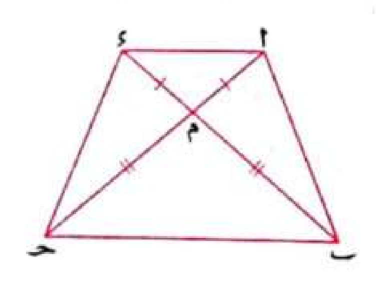
المعطيات	مساحة Δ أ ب حـ = مساحة الشكل ء ب حـ هـ
المطلوب	إثبات أن : $\overline{أهـ}$ // $\overline{ءحـ}$
البرهان	∵ مساحة Δ أ ب حـ = مساحة الشكل ء ب حـ هـ وبطرح مساحة Δ ء ب حـ من الطرفين : ∴ مساحة Δ أ ب حـ − مساحة Δ ء ب حـ = مساحة الشكل ء ب حـ هـ − مساحة Δ ء ب حـ ∴ مساحة Δ أ ء حـ = مساحة Δ هـ ء حـ وهما مشتركان في $\overline{ءحـ}$ وفي جهة واحدة منها. ∴ $\overline{أهـ}$ // $\overline{ءحـ}$ (وهو المطلوب)

مثال ٢

في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعي تقاطع قطراه في م

، م أ = م ء ، م ب = م حـ أثبت أن : $\overline{أء}$ // $\overline{بحـ}$





الحل

المعطيات	م أ = م ء ، م ب = م حـ
المطلوب	إثبات أن : $\overline{أء}$ // $\overline{بحـ}$
البرهان	∵ ΔΔ أ ب م ، ء حـ م فيهما : م أ = م ء (معطى) م ب = م حـ (معطى) ق (∠ أ م ب) = ق (∠ ء م حـ) (بالتقابل بالرأس)

∴ Δ أ ب م ≡ Δ ء حـ م وينتج أن : مساحة Δ أ ب م = مساحة Δ ء حـ م

وبإضافة مساحة Δ أ م ء للطرفين.

∴ مساحة Δ أ ب م + مساحة Δ أ م ء = مساحة Δ ء حـ م + مساحة Δ أ م ء

∴ مساحة Δ ب أ ء = مساحة Δ حـ أ ء وهما مشتركان فى $\overline{أء}$ وفى جهة واحدة منها

∴ $\overline{أء}$ // $\overline{ب حـ}$ (وهو المطلوب)

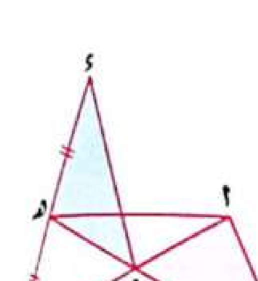
حاول بنفسك ١

فى الشكل المقابل :

هـ منتصف $\overline{حـ ء}$ ، $\overline{أ حـ} \cap \overline{ب هـ} = \{م\}$

، مساحة Δ م أ ب = مساحة Δ م ء هـ

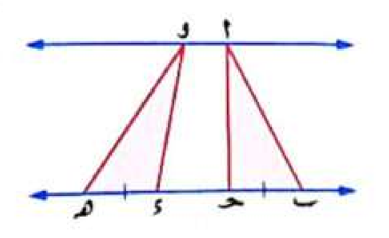
أثبت أن : $\overline{أ هـ}$ // $\overline{ب حـ}$



ملاحظة

إذا كان هناك مثلثان متساويان فى المساحة ومحصوران بين مستقيمين ، وقاعدتاهما الواقعتان على هذين المستقيمين متساويتان فى الطول ، كان المستقيمان متوازيين.

١ ففى الشكل المقابل :

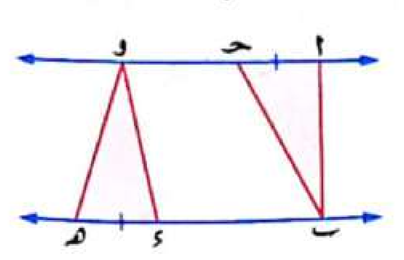


إذا كان : ب ، حـ ، ء ، هـ تقع على مستقيم واحد ، ب حـ = ء هـ

، مساحة Δ أ ب حـ = مساحة Δ و ء هـ

فإن : $\overleftrightarrow{أو}$ // $\overleftrightarrow{ب هـ}$

٢ وفى الشكل المقابل :



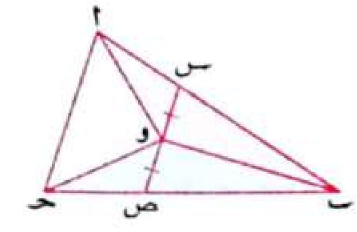
إذا كان : حـ ∈ $\overline{أو}$ ، ء ∈ $\overline{ب هـ}$ ،

أ حـ = ء هـ

، مساحة Δ أ ب حـ = مساحة Δ و ء هـ

فإن : $\overleftrightarrow{أو}$ // $\overleftrightarrow{ب هـ}$

مثال ٣



في الشكل المقابل :

و منتصف س ص ، مساحة Δ أ ب و = مساحة Δ حـ و ب

أثبت أن : أ حـ // س ص

الحل

المعطيات | و منتصف س ص ، مساحة Δ أ ب و = مساحة Δ حـ و ب

المطلوب | إثبات أن : أ حـ // س ص

البرهان | ∵ و منتصف س ص

∴ مساحة Δ ب س و = مساحة Δ ب و ص (١)

، ∵ مساحة Δ أ ب و = مساحة Δ حـ و ب (٢)

وبطرح (١) من (٢) :

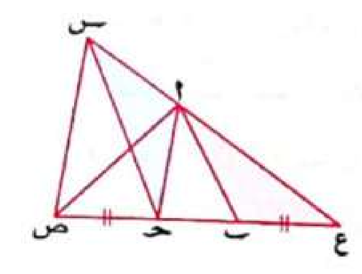
∴ مساحة Δ أ ب و − مساحة Δ ب س و = مساحة Δ حـ و ب − مساحة Δ ب و ص

∴ مساحة Δ أ س و = مساحة Δ حـ ص و

، ∵ و منتصف س ص ∴ س و = و ص

∴ أ حـ // س ص (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ٢



في الشكل المقابل :

ب ∈ ع ص ، حـ ∈ ع ص بحيث ع ب = ص حـ

، مساحة Δ أ ع ب = مساحة Δ أ حـ س

أثبت أن : أ حـ // س ص





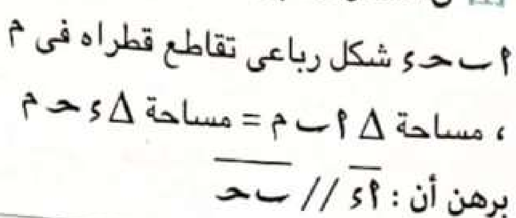
تمارين 4

على نظرية (٣)

📖 أسئلة كتاب الوزارة



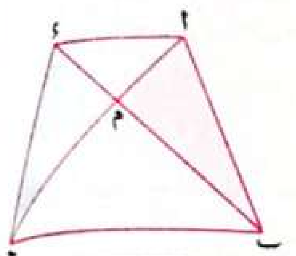
١ 📖 في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعي تقاطع قطراه في م

، مساحة ∆ أ ب م = مساحة ∆ ء حـ م

برهن أن : أء // ب حـ



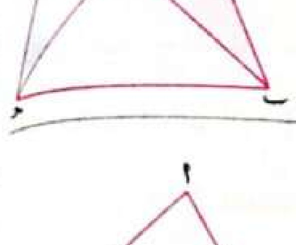


٢ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث ، ء ∈ أ ب ، هـ ∈ أ حـ

بحيث مساحة ∆ أ ب هـ = مساحة ∆ أ حـ ء

أثبت أن : ء هـ // ب حـ





٣ 📖 في الشكل المقابل :

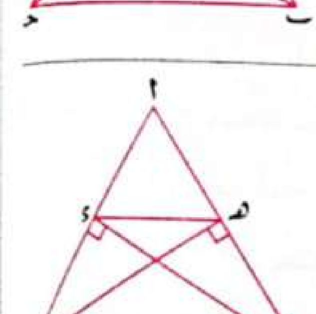
أ ب = أ حـ ، ب ء ⊥ أ حـ ، حـ هـ ⊥ أ ب



برهن أن : **١** هـ ء // ب حـ



٢ مساحة ∆ أ ء ب = مساحة ∆ أ هـ حـ



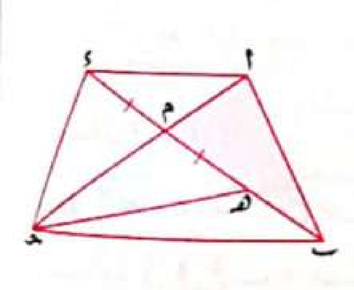
٤ 📖 في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعي تقاطع قطراه في م

، هـ ∈ ب م حيث م هـ = م ء

، مساحة ∆ أ م ب = مساحة ∆ حـ م هـ

برهن أن : أء // ب حـ





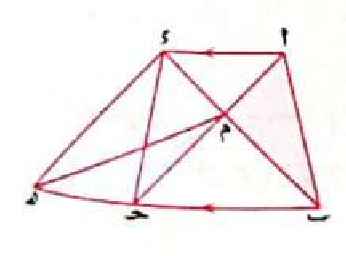
٥ 📖 في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعي فيه :

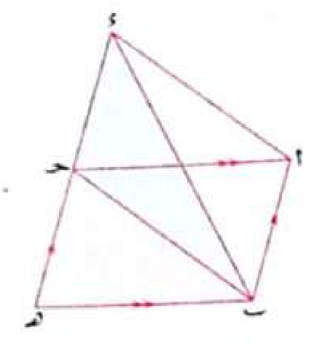
أء // ب حـ ، هـ ∈ ب حـ ، أ حـ ∩ ب ء = {م}

، مساحة ∆ أ ب م = مساحة ∆ هـ حـ م

برهن أن : ء هـ // أ حـ



٦ في الشكل المقابل :

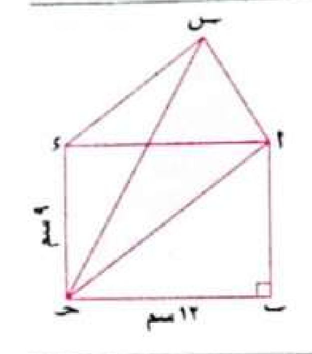


أ ب هـ حـ متوازى أضلاع

، د ∈ $\overleftrightarrow{\text{هـ حـ}}$ بحيث مساحة ∆ د ب حـ = مساحة ∆ هـ ب حـ

برهن أن : $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

٧ في الشكل المقابل :

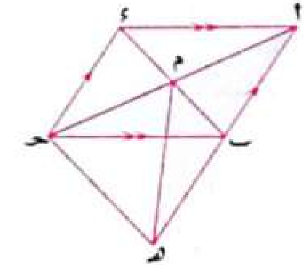


أ ب حـ د مستطيل ، ب حـ = ١٢ سم ، حـ د = ٩ سم

، مساحة ∆ س أ حـ = ٥٤ سم^{2}

أثبت أن : $\overline{\text{س د}}$ // $\overline{\text{أ حـ}}$

٨ في الشكل المقابل :



أ ب حـ د متوازى أضلاع ، $\overline{\text{أ حـ}}$ ∩ $\overline{\text{ب د}}$ = {م}

، هـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ بحيث كانت مساحة ∆ أ م هـ = مساحة ∆ أ ب حـ

برهن أن : الشكل ب هـ حـ د متوازى أضلاع.

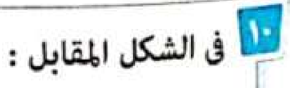
٩ في الشكل المقابل :

أ ب حـ د متوازى أضلاع ، هـ ∈ $\overline{\text{أ د}}$

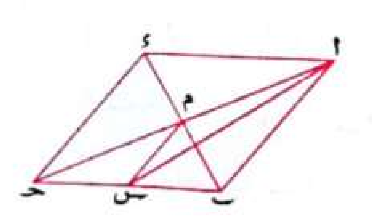
، و نقطة خارج متوازى الأضلاع ، رسم $\overline{\text{و حـ}}$ ، $\overline{\text{و هـ}}$ ، $\overline{\text{و ب}}$

بحيث مساحة ∆ و حـ هـ = مساحة ∆ هـ أ ب + مساحة ∆ هـ حـ د

أثبت أن : $\overline{\text{ب و}}$ // $\overline{\text{هـ حـ}}$



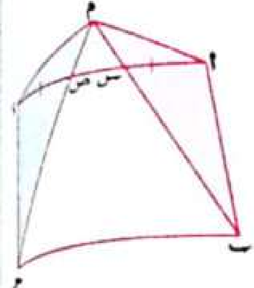
١٠ في الشكل المقابل :



أ ب حـ د متوازى أضلاع

، مساحة ∆ أ ب س = مساحة ∆ د م حـ

أثبت أن : $\overline{\text{م س}}$ // $\overline{\text{أ ب}}$

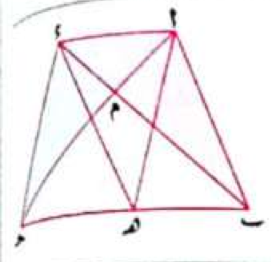


١١ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعي ، س ∈ أء ، ص ∈ أء

بحيث أ س = ص ء ، مساحة Δ أ ب م = مساحة Δ ء حـ م

برهن أن : أء // ب حـ

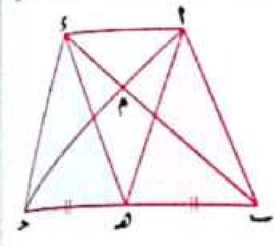




١٢ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعي ، مساحة Δ أ ب ء = مساحة Δ أ حـ ء

أثبت أن : مساحة Δ أ هـ ء = مساحة Δ أ حـ ء



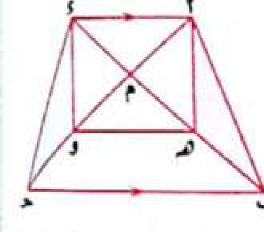


١٣ في الشكل المقابل :

هـ منتصف ب حـ ، أ حـ ∩ ب ء = {م}

، مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ ء هـ حـ

أثبت أن : مساحة Δ أ م ب = مساحة Δ ء م حـ

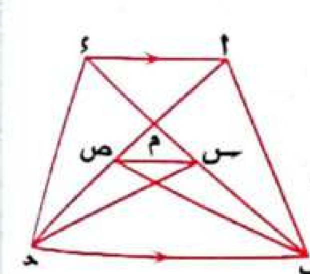




١٤ في الشكل المقابل :

إذا كان أء // ب حـ ، مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ ء و حـ

أثبت أن : هـ و // ب حـ

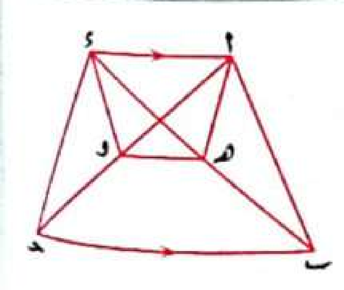


١٥ في الشكل المقابل :

أء // ب حـ ، أ حـ ∩ ب ء = {م}

، حـ س متوسط في Δ حـ ب ء ، ب ص متوسط في Δ ب أ حـ

أثبت أن : س ص // ب حـ



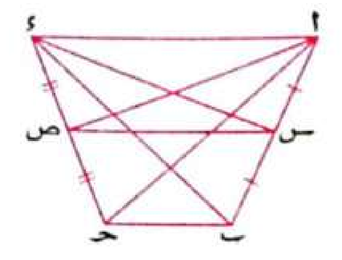
١٦ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعي فيه : أء // ب حـ

، هـ منتصف ب ء ، و منتصف أ حـ

أثبت أن : هـ و // ب حـ

١٧ **في الشكل المقابل :**



أ ب حـ ء شكل رباعي ، $\overline{\text{ء س}}$ متوسط

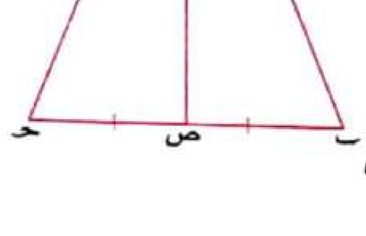
في Δ ء أ ب ، $\overline{\text{أ ص}}$ متوسط في Δ أ حـ ء

، مساحة Δ س أ ء = مساحة Δ ص أ ء

أثبت أن : $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ // $\overline{\text{س ص}}$

للمتفوقين

١٨ **في الشكل المقابل :**



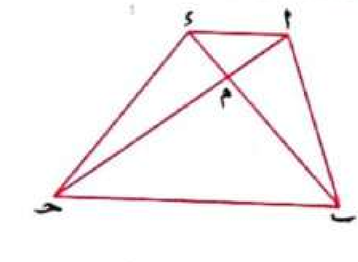
أ ب حـ ء شكل رباعي ، س منتصف $\overline{\text{أ ء}}$

، ص منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$ بحيث كان :

مساحة الشكل أ ب ص س = مساحة الشكل ء حـ ص س

برهن أن : $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

١٩ **في الشكل المقابل :**

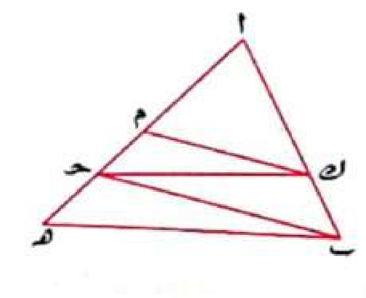


أ ب حـ ء شكل رباعي ، م نقطة تقاطع قطريه

فإذا كان أ م = $\frac{1}{2}$ م حـ ، ء م = $\frac{1}{2}$ م ب

أثبت أن : $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

٢٠ **في الشكل المقابل :**



أ ب حـ مثلث ، ك $\in$ $\overline{\text{أ ب}}$ ، هـ $\in$ $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ ، م منتصف $\overline{\text{أ هـ}}$

، مساحة Δ أ ب حـ = ٢ مساحة Δ أ ك م

أثبت أن : $\overline{\text{ك حـ}}$ // $\overline{\text{ب هـ}}$



الدرس

5

مساحات بعض الأشكال الهندسية



١ المعيـن



تذكر أن



- المعين هو متوازي أضلاع أضلاعه متساوية الطول.

أي أن : • أب // دحـ ، أد // بحـ

• أب = بحـ = حـد = دأ

- قطرا المعين متعامدان وينصف كل منهما الآخر.

أي أن : • أحـ ⊥ بد

• م أ = حـ م ، ب م = د م

وفيما يلى ندرس كيفية إيجاد مساحة المعين بطريقتين :



١ بمعلومية طول ضلعه وارتفاعه.

٢ بمعلومية طولى قطريه.

أولاً مساحة المعين بمعلومية طول ضلعه وارتفاعه

∵ المعين هو متوازى أضلاع.

∴ مساحة المعين = طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها.

وحيث أن أضلاع المعين متساوية فى الطول فإن ارتفاعات المعين متساوية.

أى أن : **مساحة المعين = طول ضلعه × ارتفاعه**

فمثلاً : المعين الذى طول ضلعه ٥ سم وارتفاعه ٣ سم تكون مساحته ٥ × ٣ = ١٥ سم^{٢}

مثال ١

١ معين محيطه ٢٠ سم وارتفاعه ٤ سم أوجد مساحته.

٢ معين محيطه ٢٤ سم ومساحته ٣٠ سم^{٢} أوجد ارتفاعه.

الحل

١ ∵ محيط المعين = طول ضلعه × ٤ ∴ ٢٠ = طول الضلع × ٤

∴ طول ضلع المعين = $\frac{٢٠}{٤}$ = ٥ سم

∴ مساحة المعين = طول ضلعه × ارتفاعه = ٥ × ٤ = ٢٠ سم^{٢}

٢ ∵ محيط المعين = ٢٤ سم

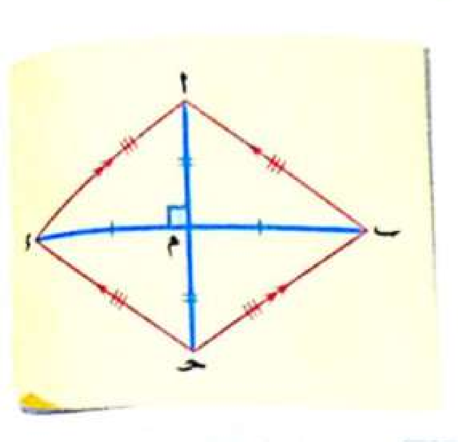
∴ طول ضلع المعين = $\frac{٢٤}{٤}$ = ٦ سم

، ∵ مساحة المعين = طول ضلعه × ارتفاعه

∴ ٣٠ = ٦ × الارتفاع

∴ الارتفاع = $\frac{٣٠}{٦}$ = ٥ سم

ثانيًا مساحة المعين بمعلومية طولى قطريه



الشكل المقابل يمثل معين أ ب جـ ء تقاطع قطراه فى م

∴ مساحة المعين أ ب جـ ء

= مساحة Δ أ ب ء + مساحة Δ ب جـ ء

= $\frac{1}{2}$ ب ء × أ م + $\frac{1}{2}$ ب ء × جـ م

= $\frac{1}{2}$ ب ء (أ م + جـ م) = $\frac{1}{2}$ ب ء × أ جـ

أى أن : **مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولى قطريه**

ملاحظة

∵ المربع هو معين قطراه متساويان فى الطول

∴ **مساحة المربع = $\frac{1}{2}$ مربع طول قطره**

مثال ٢

١ معين طولا قطريه ٨ سم ، ٦ سم أوجد مساحته.

٢ مربع طول قطره ٨ سم أوجد مساحته.

٣ معين مساحته ٢٤ سم^{٢} وطول أحد قطريه ٤ سم أوجد طول القطر الآخر.

٤ معين محيطه ٤٠ سم وطول أحد قطريه ١٢ سم أوجد مساحته.

٥ معين طول ضلعه ٨ سم وقياس إحدى زواياه ٦٠° أوجد مساحته.

الحل

١ مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولى قطريه = $\frac{1}{2}$ × ٨ × ٦ = ٢٤ سم^{٢}

٢ مساحة المربع = $\frac{1}{2}$ مربع طول قطره = $\frac{1}{2}$ × ٨^{٢} = $\frac{1}{2}$ × ٦٤ = ٣٢ سم^{٢}

٣ ∵ مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب طولى قطريه

∴ ٢٤ = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × طول القطر الآخر

∴ طول القطر الآخر = $\frac{٢٤ \times ٢}{٤}$ = ١٢ سم

٤ ∵ محيط المعين = ٤٠ سم

∴ طول ضلعه = $\frac{٤٠}{٤}$ = ١٠ سم

وبرسم المعين كما بالشكل بحيث أ حـ = ١٢ سم

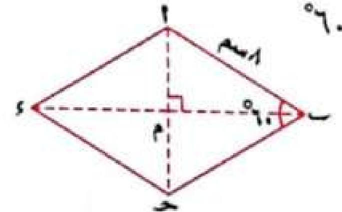
∴ أ م = $\frac{١٢}{٢}$ = ٦ سم ، ∵ $\overline{أحـ} \perp \overline{ب ء}$

∴ (ب م)^٢ = (أ ب)^٢ − (أ م)^٢ ∴ (ب م)^٢ = ١٠٠ − ٣٦ = ٦٤

∴ ب م = $\sqrt{٦٤}$ = ٨ سم ∴ ب ء = ١٦ سم

∴ مساحة المعين أ ب حـ ء = $\frac{١}{٢}$ × أ حـ × ب ء = $\frac{١}{٢}$ × ١٢ × ١٦ = ٩٦ سم^٢

٥ برسم المعين أ ب حـ ء الذى طول ضلعه ٨ سم ، ق (∠ب) = ٦٠°



، ∵ قطر المعين ينصف زاويتى الرأس.

∴ ق (∠ أ ب م) = ٣٠°

، ∵ قطرى المعين متعامدان. ∴ ق (∠ أ م ب) = ٩٠°

، ∵ فى المثلث القائم الزاوية طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠° يساوى نصف طول الوتر.

∴ أ م = $\frac{١}{٢}$ × ٨ = ٤ سم ∴ أ حـ = ٢ × أ م = ٨ سم (١)

، ∵ ق (∠ أ م ب) = ٩٠° ∴ (ب م)^٢ = (أ ب)^٢ − (أ م)^٢

∴ (ب م)^٢ = ٦٤ − ١٦ = ٤٨ ∴ ب م = $\sqrt{٤٨}$ = $\sqrt{١٦ \times ٣}$ = ٤ $\sqrt{٣}$ سم

∴ ب ء = ٢ ب م = ٨ $\sqrt{٣}$ سم (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ مساحة المعين أ ب حـ ء = $\frac{١}{٢}$ × أ حـ × ب ء = $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ٨ $\sqrt{٣}$ = ٣٢ $\sqrt{٣}$ سم^٢

حاول بنفسك ١

أكمل ما يأتى :

١ المعين الذى طول قاعدته ٧ سم وارتفاعه ٥ سم تكون مساحته ....

٢ المعين الذى طولا قطريه ٤ سم ، ٦ سم تكون مساحته ....

٣ المربع الذى طول قطره ٦ سم تكون مساحته ....

٤ المعين الذى مساحته ٢١ سم² وطول أحد قطريه ٧ سم يكون طول قطره الآخر ....

٥ المربع الذى مساحته ٣٢ سم² يكون طول قطره ....

٢ شبه المنحرف

قاعدة صغرى
ساق
الارتفاع (ع)
ساق
قاعدة كبرى

- هو شكل رباعى فيه ضلعان متوازيان.

الضلعان المتوازيان يسميان **بقاعدتى** شبه المنحرف

والضلعان غير المتوازيين يسميان **بساقى** شبه المنحرف.

- شبه المنحرف له ارتفاع واحد (ع) هو **البعد العمودى بين قاعدتيه.**

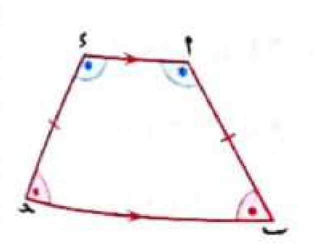
شبه المنحرف المتساوى الساقين

شبه المنحرف المتساوى الساقين هو شبه منحرف ساقاه متساويان فى الطول.

وفيما يلى خواص شبه المنحرف المتساوى الساقين :

١ زاويتا كل من قاعدتى شبه المنحرف المتساوى الساقين متساويتان فى القياس

ففى الشكل المقابل :

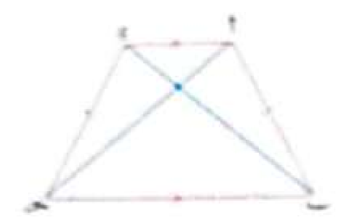


إذا كان : $\overline{\text{أء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، أ ب = ء حـ

فإن : ق (∠ ب) = ق (∠ حـ)

، ق (∠ أ) = ق (∠ ء)

٢ قطرا شبه المنحرف المتساوى الساقين متساويان فى الطول.



ففى الشكل المقابل :

إذا كان : $\overline{أ ء} // \overline{ب حـ}$ ، أ ب = ء حـ

فإن : أ حـ = ب ء

٣ له محور تماثل واحد هو المستقيم الذى ينصف قاعدتيه.



ففى الشكل المقابل :

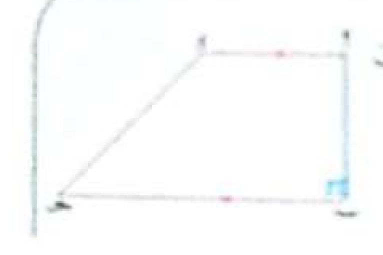
إذا كان : $\overline{أ ء} // \overline{ب حـ}$ ، أ ب = ء حـ

فإن : المستقيم ل الذى ينصف كلاً من $\overline{أ ء}$ ، $\overline{ب حـ}$

هو محور تماثل شبه المنحرف أ ب حـ ء

لاحظ أن : محور تماثل شبه المنحرف يمر بنقطة تقاطع قطريه.

شبه المنحرف القائم الزاوية

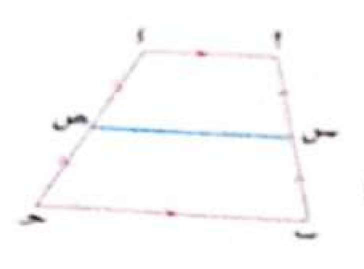


هو شبه منحرف فيه أحد ساقيه عمودى على القاعدتين المتوازيتين ، وفى هذه الحالة تكون هذه الساق العمودية هى ارتفاع شبه المنحرف.

القاعدة المتوسطة لشبه المنحرف

• هى القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفى ساقيه.

• القاعدة المتوسطة لشبه المنحرف توازى كلاً من قاعدتيه المتوازيتين وطولها يساوى نصف مجموع طوليهما.



ففى الشكل المقابل :

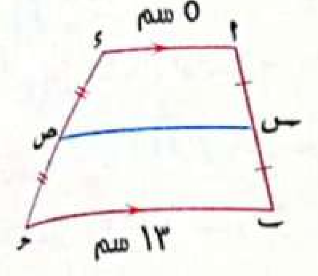
إذا كان : $\overline{أ ء} // \overline{ب حـ}$ ، س منتصف $\overline{أ ب}$ ، ص منتصف $\overline{حـ ء}$

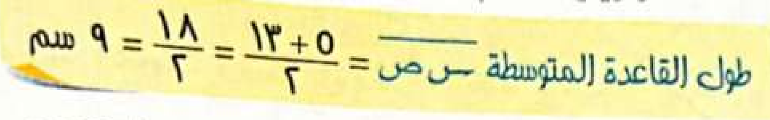
فإن : ١ $\overline{س ص}$ هى القاعدة المتوسطة لشبه المنحرف أ ب حـ ء

٢ $\overline{س ص} // \overline{ب حـ} // \overline{أ ء}$

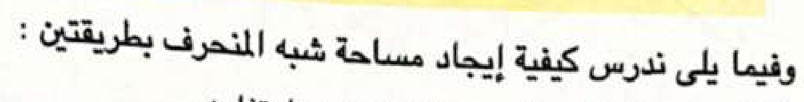
٣ س ص = $\frac{1}{2}$ (أ ء + ب حـ)

فمثلًا : إذا كان أ ب جـ د شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٥ سم ، ١٣ سم فإن :





طول القاعدة المتوسطة $\overline{\text{س ص}} = \frac{٥ + ١٣}{٢} = \frac{١٨}{٢} = ٩$ سم



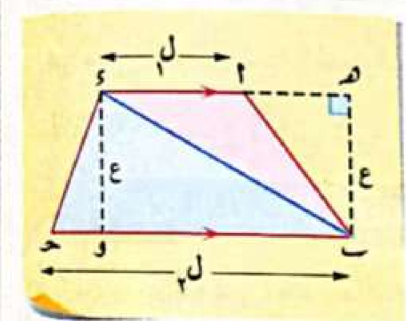
وفيما يلى ندرس كيفية إيجاد مساحة شبه المنحرف بطريقتين :

١ بمعلومية طولى قاعدتيه المتوازيتين وارتفاعه.

٢ بمعلومية طول قاعدته المتوسطة وارتفاعه.

أولًا مساحة شبه المنحرف بمعلومية طولى قاعدتيه المتوازيتين وارتفاعه

فى الشكل المقابل :



مساحة شبه المنحرف أ ب جـ د

= مساحة △ أ ب د + مساحة △ د ب جـ

= $\frac{١}{٢}$ أ د × ب هـ + $\frac{١}{٢}$ ب جـ × د و

= $\frac{١}{٢}$ $ل_١$ × ع + $\frac{١}{٢}$ $ل_٢$ × ع

= $\frac{١}{٢}$ ع ($ل_١$ + $ل_٢$) = $\frac{١}{٢}$ ($ل_١$ + $ل_٢$) × ع

أى أن : **مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ مجموع طولى القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع**

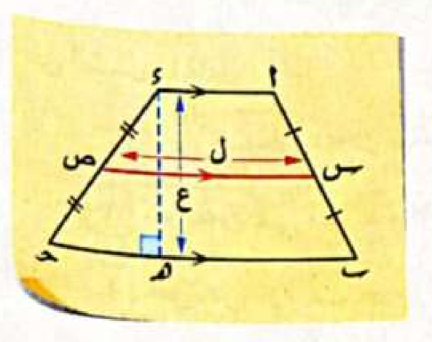
ثانيًا مساحة شبه المنحرف بمعلومية طول قاعدته المتوسطة وارتفاعه

∵ طول القاعدة المتوسطة = $\frac{١}{٢}$ مجموع طولى القاعدتين المتوازيتين.

∴ **مساحة شبه المنحرف = طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع**



ففى الشكل المقابل :



إذا كان أ ب جـ د شبه منحرف فيه :

$\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ، س منتصف $\overline{\text{أ ب}}$

، ص منتصف $\overline{\text{جـ د}}$ ، هـ ∈ $\overline{\text{ب جـ}}$

بحيث $\overline{\text{د هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{ب جـ}}$

فإن : مساحة شبه المنحرف أ ب جـ د = ل × ع

مثال ٣

١ شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٧ سم ، ٩ سم وارتفاعه ٥ سم أوجد مساحته.

٢ شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٨ سم وارتفاعه ١٢ سم أوجد مساحته.

٣ شبه منحرف مساحته ١٢٦ سم^{٢} وطول قاعدته المتوسطة ٢١ سم أوجد ارتفاعه.

٤ شبه منحرف مساحته ٦٣ سم^{٢} وطول إحدى قاعدتيه المتوازيتين ٨ سم وارتفاعه ٩ سم أوجد طول قاعدته الأخرى.

الحل

١ مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ مجموع طولى القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع

= $\frac{١}{٢}$ (٧ + ٩) × ٥ = $\frac{١}{٢}$ × ١٦ × ٥ = ٨ × ٥ = ٤٠ سم^{٢}

٢ مساحة شبه المنحرف = طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع = ٨ × ١٢ = ٩٦ سم^{٢}

٣ ∵ مساحة شبه المنحرف = طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع

∴ ١٢٦ = ٢١ × الارتفاع ∴ الارتفاع = $\frac{١٢٦}{٢١}$ = ٦ سم

٤ ∵ مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ ($ل_{١}$ + $ل_{٢}$) × ع

∴ ٦٣ = $\frac{١}{٢}$ (٨ + $ل_{٢}$) × ٩ ∴ (٨ + $ل_{٢}$) × ٩ = ٦٣ × ٢

∴ ٨ + $ل_{٢}$ = $\frac{٦٣ × ٢}{٩}$ = ١٤ ∴ $ل_{٢}$ = ١٤ − ٨ = ٦ سم

حاول بنفسك ٢

أكمل ما يأتى :

١ شبه المنحرف الذى طولا قاعدتيه المتوازيتين ٥ سم ، ٧ سم وارتفاعه ٤ سم تكون مساحته ....

٢ شبه المنحرف الذى طول قاعدته المتوسطة ١٠ سم وارتفاعه ٥ سم تكون مساحته ....

٣ شبه المنحرف الذى مساحته ٦٠ سم^{٢} وارتفاعه ٦ سم يكون طول قاعدته المتوسطة ....

٤ شبه المنحرف الذى مساحته ١٠٠ سم^{٢} وطولا قاعدتيه المتوازيتين ٥ سم ، ١٥ سم يكون ارتفاعه ....

قواعد حساب محيطات ومساحات بعض الأشكال الهندسية المستوية

ملخص

الشكل	المحيط	المساحة
المثلث	مجموع أطوال أضلاعه الثلاثة	$\frac{1}{2}$ طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها = $\frac{1}{2}$ ل × ع
متوازى الأضلاع	مجموع طولى ضلعين متجاورين × ٢ = ٢ ($ل_1$ + $ل_2$)	طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها = $ل_1$ × $ع_1$ = $ل_2$ × $ع_2$
المستطيل	٢ (الطول + العرض) = ٢ ($ل_1$ + $ل_2$)	الطول × العرض = $ل_1$ × $ل_2$
المربع	طول الضلع × ٤ = ٤ ل	مربع طول الضلع = $ل^2$ أ، $\frac{1}{2}$ مربع طول قطره = $\frac{1}{2}$ $ن^2$
المعين	طول الضلع × ٤ = ٤ ل	طول الضلع × الارتفاع = ل × ع أ، $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولى القطرين = $\frac{1}{2}$ $ن_1$ × $ن_2$
شبه المنحرف	مجموع أطوال أضلاعه الأربعة	$\frac{1}{2}$ مجموع طولى القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع = $\frac{1}{2}$($ل_1$ + $ل_2$) × ع أ، طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع = ل × ع

تمارين 5

على مساحات بعض الأشكال الهندسية

اختبار تفاعلى



أسئلة كتاب الوزارة

١ أكمل ما يأتى :

١ مساحة المعين = طول ضلعه × .... = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب ....

٢ مساحة المربع = مربع طول .... = $\frac{1}{2}$ ....

٣ طول القاعدة المتوسطة فى شبه المنحرف يساوى ....

٤ مساحة شبه المنحرف = نصف مجموع طولى قاعدتيه المتوازيتين × ....

= طول .... × الارتفاع

٥ زاويتا كل من قاعدتى شبه المنحرف متطابق الساقين ....

٦ قطرا شبه المنحرف المتساوى الساقين يكونان ....

---

٢ أوجد مساحة كل من الأشكال الآتية :

١ معين طول ضلعه ٦ سم وارتفاعه ٥ سم «٣٠ سم^2»

٢ معين طول ضلعه ١٢ سم وارتفاعه ٨ سم «٩٦ سم^2»

٣ معين طولا قطريه ٨ سم ، ١٠ سم «٤٠ سم^2»

٤ معين طولا قطريه ٢٤ سم ، ١٠ سم «١٢٠ سم^2»

٥ مربع طول قطره ١٠ سم «٥٠ سم^2»

٦ مربع طول قطره ٨ سم «٣٢ سم^2»

٧ شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ٨ سم وارتفاعه ١٢ سم «٨٤ سم^2»

٨ شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٨ سم ، ١٠ سم وارتفاعه ٥ سم «٤٥ سم^2»

٩ شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٧ سم وارتفاعه ٦ سم «٤٢ سم^2»

١٠ شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ١٢ سم وارتفاعه ٨ سم «٩٦ سم^2»

---

٣ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ معين مساحته ٢٠ سم^2 وطول أحد قطريه ٥ سم فإن طول القطر الآخر ....

(أ) ٨ سم (ب) ٤ سم (جـ) ١٠ سم (د) ١٥ سم

٢ إذا كانت مساحة مربع ٥٠ سم^2 فإن طول قطره ....

(أ) ٢٥ سم (ب) ٥ سم (جـ) ١٠ سم (د) ٢٠ سم

٣ مساحة المربع الذى طول ضلعه ٦ سم .... مساحة المربع الذى طول قطره ٨ سم

(أ) $<$ (ب) $>$ (جـ) $=$ (د) $\equiv$

٤ إذا كان محيط معين ٢٤ سم ومساحته ٣٠ سم^2 فإن ارتفاعه ....

(أ) ٤ سم (ب) ٥ سم (جـ) ٦ سم (د) ١٢ سم

٥ إذا كان حاصل ضرب طولى قطرى معين ٩٦ سم^2 وارتفاعه ٦ سم

فإن طول ضلعه ....

(أ) ١٢ سم (ب) ٨ سم (جـ) ٦ سم (د) ٤ سم

٦ شبه المنحرف الذى طولا قاعدتيه المتوازيتين ١٥ سم ، ١١ سم

يكون طول قاعدته المتوسطة ....

(أ) ٢٦ سم (ب) ١٥ سم (جـ) ١٣ سم (د) ١١ سم

٧ إذا كانت مساحة شبه منحرف ٣٢ سم^2 وارتفاعه ٤ سم

فإن طول قاعدته المتوسطة ....

(أ) ٤ سم (ب) ٨ سم (جـ) ١٤ سم (د) ١٦ سم

٨ إذا كانت مساحة شبه منحرف ٤٥٠ سم^2 ، وطولا قاعدتيه المتوازيتين ٢٤ سم ،

١٢ سم فإن ارتفاعه ....

(أ) ١٢,٥ سم (ب) ٢٥ سم (جـ) ٣٦ سم (د) ٥٢ سم

٩ شبه المنحرف الذى طول إحدى قاعدتيه المتوازيتين ١٥ سم ، ومساحته ١٠٨ سم^2

وارتفاعه ٨ سم يكون طول القاعدة الأخرى ....

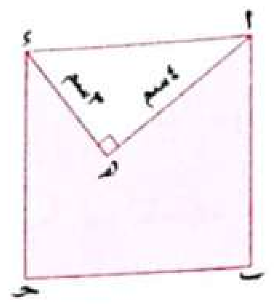
(أ) ١٥ سم (ب) ٤ سم (جـ) ١٢ سم (د) ٢٧ سم

١٠ شبه المنحرف الذى طول قاعدته المتوسطة س سم وارتفاعه نصف طول قاعدته

المتوسطة تكون مساحته .... سم^2

(أ) $س^2$ (ب) $\frac{س^2}{2}$ (جـ) $\frac{س^2}{4}$ (د) $\frac{س^2}{8}$

٤ في الشكل المقابل :



أب حـ ء مربع ، هـ نقطة داخله بحيث يكون Δ أ هـ ء
قائم الزاوية في هـ ، أ هـ = ٤ سم ، هـ ء = ٣ سم
أوجد مساحة الجزء المظلل.
«١٩٠ سم٢»

٥ مربع مساحته تساوى مساحة مستطيل بعداه ٢ سم ، ٩ سم أوجد طول قطر المربع. «٦ سم»

٦ قطعتان من الأرض متساويتان في المساحة ، الأولى على شكل مربع والثانية على شكل معين طولا قطريه ٨ أمتار ، ١٦ مترًا ، أوجد محيط قطعة الأرض المربعة الشكل. «٣٢ مترًا»

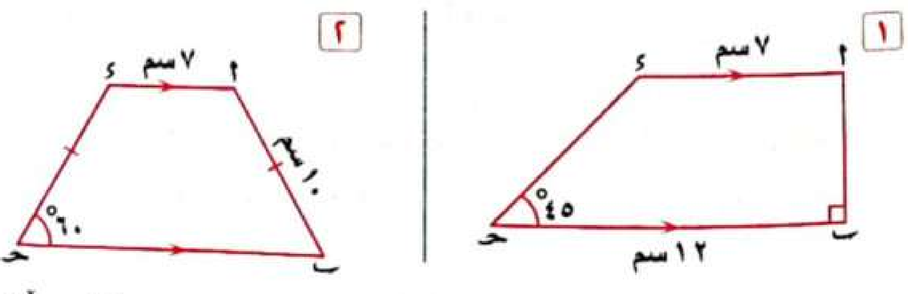
٧ قطعتا أرض متساويتان في المساحة ، الأولى على شكل معين طولا قطريه ١٨ مترًا ، ٢٤ مترًا ، والأخرى على شكل شبه منحرف ارتفاعه ١٢ مترًا ، أوجد طول قاعدته المتوسطة.
«١٨ مترًا»

٨ معين طولا قطريه ١٢ سم ، ١٦ سم أوجد ارتفاعه. «٩.٦ سم»

٩ معين محيطه ٥٢ سم وطول أحد قطريه ١٠ سم أوجد مساحته. «١٢٠ سم٢»

١٠ معين محيطه ٦٤ سم وقياس إحدى زواياه ٦٠° أوجد مساحته. «١٢٨ $\sqrt{3}$ سم٢»

١١ في كل من الشكلين الآتيين استخدم العلامات المعطاة على الشكل لإيجاد مساحة كل شكل :



«٤٧,٥ سم٢ ، ٦٠ $\sqrt{3}$ سم٢»

١٢ إذا كانت النسبة بين طولى قطرى معين ٣ : ٤ وطول القطر الأصغر ٩ سم أوجد مساحة المعين.
«٥٤ سم٢»

١٣ معين النسبة بين طولى قطريه ٥ : ٨ فإذا كانت مساحته ٢٠٠٠ سم^2 أوجد طول كل قطر من قطريه. «٥٠ سم ، ٨٠ سم»

١٤ شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٣٠ سم والنسبة بين طولى قاعدتيه المتوازيتين ٢ : ٣ أوجد طول كل منهما وإذا كان ارتفاعه ٢٤ سم فما مساحته ؟ «٢٤ سم ، ٣٦ سم ، ٧٢٠ سم^2»

١٥ شبه منحرف مساحته ١٨٠ سم^2 وارتفاعه ١٢ سم ، والنسبة بين طولى قاعدتيه ٢ : ٣ فما طول كل منهما ؟ «١٨ سم ، ١٢ سم»

١٦ قطعة أرض على شكل شبه منحرف. النسبة بين طولى كل من قاعدتيه المتوازيتين وارتفاعه كنسبة ٣ : ٢ : ٤ على الترتيب. أوجد طول قاعدته المتوسطة إذا كانت مساحة سطحه ٤٠٠٠ سم^2 «٥٠ سم»

١٧ قطعتان من الأرض الأولى على شكل شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٧٦ مترًا ، ٦٤ مترًا والبعد العمودى بينهما ٤٥ مترًا والثانية على شكل معين طولا قطريه ٧٤ مترًا ، ٩٠ مترًا استبدلت القطعتان بقطعة مستطيلة الشكل مساحتها تساوى مجموع مساحتيهما والنسبة بين طولها وعرضها ٥ : ٤ فما طول كل من بعديها ؟ «٩٠ مترًا ، ٧٢ مترًا»

١٨ أ ب حـ ء شبه منحرف فيه : $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، س منتصف $\overline{أ ب}$ ، ص منتصف $\overline{ء حـ}$ فإذا كان : س ص = ٧ سم ، ب حـ = ١٠ سم ، مساحة شبه المنحرف = ٣٥ سم^2 أوجد طول $\overline{أ ء}$ ، طول البعد العمودى بين $\overline{أ ء}$ ، $\overline{ب حـ}$ «٤ سم ، ٥ سم»

١٩ أ ب حـ ء شبه منحرف فيه : $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، أ ء = ٢٧ سم ، ب حـ = ٤٥ سم فإذا كانت مساحة المثلث أ ب حـ = ٢٢٥ سم^2 فأوجد مساحة شبه المنحرف. «٣٦٠ سم^2»

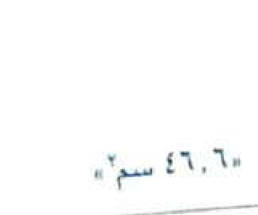
٢٠ أ ب حـ ء شبه منحرف فيه : $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، ق (∠ أ) = ٩٠° ، ب حـ = ٤ سم ، أ ء = ٢٤ سم ، ب ء = ٣٠ سم ، $\overline{أ و}$ ⊥ $\overline{ب ء}$ تقطعه فى و بحيث أ و = ١٤,٤ سم أوجد مساحة شبه المنحرف أ ب حـ ء «٢٥٢ سم^2»

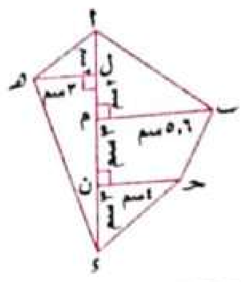
٢١ في الشكل المقابل :

كل من $\overline{\text{ب م}}$ ، $\overline{\text{حـ ن}}$ ، $\overline{\text{هـ ل}}$ عمودية على $\overline{\text{أ ء}}$

باستخدام الأطوال المبينة على الرسم

أوجد : مساحة الشكل أ ب حـ ء هـ





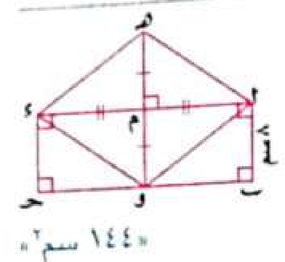
«٤٦,٦ سم^2»

٢٢ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء مستطيل مساحته ١٤٤ سم^2 فإذا كان أ ب = ٨ سم

، $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{هـ و}}$ ، م منتصف كل من $\overline{\text{أ ء}}$ ، $\overline{\text{هـ و}}$

أوجد : مساحة الشكل أ و ء هـ



«١٤٤ سم^2»

٢٣ أ ب حـ ء مستطيل فيه : أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٨ سم ، س ، ص ، ل ، م منتصفات أضلاعه $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{حـ ء}}$ ، $\overline{\text{ء أ}}$ على الترتيب.

١ **برهن أن :** الشكل س ص ل م معين وأوجد مساحته.

٢ **أوجد :** ارتفاع المعين س ص ل م

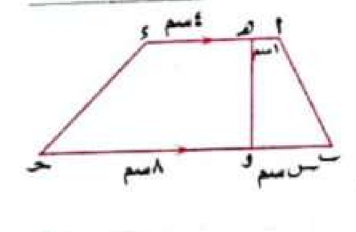
«٢٤ سم^2 ، ٤,٨ سم»

٢٤ في الشكل المقابل :

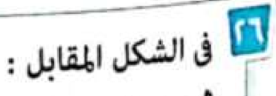
أ ب حـ ء شبه منحرف ، هـ $\in \overline{\text{أ ء}}$ ، و $\in \overline{\text{ب حـ}}$ بحيث

مساحة الشكل هـ و حـ ء = ثلاثة أمثال مساحة الشكل أ ب و هـ

أوجد : قيمة س



«٢»



٢٥ شبه منحرف متساوى الساقين مساحته ١٢٠ سم^2 ومحيطه ٦٠ سم فإذا كان طول قاعدته المتوسطة ٢٠ سم **أوجد :** طول كل من قاعدتيه.

«١٢ سم ، ٢٨ سم»

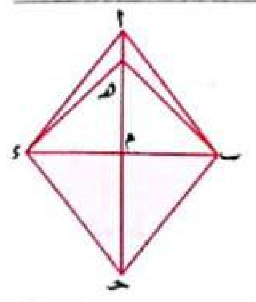
٢٦ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء معين فيه : م نقطة تقاطع قطريه

، أ حـ + ب ء = ٣٣ سم ، ب ء : أ حـ = ٥ : ٦

، هـ $\in \overline{\text{أ م}}$ بحيث م هـ = $\frac{2}{3}$ أ م

أوجد : مساحة الجزء المظلل.



«٩٠ سم^2»



ملخص الوحدة الرابعة

نظرية (١) :

سطحا متوازيى الأضلاع المشتركين فى القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة متساويان فى المساحة.

نتيجة (١) :

مساحة متوازى الأضلاع تساوى مساحة المستطيل المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين.

نتيجة (٢) :

مساحة متوازى الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها.

نتيجة (٣) :

متوازيات الأضلاع المحصورة بين مستقيمين متوازيين وقواعدها التى على أحد هذين المستقيمين متساوية فى الطول تكون مساحاتها متساوية.

نتيجة (٤) :

مساحة المثلث تساوى نصف مساحة متوازى الأضلاع المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل القاعدة المشتركة.

نتيجة (٥) :

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها.

نظرية (٢) :

المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة يكونان متساويين فى المساحة.

نتيجة (١) :

المثلثات التى قواعدها متساوية فى الطول والمحصورة بين مستقيمين متوازيين تكون متساوية فى المساحة.

- **نتيجة (٢) :**

متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين متساويين فى المساحة.

- **نتيجة (٣) :**

المثلثات التى أطوال قواعدها متساوية ، وعلى مستقيم واحد ومشتركة فى الرأس تكون متساوية فى المساحة.

- **نظرية (٣) :**

المثلثان المتساويان فى مساحتيهما ، المرسومان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة من هذه القاعدة ، يكون رأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة.

- إذا كان هناك مثلثان متساويان فى المساحة ومحصوران بين مستقيمين وقاعدتاهما الواقعتان على أحد هذين المستقيمين متساويتان فى الطول ، كان المستقيمان متوازيين.

- مساحة المعين = طول ضلعه × ارتفاعه

$= \frac{١}{٢}$ حاصل ضرب طولى قطريه.

- مساحة المربع = مربع طول ضلعه

$= \frac{١}{٢}$ مربع طول قطره.

- زاويتا كل من قاعدتى شبه المنحرف المتساوى الساقين متساويتان فى القياس.
- قطرا شبه المنحرف المتساوى الساقين متساويان فى الطول.
- شبه المنحرف المتساوى الساقين له محور تماثل واحد هو المستقيم الذى ينصف قاعدتيه.
- القاعدة المتوسطة لشبه المنحرف توازى كلًا من قاعدتيه المتوازيتين وطولها يساوى نصف مجموع طوليهما.
- مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ مجموع طولى القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع

= طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع.



امتحانات على الوحدة الرابعة

النموذج الأول

أجب عن جميع الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ طول قاعدة المثلث الذى مساحته ٣٠ سم٢ وارتفاعه ٦ سم يساوى ....

(أ) ٥ سم (ب) ١٠ سم (جـ) ١٥ سم (د) ٢٠ سم

٢ مساحة متوازى الأضلاع الذى طولا ضلعين متجاورين فيه ٧ سم ، ٥ سم وارتفاعه الأصغر ٤ سم تساوى ....

(أ) ٣٥ سم٢ (ب) ٢٥ سم٢ (جـ) ٢٨ سم٢ (د) ٤٩ سم٢

٣ مساحة المعين الذى طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم تساوى ....

(أ) ٢ سم٢ (ب) ١٤ سم٢ (جـ) ٢٤ سم٢ (د) ٤٨ سم٢

٤ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين ....

(أ) متطابقين. (ب) متساويين فى المساحة.

(جـ) متساويى الساقين. (د) قائمى الزاوية.

٥ معين مساحته ٦٠ سم٢ وطول أحد قطريه ١٠ سم فإن طول القطر الآخر يساوى ....

(أ) ٤ سم (ب) ٨ سم (جـ) ١٠ سم (د) ١٢ سم

٦ النسبة بين مساحة متوازى الأضلاع ومساحة المثلث المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين تساوى ....

(أ) ١ : ٢ (ب) ١ : ٣ (جـ) ٢ : ١ (د) ٢ : ٣

٢ أكمل ما يأتى :

١ شبه منحرف ارتفاعه ٥ سم ومساحته ٣٠ سم٢
فإن طول قاعدته المتوسطة يساوى .... سم

[٢] سطحا متوازيى الأضلاع المشتركين فى القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين ....

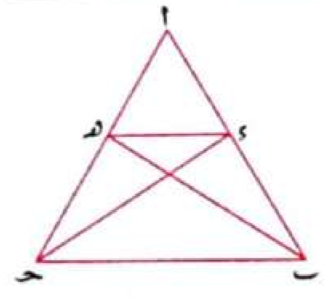
[٣] المربع الذى مساحته ٥٠ سم^2 طول قطره يساوى .... سم

[٤] المثلثان المتساويان فى المساحة والمرسومان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة منها ....

[٥] زاويتا كل من قاعدتى شبه المنحرف متطابق الساقين ....

---

[٣] (أ) فى الشكل المقابل :

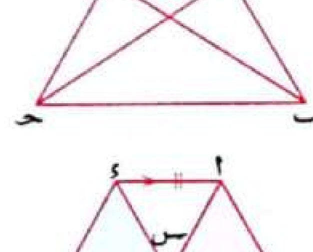


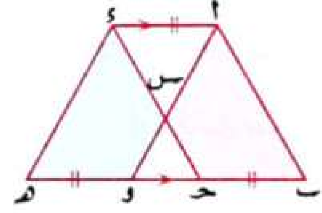
إذا كانت مساحة المثلث أ د جـ = مساحة المثلث أ هـ ب

فأثبت أن : $\overline{\text{د هـ}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$



(ب) فى الشكل المقابل :





أ ب جـ د ، أ و هـ د متوازيا أضلاع

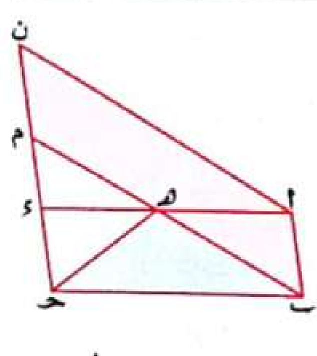
، جـ $\in$ $\overline{\text{ب هـ}}$ ، و $\in$ $\overline{\text{ب هـ}}$

، $\overline{\text{أ و}} \cap \overline{\text{د جـ}}$ = {س}

أثبت أن : مساحة الشكل أ ب جـ س = مساحة الشكل د هـ و س

---

[٤] (أ) فى الشكل المقابل :



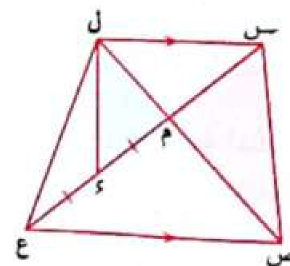
أ ب جـ د ، أ ب م ن متوازيا أضلاع

، م $\in$ $\overleftarrow{\text{جـ د}}$

برهن أن :

مساحة Δ هـ ب جـ = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أ ب م ن

(ب) فى الشكل المقابل :



$\overline{\text{س ل}}$ // $\overline{\text{ص ع}}$ ، $\overline{\text{س ع}} \cap \overline{\text{ص ل}}$ = {م}

، د منتصف $\overline{\text{م ع}}$

أثبت أن : مساحة Δ ل م د = $\frac{1}{2}$ مساحة Δ س م ص

٥ (أ) شبه منحرف مساحته ٨٨ سم^2 وارتفاعه ٨ سم وطول إحدى قاعدتيه المتوازيتين ١٠ سم

أوجد طول القاعدة الأخرى.

(ب) فى الشكل المقابل :

$\overline{أ د} // \overline{ب حـ}$ ، س منتصف $\overline{ب حـ}$

أثبت أن :



١ مساحة Δ أ م ب = مساحة Δ د م حـ

٢ مساحة الشكل أ ب س م = مساحة الشكل د حـ س م



النموذج الثانى

أجب عن جميع الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت مساحة متوازى أضلاع ٢٤ سم^2 وطول قاعدته ٦ سم فإن ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة يساوى ....

(أ) ١٤٤ سم (ب) ٨ سم (جـ) ٤ سم (د) ١٢ سم

٢ أ ب حـ د متوازى أضلاع ، س ∈ $\overleftrightarrow{أ د}$

فإن : مساحة Δ س ب حـ = ... مساحة ▱ أ ب حـ د

(أ) $\frac{1}{4}$ (ب) $\frac{1}{2}$ (جـ) ٢ (د) $\frac{1}{3}$

٣ إذا كانت مساحة شبه منحرف ٤٠ سم^2 ، وطولا قاعدتيه المتوازيتين ٧ سم ، ٩ سم فإن ارتفاعه ....

(أ) ١٠ سم (ب) ٧ سم (جـ) ٨ سم (د) ٥ سم

٤ مساحة المثلث القائم الزاوية الذى طولا ضلعى القائمة فيه ٨ سم ، ٩ سم تساوى .... سم^2

(أ) ٣٦ (ب) ٧٢ (جـ) ١٨ (د) ١٤٤

٥ إذا كان أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه : أ ب = ٣ سم ، ب حـ = ٨ سم وارتفاعه الأصغر ٦ سم فإن ارتفاعه الاكبر يساوى ....

(أ) ٨ سم (ب) ١٦ سم (جـ) ١٨ سم (د) ٢,٢٥ سم

٦ مربع طول قطره ١٢ سم فإن مساحته = ...

(أ) ٢٤ سم٢ (ب) ٣٦ سم٢ (جـ) ١٤٤ سم٢ (د) ٧٢ سم٢

٢ أكمل ما يأتى :

١ مساحة المثلث تساوى .... مساحة متوازى الأضلاع المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل القاعدة المشتركة.

٢ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى ....

٣ قطرا شبه المنحرف المتساوى الساقين يكونان ....

٤ معين محيطه ٢٠ سم ومساحته ٢٠ سم٢ فإن ارتفاعه ....

٥ المثلثات التى قواعدها متساوية فى الطول والمحصورة بين مستقيمين متوازيين تكون ....

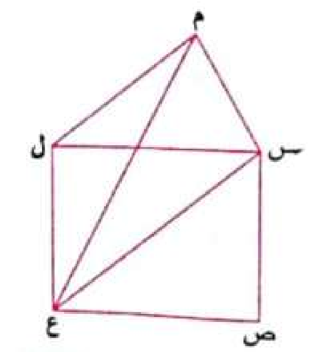
٣ (أ) فى الشكل المقابل :

ء منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{أ حـ}}$

أثبت أن :

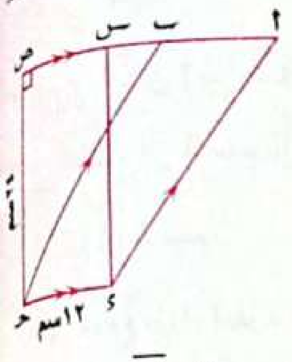
مساحة Δ ب ء هـ = مساحة Δ حـ ء هـ

(ب) فى الشكل المقابل :



مساحة الشكل س ص ع م = مساحة الشكل س ص ع ل

برهن أن : $\overline{\text{س ع}}$ // $\overline{\text{م ل}}$



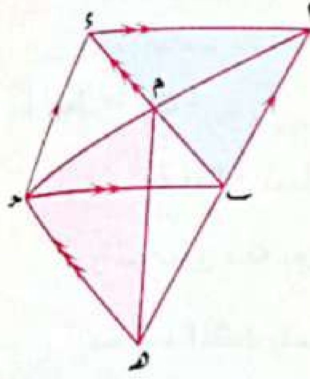
٤ (أ) فى الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{\text{أب}} // \overleftrightarrow{\text{ءحـ}}$ ، س ، ص $\in \overleftrightarrow{\text{أب}}$

، س ص حـ ء مستطيل ، $\overline{\text{أء}} // \overline{\text{ب حـ}}$

[١] أوجد مساحة الشكل أ ب حـ ء

[٢] إذا كان : أ ء = ٣٠ سم أوجد طول العمود الساقط من ب على $\overline{\text{أء}}$



(ب) فى الشكل المقابل :

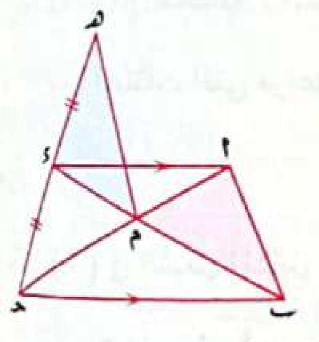


أ ب حـ ء ، ب هـ حـ ء متوازيا أضلاع

، $\overline{\text{أحـ}} \cap \overline{\text{ب ء}} = \{\text{م}\}$

برهن أن : مساحة Δ أ ب ء = مساحة Δ م هـ حـ

٥ (أ) معين محيطه ٤٠ سم وطول أحد قطريه ١٦ سم احسب مساحته.



(ب) فى الشكل المقابل :

$\overline{\text{أء}} // \overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{أحـ}} \cap \overline{\text{ب ء}} = \{\text{م}\}$

، ء منتصف $\overline{\text{هـ حـ}}$

أثبت أن : مساحة Δ م ء هـ = مساحة Δ أ م ب

مشروع بحثى

على الوحدة الرابعة

أهداف المشروع

- التعرف على خواص شبه المنحرف المتساوى الساقين.
- حساب مساحة شبه المنحرف.
- ربط الرياضيات بالدراسات الاجتماعية.

المطلوب

« يمتلك الوطن العربى الكثير من مقومات الجذب السياحى ».

فى ضوء ذلك قُم بإعداد مشروع بحثى يتضمن ما يلى :

(١) اكتب عن السياحة فى الوطن العربى ، مقوماتها وأنواعها وأهميتها ، موضحًا جهود الحكومات العربية لتحقيق التنمية السياحية العربية.

(٢) باستخدام الأدوات الهندسية صمم شعارًا على شكل شبه منحرف متساوى الساقين لأحد الشركات السياحية . احسب مساحة شبه المنحرف.

الوحدة

5

التشابه وعكس نظرية فيثاغورث ونظرية إقليدس

دروس الوحدة :

- الدرس 1 التشابه.
- الدرس 2 عكس نظرية فيثاغورث.
- الدرس 3 المساقط.
- الدرس 4 نظرية إقليدس.
- الدرس 5 التعرف على نوع المثلث بالنسبة لزواياه.



يمكنك حل الامتحانات التفاعلية على الدروس من خلال مسح QR code الخاص بكل امتحان

مشروع بحثي على الوحدة الخامسة

أهداف الوحدة :

بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن :

- يتعرف شرطى تشابه مضلعين.
- يتعرف متى يتشابه مثلثان.
- يستخدم التشابه لحل بعض المشكلات الحياتية فى الهندسة.
- يستدعى ما تم دراسته سابقًا عن نظرية فيثاغورث.
- يطبق عكس نظرية فيثاغورث لتحديد ما إذا كان مثلث قائم الزاوية أم لا.
- يتعرف مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم.
- يحدد العلاقة بين طول القطعة المستقيمة وطول مسقطها على مستقيم.
- يتعرف نظرية إقليدس.
- يستخدم نظرية إقليدس لإيجاد بعض أطوال الأضلاع المجهولة فى المثلث.
- يتعرف على نوع المثلث بالنسبة لزواياه متى عُلمت أطوال أضلاعه.
- يحدد نوع زاوية فى مثلث بمعلومية أطوال أضلاع المثلث.
- يقدِّر دور الهندسة فى الحياة العملية.

ظرية فيثاغورث





يمكنك حل الامتحانات التفاعلية على الدروس من خلال مسح QR code الخاص بكل امتحان

واياه.

الدرس

1

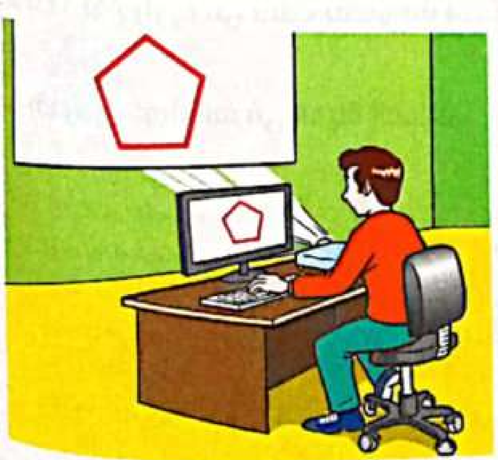
التشــــابــه

* إن مفهوم التشابه يُستخدم كثيرًا فى حياتنا اليومية.

فمثلًا :



• عندما تلتقط صورة لك بإحدى الكاميرات تظهر صورتك مصغرة على الشاشة وفى هذه الحالة يقال أن الأصل والصورة متشابهان.



• يقوم جهاز العرض (Data Show) بنقل صورة مكبرة من جهاز الكمبيوتر إلى شاشة العرض وفى هذه الحالة يقال أن الصورة على شاشة العرض والصورة على شاشة الكمبيوتر متشابهان.

تشابه مضلعين

تعريف

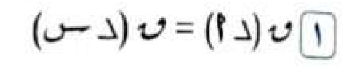
يُقال لمضلعين (لهما نفس العدد من الأضلاع) إنهما متشابهان إذا تحقق الشرطان الآتيان معًا :

[١] زواياهما المتناظرة متساوية فى القياس. [٢] أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.

والرمز ~ يستخدم للتعبير عن التشابه ، فنكتب المضلع أ ب حـ ء ~ المضلع س ص ع ل

وتُقرأ المضلع أ ب حـ ء يشابه المضلع س ص ع ل

وبناءً على التعريف السابق ، إذا كان أ ب حـ ء ، س ص ع ل مضلعين فيهما :

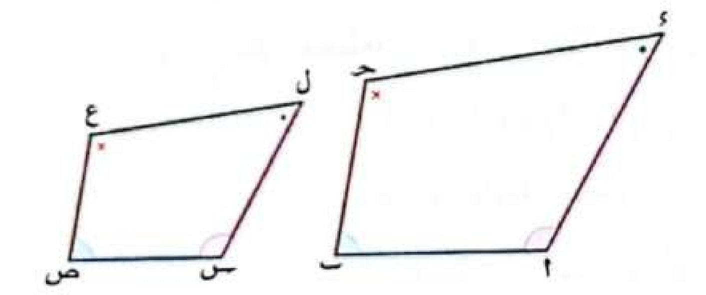


[١] ق (∠ أ) = ق (∠ س)

، ق (∠ ب) = ق (∠ ص)

، ق (∠ حـ) = ق (∠ ع)

، ق (∠ ء) = ق (∠ ل)



أى أن : الزوايا المتناظرة فى المضلعين متساوية فى القياس.

[٢] $\frac{\text{أ ب}}{\text{س ص}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{ص ع}} = \frac{\text{حـ ء}}{\text{ع ل}} = \frac{\text{ء أ}}{\text{ل س}}$ = مقدار ثابت.

أى أن : أطوال الأضلاع المتناظرة فى المضلعين متناسبة.

فإنه من [١] ، [٢] ينتج أن : **المضلع أ ب حـ ء ~ المضلع س ص ع ل**

ملاحظة ①

فى المضلعين المتشابهين $م_1$ ، $م_2$ تُسمى النسبة الثابتة بين أطوال أضلاع $م_1$ وأطوال أضلاع $م_2$ المناظرة **بنسبة التكبير أو التصغير** كما تُسمى أحيانًا **بمقياس الرسم**.

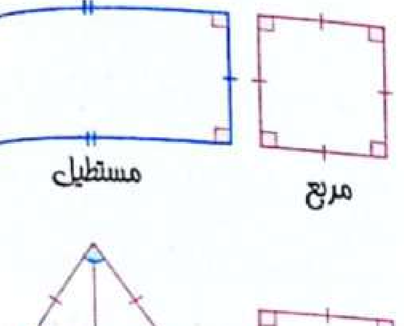
وإذا كانت **النسبة الثابتة** :

- أكبر من الواحد الصحيح — **فإن** : المضلع $م_1$ يكون **تكبيرًا** للمضلع $م_2$
- أصغر من الواحد الصحيح — **فإن** : المضلع $م_1$ يكون **تصغيرًا** للمضلع $م_2$
- تساوى الواحد الصحيح — **فإن** : المضلع $م_1$ **يطابق** المضلع $م_2$

ملاحظة ٢

لكى يتشابه مضلعان يجب أن يتحقق شرطا التشابه معًا ولا يكفى تحقق أحدهما دون الآخر.

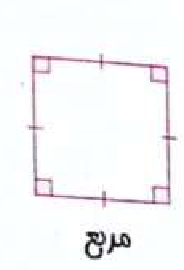
فمثلاً :



- **المربع والمستطيل** مضلعان غير متشابهين

فبرغم تساوى قياسات زواياهما المتناظرة (كل = ٩٠°)

إلا أن أطوال أضلاعهما المتناظرة غير متناسبة.



- كذلك **المربع والمعين** مضلعان غير متشابهين

فبرغم أن أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة

إلا أن زواياهما المتناظرة غير متساوية القياس

فالمربع زواياه قوائم بينما المعين زواياه ليست قوائم.

ملاحظة ٣

المضلعات المتطابقة تكون متشابهة ، ولكن المضلعات المتشابهة ليس من الضرورى أن تكون متطابقة.

ملاحظة ٤

كل المضلعات المنتظمة التى لها نفس العدد من الأضلاع تكون متشابهة.

فمثلًا : جميع المربعات متشابهة.

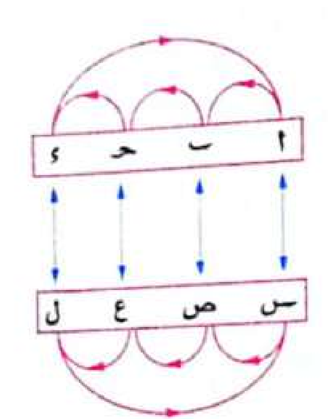
ملاحظة ٥

المضلعان المشابهان لثالث متشابهان.

ملاحظة ٦

"براعى عند كتابة المضلعين المتشابهين أن نكتبهما بنفس ترتيب رءوسهما المتناظرة حتى يسهل كتابة التناسب بين أطوال الأضلاع واستنتاج الزوايا المتساوية فى القياس."

* فمثلًا : إذا كتبنا أن المضلع أ ب حـ ى ~ المضلع س ص ع ل



فإننا نستنتج مباشرة أن :

١ $\frac{\text{أ ب}}{\text{س ص}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{ص ع}} = \frac{\text{حـ ى}}{\text{ع ل}} = \frac{\text{ى أ}}{\text{ل س}}$

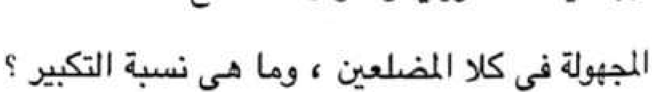
٢ ق (∠ أ) = ق (∠ س) ، ق (∠ ب) = ق (∠ ص)

، ق (∠ حـ) = ق (∠ ع) ، ق (∠ ى) = ق (∠ ل)

مثال ١

فى الشكل المقابل :

المضلع أ ب حـ ى ~ المضلع س ص ع ل



أوجد قياسات الزوايا وأطوال الأضلاع

المجهولة فى كلا المضلعين ، وما هى نسبة التكبير ؟

الحل

المعطيات	المضلع أ ب حـ ى ~ المضلع س ص ع ل ، ق (∠ أ) = ٧٠° ، ق (∠ حـ) = ١٣٥° ، ق (∠ ص) = ٦٥° ، أ ى = س ص = ٣ سم ، ب حـ = ٢,١ سم ، ص ع = ١,٤ سم ، ع ل = ١,٨ سم
المطلوب	إيجاد : ١ ق (∠ ب) ، ق (∠ ى) ، ق (∠ س) ، ق (∠ ع) ، ق (∠ ل) ، طول كل من : $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{حـ ى}}$ ، $\overline{\text{ل س}}$ ٢ نسبة التكبير.

البرهان ∵ المضلع أ ب حـ ء ~ المضلع س ص ع ل (معطى)

∴ ق (∠ أ) = ق (∠ س) ، ق (∠ ب) = ق (∠ ص) ، ق (∠ حـ) = ق (∠ ع)

، ق (∠ ء) = ق (∠ ل)

∴ ق (∠ س) = ٧٠° ، ق (∠ ب) = ٦٥° ، ق (∠ ع) = ١٣٥°

، ∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعى = ٣٦٠°

∴ ق (∠ ء) = ق (∠ ل) = ٣٦٠° − (٧٠° + ٦٥° + ١٣٥°) = ٩٠° (المطلوب أولاً)

، ∵ المضلع أ ب حـ ء ~ المضلع س ص ع ل (معطى)

∴ $\frac{\text{أ ب}}{\text{س ص}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{ص ع}} = \frac{\text{حـ ء}}{\text{ع ل}} = \frac{\text{أ ء}}{\text{ل س}}$ (من التعريف)

∴ $\frac{\text{أ ب}}{٣} = \frac{٢,١}{١,٤} = \frac{\text{حـ ء}}{١,٨} = \frac{٣}{\text{ل س}}$ ∴ $\frac{\text{أ ب}}{٣} = \frac{\text{حـ ء}}{١,٨} = \frac{٣}{\text{ل س}} = \frac{٣}{٢}$

∴ أ ب = $\frac{٣ \times ٣}{٢}$ = ٤,٥ سم ، حـ ء = $\frac{٣ \times ١,٨}{٢}$ = ٢,٧ سم ، ل س = ٢ سم

ونسبة التكبير (النسبة الثابتة بين أطوال الأضلاع المتناظرة) = $\frac{\text{ب حـ}}{\text{ص ع}} = \frac{٣}{٢}$ (المطلوب ثانياً)

ملاحظة

فى المثال السابق نلاحظ أن :

محيط المضلع أ ب حـ ء = ٤,٥ + ٢,١ + ٢,٧ + ٣ = ١٢,٣ سم

محيط المضلع س ص ع ل = ٣ + ١,٤ + ١,٨ + ٢ = ٨,٢ سم

$\frac{\text{محيط المضلع أ ب حـ ء}}{\text{محيط المضلع س ص ع ل}} = \frac{١٢,٣}{٨,٢} = \frac{٣}{٢}$ = نسبة التكبير

أى أن :

النسبة بين محيطى مضلعين متشابهين = النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما.

مثال ٢

مضلعان متشابهان أحدهما أطوال أضلاعه ٣ ، ٥ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ من السنتيمترات والآخر محيطه ٤٨ سم. أوجد أطوال أضلاع المضلع الثانى.

الحل

المعطيات | أ ب حـ ء هـ مضلع أطوال أضلاعه $\overline{أب}$ ، $\overline{بحـ}$ ، $\overline{حـء}$ ، $\overline{ءهـ}$ ، $\overline{هـأ}$ هى على الترتيب ٣ ، ٥ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ من السنتيمترات.

، أَ بَ حـَ ءَ هـَ مضلع آخر محيطه ٤٨ سم

، المضلع أ ب حـ ء هـ ~ المضلع أَ بَ حـَ ءَ هـَ

المطلوب | **إيجاد :** أطوال أضلاع المضلع أَ بَ حـَ ءَ هـَ

البرهان | ∵ المضلع أ ب حـ ء هـ ~ المضلع أَ بَ حـَ ءَ هـَ

$$\therefore \text{نسبة التكبير} = \frac{\text{محيط المضلع أَ بَ حـَ ءَ هـَ}}{\text{محيط المضلع أ ب حـ ء هـ}}$$

$$\therefore \frac{٤٨}{٣ + ٥ + ٦ + ٨ + ١٠} = \frac{٤٨}{٣٢} = \frac{٣}{٢}$$

$$\because \frac{أَبَ}{أب} = \frac{بَحـَ}{بحـ} = \frac{حـَءَ}{حـء} = \frac{ءَهـَ}{ءهـ} = \frac{هـَأَ}{هـأ}$$

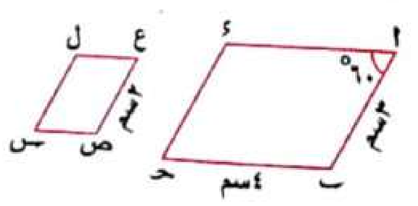
$$\therefore \frac{أَبَ}{٣} = \frac{بَحـَ}{٥} = \frac{حـَءَ}{٦} = \frac{ءَهـَ}{٨} = \frac{هـَأَ}{١٠} = \frac{٣}{٢}$$

∴ أَبَ = ٤,٥ سم ، بَحـَ = ٧,٥ سم ، حـَءَ = ٩ سم

، ءَهـَ = ١٢ سم ، هـَأَ = ١٥ سم (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ١

فى الشكل المقابل :



▱ أ ب حـ ء ~ ▱ س ص ع ل

أوجد : ١ ق (∠ ص)   ٢ طول $\overline{س ص}$

تشابه مثلثين

رأيت أنه لكى يتشابه مضلعان يجب أن يتحقق شرطا التشابه معًا ولا يكفى تحقق أحد الشرطين دون الآخر ، أما فى حالة المثلثات فإنه يكفى تحقق شرط واحد فقط من شرطى التشابه.

حقيقة هندسية

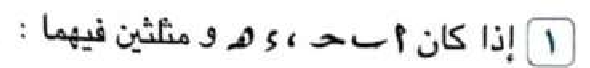
يتشابه المثلثان إذا توفر أحد الشرطين التاليين :



١ تساوت قياسات زواياهما المتناظرة. ٢ تناسبت أطوال أضلاعهما المتناظرة.

بناءً على الحقيقة السابقة :

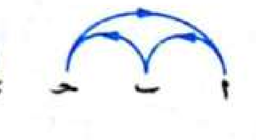
١ إذا كان أ ب جـ ، ء هـ و مثلثين فيهما :



ق (د أ) = ق (د ء) ، ق (د جـ) = ق (د و)

، ق (د ب) = ق (د هـ)

فإن : Δ أ ب جـ $\sim$ Δ ء هـ و



ونتيجة لتشابههما يكون : $\frac{\text{أ ب}}{\text{ء هـ}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{هـ و}} = \frac{\text{جـ أ}}{\text{و ء}}$

٢ إذا كان أ ب جـ ، س ص ع مثلثين فيهما :



$\frac{\text{أ ب}}{\text{س ص}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{ص ع}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{س ع}}$

فإن : Δ أ ب جـ $\sim$ Δ س ص ع

ونتيجة لتشابههما يكون :

ق (د أ) = ق (د س) ، ق (د ب) = ق (د ص) ، ق (د جـ) = ق (د ع)

ملاحظة

1. يتشابه المثلثان القائما الزاوية إذا ساوى قياس زاوية حادة فى أحدهما قياس نظيرتها فى الآخر.
2. المثلثان المتطابقا الأضلاع متشابهان.
3. المثلثان المتطابقا الساقين يكونان متشابهين إذا ساوى قياس إحدى الزوايا فى أحدهما قياس نظيرتها فى الآخر.

مثال ٣

فى الشكل المقابل :

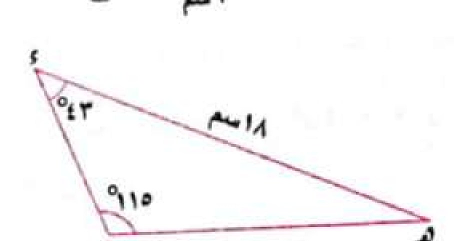
أ ب حـ ، هـ و ء مثلثان فيهما :

ق (∠ ب) = ق (∠ و) = ١١٥° ، ق (∠ أ) = ٢٢°

، ق (∠ ء) = ٤٣° ، أ ب = ٩ سم ، ب حـ = ٥ سم

، أ حـ = ١٢ سم ، هـ ء = ١٨ سم

أوجد : طول كل من $\overline{\text{هـ و}}$ ، $\overline{\text{و ء}}$



الحــل

المعطيات ق (∠ ب) = ق (∠ و) = ١١٥° ، ق (∠ أ) = ٢٢° ، ق (∠ ء) = ٤٣°

، أ ب = ٩ سم ، ب حـ = ٥ سم ، أ حـ = ١٢ سم ، هـ ء = ١٨ سم

المطلـوب إيجاد : طول كل من $\overline{\text{هـ و}}$ ، $\overline{\text{و ء}}$

البرهـان ∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°

∴ فى Δ أ ب حـ : ق (∠ حـ) = ١٨٠° − (١١٥° + ٢٢°) = ٤٣°

، فى Δ هـ و ء : ق (∠ هـ) = ١٨٠° − (٤٣° + ١١٥°) = ٢٢°

، ∵ ق (∠ ب) = ق (∠ و) = ١١٥° ، ق (∠ حـ) = ق (∠ ء) = ٤٣°

، ق (∠ أ) = ق (∠ هـ) = ٢٢°

∴ Δ أ ب حـ ~ Δ هـ و ء

∴ $\frac{\text{أ ب}}{\text{هـ و}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{و ء}} = \frac{\text{أ حـ}}{\text{هـ ء}}$

∴ $\frac{٩}{\text{هـ و}} = \frac{٥}{\text{و ء}} = \frac{١٢}{١٨} = \frac{٢}{٣}$

∴ هـ و = $\frac{٩ \times ٣}{٢}$ = ١٣,٥ سم ، و ء = $\frac{٥ \times ٣}{٢}$ = ٧,٥ سم (وهو المطلوب)

مثال ٤

فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : أ حـ = $\frac{1}{2}$ أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٩ سم

، هـ ∈ $\overline{أ ب}$ بحيث هـ ب = ٥ سم ، $\overline{هـ و}$ // $\overline{ب حـ}$

أوجد : طول كل من $\overline{هـ و}$ ، $\overline{حـ و}$

الحـــل

المعطيات	أ حـ = $\frac{1}{2}$ أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٩ سم ، ب هـ = ٥ سم ، $\overline{هـ و}$ // $\overline{ب حـ}$
المطلـوب	إيجاد : طول كل من $\overline{هـ و}$ ، $\overline{حـ و}$
البرهـــان	∵ $\frac{1}{2}$ أ ب = ٦ سم ∴ أ ب = ١٢ سم ∴ أ هـ = ١٢ - ٥ = ٧ سم

، ∵ $\overline{هـ و}$ // $\overline{ب حـ}$ ∴ ق (∠ أ هـ و) = ق (∠ ب) (بالتناظر)

، ق (∠ أ و هـ) = ق (∠ حـ) (بالتناظر)

، ∵ ∠ أ مشتركة فى ΔΔ أ هـ و ، أ ب حـ

∴ Δ أ هـ و ~ Δ أ ب حـ وينتج أن : $\frac{أ هـ}{أ ب} = \frac{هـ و}{ب حـ} = \frac{أ و}{أ حـ}$

∴ $\frac{٧}{١٢} = \frac{هـ و}{٩} = \frac{أ و}{٦}$

∴ هـ و = $\frac{٩ \times ٧}{١٢}$ = ٥ $\frac{1}{4}$ سم ، أ و = $\frac{٦ \times ٧}{١٢}$ = ٣ $\frac{1}{2}$ سم

∴ حـ و = ٦ - ٣ $\frac{1}{2}$ = ٢ $\frac{1}{2}$ سم (وهو المطلوب)

مثال ٥

فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ، س ص ع مثلثان فيهما :

أ ب = ٤ سم ، ب حـ = ٦ سم

، أ حـ = ٣ سم ، س ص = ١٠ سم

، ص ع = ١٥ سم ، س ع = ٧,٥ سم

١ أثبت أن : Δ أ ب حـ ~ Δ س ص ع

٢ أوجد : ق (∠ أ) + ق (∠ ص) + ق (∠ ع)

الحـــل

المعطيات | $أب = 4$ سم ، $ب ح = 6$ سم ، $أ ح = 3$ سم ، $س ص = 10$ سم ، $ص ع = 15$ سم ، $س ع = 7.5$ سم

المطلوب | **1** إثبات أن : Δ أ ب ح $\sim$ Δ س ص ع

2 إيجاد : ق ($\angle$ أ) + ق ($\angle$ ص) + ق ($\angle$ ع)

البرهان | فى $\Delta\Delta$ أ ب ح ، س ص ع :

$\because \frac{أب}{س ص} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ ، $\frac{ب ح}{ص ع} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ ، $\frac{أ ح}{س ع} = \frac{3}{7.5} = \frac{2}{5}$

$\therefore \frac{أب}{س ص} = \frac{ب ح}{ص ع} = \frac{أ ح}{س ع}$

$\therefore$ Δ أ ب ح $\sim$ Δ س ص ع (المطلوب أولاً)

$\therefore$ ق ($\angle$ أ) = ق ($\angle$ س) (1)

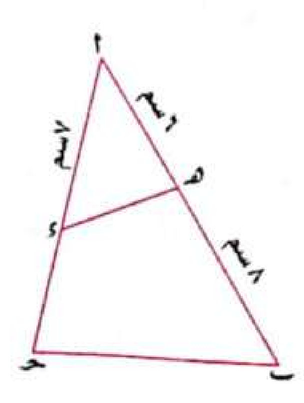
، $\because$ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = $180°$

، من Δ س ص ع : $\therefore$ ق ($\angle$ س) + ق ($\angle$ ص) + ق ($\angle$ ع) = $180°$

وبالتعويض من (1) :

$\therefore$ ق ($\angle$ أ) + ق ($\angle$ ص) + ق ($\angle$ ع) = $180°$ (المطلوب ثانيًا)

حاول بنفسك 2



فى الشكل المقابل :

Δ أ ء هـ $\sim$ Δ أ ب ح ، أ هـ = 6 سم

، أ ء = 7 سم ، ب هـ = 8 سم

أوجد :

1 طول $\overline{ء ح}$ 2 النسبة $\frac{ء هـ}{ب ح}$

مثال ٦



في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في أ

، ء ∈ $\overline{\text{ب حـ}}$ بحيث $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$

أثبت أن : ١ Δ أ ب ء ~ Δ حـ أ ء ٢ Δ أ ب ء ~ Δ حـ ب أ

الحل

المعطيات أ ب حـ مثلث فيه : ق (∠ أ) = ٩٠° ، $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$

المطلوب إثبات أن : ١ Δ أ ب ء ~ Δ حـ أ ء ٢ Δ أ ب ء ~ Δ حـ ب أ

البرهان في Δ أ ب ء : ∵ ق (∠ أ ء ب) = ٩٠°

∴ ق (∠ ب) + ق (∠ ب أ ء) = ٩٠°

، ∵ ق (∠ ب أ ء) + ق (∠ ء أ حـ) = ٩٠° ∴ ق (∠ ب) = ق (∠ ء أ حـ)

في $\Delta\Delta$ أ ب ء ، حـ أ ء :

∵ ق (∠ ب) = ق (∠ ء أ حـ) (إثباتًا)

، ق (∠ أ ء ب) = ق (∠ حـ ء أ) = ٩٠° ∴ ق (∠ ب أ ء) = ق (∠ أ حـ ء)

∴ Δ أ ب ء ~ Δ حـ أ ء (المطلوب أولاً)

، في $\Delta\Delta$ أ ب ء ، حـ ب أ :

∵ ق (∠ ب ء أ) = ق (∠ ب أ حـ) = ٩٠° ، ∠ ب مشتركة

∴ ق (∠ ب أ ء) = ق (∠ حـ) ∴ Δ أ ب ء ~ Δ حـ ب أ (المطلوب ثانيًا)

من المثال السابق نستنتج أن :

في المثلث القائم الزاوية العمود المرسوم من رأس القائمة على الوتر يقسم المثلث إلى مثلثين متشابهين كل منهما يشبه المثلث الأصلي.

تمارين 6





اختبار تفاعلى

أسئلة كتاب الوزارة

١ أكمل كلاً من الجمل الآتية :

١ إذا تشابه مضلعان فإن .... المتناظرة متساوية فى القياس.

٢ إذا تشابه مضلعان فإن .... المتناظرة تكون متناسبة.

٣ المضلعان المشابهان لثالث ....

٤ يتشابه المثلثان إذا كانت .... المتناظرة متناسبة.

٥ إذا كانت قياسات الزوايا المتناظرة فى مثلثين متساوية كان المثلثان ....

٦ إذا كان لدينا مضلعان زواياهما المتناظرة .... وأطوال أضلاعهما المتناظرة .... كان المضلعان متشابهين.

٧ إذا كانت النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فى مثلثين متشابهين تساوى ١ فإن المثلثين ....

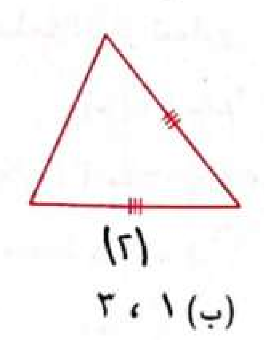
٨ إذا تشابه مضلعان ، وكانت النسبة بين ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٤ فإن النسبة بين محيطيهما هى ....

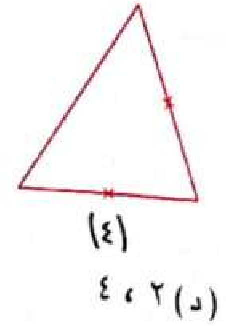
٩ فى المثلث القائم الزاوية العمود المرسوم من رأس القائمة على الوتر يقسم المثلث إلى مثلثين ....

---

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ يوجد اثنان من المثلثات فى الشكل التالى متشابهان هما ....

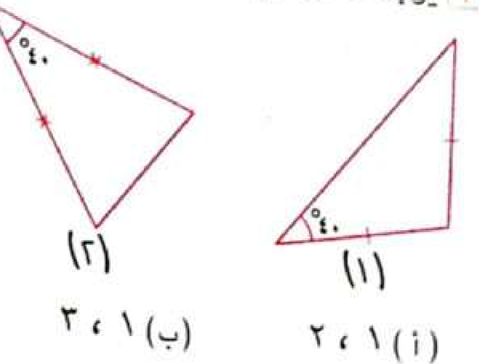
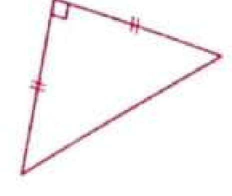
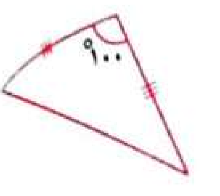
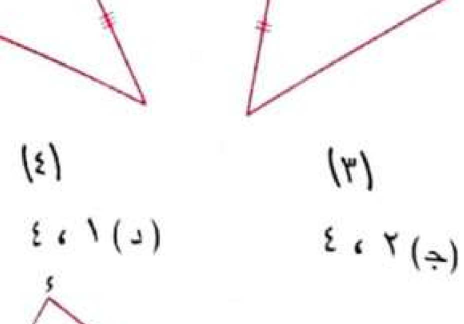




(١) (٢) (٣) (٤)

(أ) ١ ، ٢ (ب) ١ ، ٣ (جـ) ١ ، ٤ (د) ٢ ، ٤

٢ يوجد اثنان من المثلثات فى الشكل التالى متشابهان هما ....

(١) (٢) (٣) (٤)

(أ) ١ ، ٢ (ب) ١ ، ٣ (جـ) ٢ ، ٤ (د) ١ ، ٤

٣ فى الشكل المقابل :

إذا كان : Δ أ ب حـ ~ Δ ء هـ و

فإن : هـ و = ...

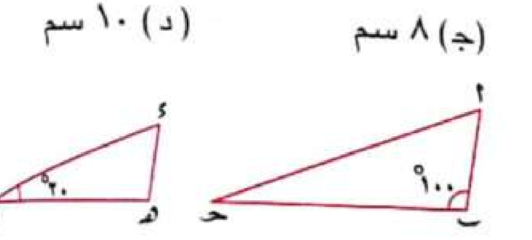
٤سم ، ٣سم ، ٥سم ، ٨سم ، ٦سم

(أ) ٥ سم (ب) ٦ سم (جـ) ٨ سم (د) ١٠ سم

٤ فى الشكل المقابل :

إذا كان : Δ أ ب حـ ~ Δ ء هـ و

فإن : ق (∠ أ) = ...



(أ) ٢٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٨٠° (د) ١٠٠°

٥ فى الشكل المقابل :

إذا كان : Δ أ ب حـ ~ Δ أ س ص

، أ س = س ب = ٦ سم ، س ص = ٧ سم

فإن : ب حـ = ...

(أ) ٦ سم (ب) ٧ سم (جـ) ١٢ سم (د) ١٤ سم

٦ إذا كانت النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فى مربعين تساوى ١

وكان محيط أحدهما ٢٠ سم فإن مساحة الآخر تساوى ....

(أ) ٢٠ سم^2 (ب) ٢٥ سم^2 (جـ) ١٦ سم^2 (د) ٢٥ سم

٧ إذا كان : Δ أ ب حـ ~ Δ ء هـ و وكان : أ ب = $\frac{1}{5}$ ء هـ

فإن : محيط Δ أ ب حـ = ... محيط Δ ء هـ و

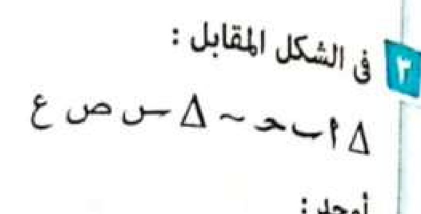
(أ) ٥ (ب) ١ (جـ) $\frac{1}{5}$ (د) $\frac{2}{5}$

٣ في الشكل المقابل :

Δ أ ب حـ ~ Δ س ص ع

أوجد :

أ حـ ، س ص

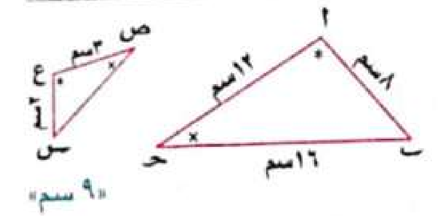


«١٤ سم ، ٣ سم»

٤ بالاستعانة بالمعطيات المدونة بالرسم :

أثبت أن : Δ س ص ع ، Δ ب حـ أ متشابهان.

ثم أوجد : محيط المثلث س ص ع



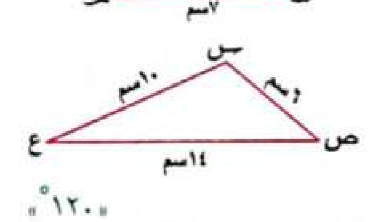
«٩ سم»

٥ في الشكل المقابل :

١ أثبت أن : Δ أ ب حـ ، Δ س ص ع متشابهان.

٢ إذا كان : ق (∠ ب) + ق (∠ حـ) = ٦٠°

فأوجد : ق (∠ س)



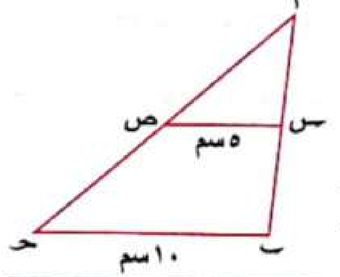
«١٢٠°»

٦ في الشكل المقابل :

إذا كان : Δ أ س ص ~ Δ أ ب حـ

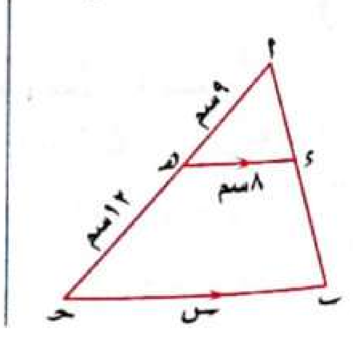
، س ص = ٥ سم ، ب حـ = ١٠ سم

أثبت أن : ١ $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ٢ ص منتصف $\overline{\text{أ حـ}}$



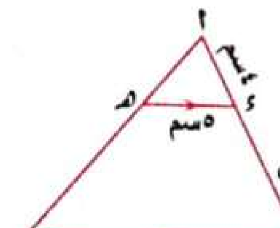
٧ في كل من الأشكال التالية أوجد قيمة س العددية (الأطوال مقدرة بالسنتيمترات) :

١

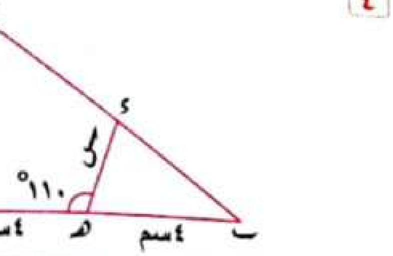


٢

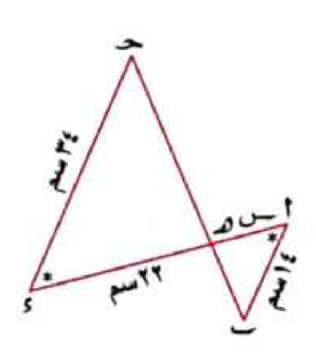
٣



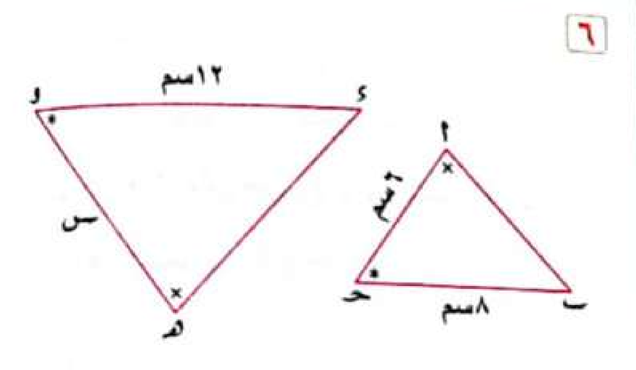
٤



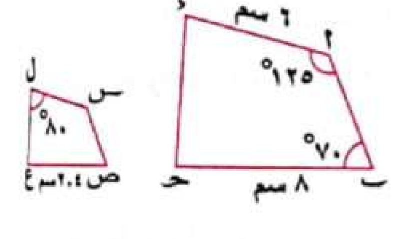
٥



٦



٨ في الشكل المقابل :



إذا كان الشكل أ ب حـ ء ~ الشكل س ص ع ل



١ احسب : ق (∠ ب حـ ء)

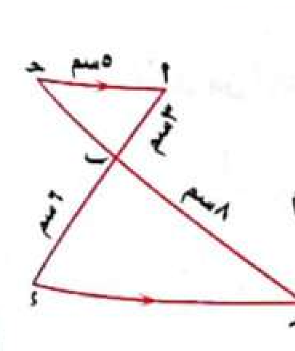


٢ احسب : طول $\overline{\text{س ل}}$ وحدد نسبة التكبير.

٣ إذا كان محيط الشكل أ ب حـ ء = ٢٦ سم فما محيط الشكل س ص ع ل ؟

«٨٥°، ١٫٨ سم، $\frac{١٠}{٣}$، ٧٫٨ سم»

٩ في الشكل المقابل :



$\overline{\text{أحـ}}$ // $\overline{\text{هـ ء}}$ ، $\overline{\text{أ ء}}$ ∩ $\overline{\text{حـ هـ}}$ = {ب}

، أ حـ = ٥ سم ، ب هـ = ٨ سم ، أ ب = ٣ سم ، ب ء = ٦ سم

١ أثبت أن : Δ أ ب حـ ~ Δ ء ب هـ

٢ أوجد : طول كل من $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{هـ ء}}$

٣ أوجد : نسبة التكبير.

«٤ سم، ١٠ سم، ٢»

١٠ في الشكل المقابل :

ا ب حـ ء متوازي أضلاع ، ب منتصف $\overline{\text{ا و}}$

، حـ هـ = ٢ سم ، ء هـ = ٤ سم ، س حـ = ٣ سم

أثبت أن : $\triangle$ هـ حـ س ~ $\triangle$ و ب س

ثم أوجد : طول $\overline{\text{ا ء}}$

«١٢ سم»

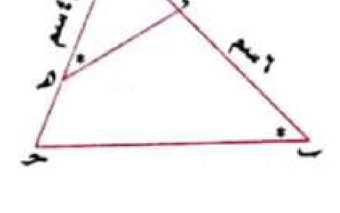
١١ في الشكل المقابل :

ق (∠ ا هـ ء) = ق (∠ ب) ، ا ء = ٣ سم

، ا هـ = ٤,٥ سم ، ب ء = ٦ سم

[١] برهن أن : $\triangle$ ا ء هـ ~ $\triangle$ ا حـ ب

[٢] أوجد : طول $\overline{\text{هـ حـ}}$



«١,٥ سم»

١٢ في الشكل المقابل :

ا ب حـ مثلث ، ء ∈ $\overline{\text{ا ب}}$ ، هـ ∈ $\overline{\text{ا حـ}}$ ، ا هـ = ٤ سم

، هـ حـ = ٥ سم ، ب حـ = ٧,٥ سم ، ا ء = ٣ سم

، ق (∠ ا هـ ء) = ق (∠ ب) ، ق (∠ حـ) = ٩٣°

[١] أثبت أن : $\triangle$ ا هـ ء ~ $\triangle$ ا ب حـ

[٢] أوجد : طول $\overline{\text{ب ء}}$ ، ق (∠ ا ء هـ)

«٩ سم ، ٩٣°»

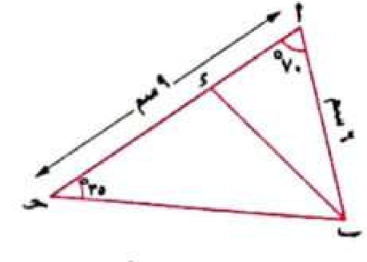
١٣ في الشكل المقابل :

ا ب حـ مثلث فيه : ق (∠ ا) = ٧٠° ، ق (∠ حـ) = ٣٥°

، ء ∈ $\overline{\text{ا حـ}}$ فإذا كان : $\triangle$ ا ب ء ~ $\triangle$ ا حـ ب

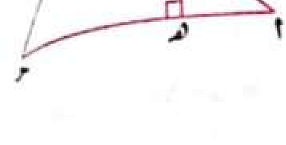
فأوجد : ق (∠ ء ب حـ)

، وإذا كان : ا ب = ٦ سم ، ا حـ = ٩ سم فأوجد : طول $\overline{\text{حـ ء}}$



«٤٠° ، ٥ سم»

١٤ في الشكل المقابل :



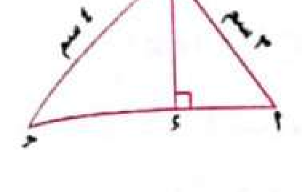
أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب ، ء منتصف $\overline{أب}$

، $\overline{ءهـ} \perp \overline{أحـ}$ ، أ ب = ٨ سم ، ب حـ = ٦ سم

أوجد : طول $\overline{ءهـ}$

«٢,٤ سم»

١٥ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب فيه : أ ب = ٣ سم

، ب حـ = ٤ سم ، $\overline{بء} \perp \overline{أحـ}$

١ برهن أن : Δ ب أ حـ ~ Δ ء أ ب

٢ أوجد : طول كل من $\overline{أء}$ ، $\overline{ءحـ}$

«١,٨ سم ، ٣,٢ سم»

١٦ أ ب حـ مثلث نُصفت أضلاعه $\overline{أب}$ ، $\overline{بحـ}$ ، $\overline{حـأ}$ في ء ، هـ ، و على الترتيب.

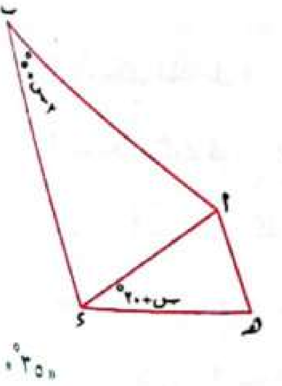
أثبت أن : Δ أ ب حـ ~ Δ هـ و ء

١٧ مثلثان متشابهان محيط أحدهما ٧٤ سم ، وأطوال أضلاع الآخر ٤,٥ سم ، ٦ سم ، ٨ سم

أوجد طول أكبر الأضلاع طولًا في المثلث الأول.

«٣٢ سم»

١٨ في الشكل المقابل :



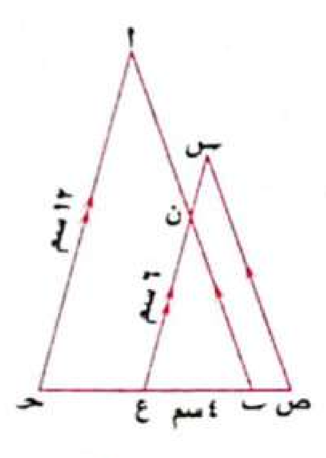
Δ أ هـ ء ~ Δ ء أ ب

، ق (∠ أ ء هـ) = س + ٢٠°

، ق (∠ أ ب ء) = ٢ س + ٥°

أوجد : ق (∠ أ ء هـ)

«٣٥°»



١٩ في الشكل المقابل :

س ع // ا حـ ، س ص // ا ب

، ب ع ⊂ ب حـ

، س ع ∩ ا ب = {ن} ، ا حـ = ١٢ سم

، ن ع = ٣ ن س = ٦ سم ، ب ع = ٤ سم

١ أثبت أن : Δ س ص ع ~ Δ ن ب ع ~ Δ ا ب حـ

٢ أثبت أن : ع منتصف ب حـ

٣ أوجد : طول ص حـ

«$٩\frac{١}{٢}$ سم»

٢٠ في الشكل المقابل :

ا ب حـ ء مستطيل فيه : ا ء = ١٢ سم ، س ∈ ا ء

حيث ا س = ٤ سم ، س ص // ا ب ويقطع ا حـ في م

، ب حـ في ص حيث م س = ٣ سم

١ برهن أن : Δ ا م س ~ Δ حـ م ص

٢ أوجد : محيط Δ ص م حـ



«٢٤ سم»



٣ هل الشكل ا ب ص م ~ الشكل حـ ء س م ؟ ولماذا ؟

٢١ في الشكل المقابل :

ا ب حـ مثلث ، ء ∈ ا ب ، هـ ∈ ا حـ بحيث

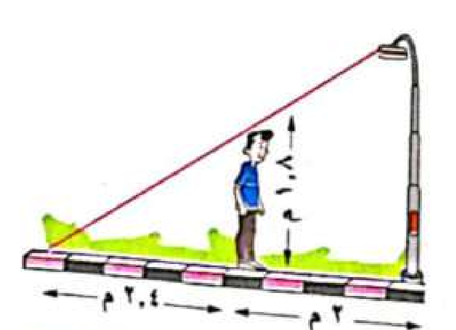
ء هـ // ب حـ ، ا ء = ٣ سم ، ا هـ = ٢ سم

، ب حـ = ١٢ سم ، ب ء = (س + ١) سم ، هـ حـ = (س − ١) سم ، ء هـ = ص سم

أوجد : طول كل من ا ب ، هـ حـ ، ء هـ

«٩ سم ، ٤ سم ، ٤ سم»

تطبيقات حياتية

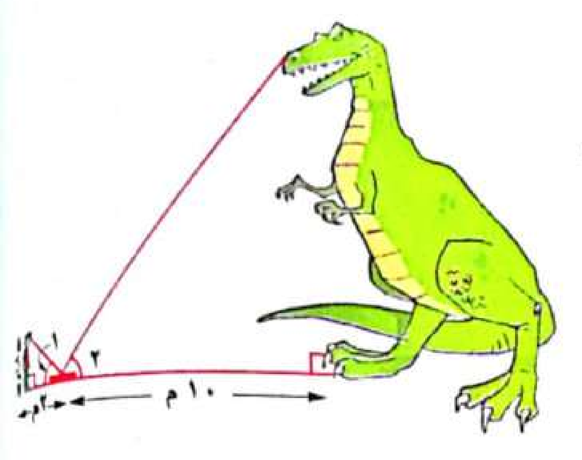


٢٢ رجل طوله ١,٨ متر يقف أمام عمود إنارة وعلى بُعد ٢ متر من قاعدته فإذا وُجد أن طول ظل الرجل الناتج عن إنارة العمود هو ٢,٤ متر فأوجد ارتفاع العمود.

«٣,٢ متر»

٢٣ أراد رجل معرفة طول ديناصور فى أحد المتاحف ، فوضع مرآة فى وضع أفقى على الأرض على بُعد ١٠ أمتار من قدم الديناصور ورجع إلى الخلف حتى استطاع مشاهدة رأس الديناصور فى المرآة فكانت المسافة التى رجعها للخلف ٢ متر فإذا كان طول الرجل ١,٨ متر وإذا علمت أن : ق (د ١) = ق (د ٢)

فما ارتفاع الديناصور ؟



«٩ م»



٢٤ فى الشكل المقابل :

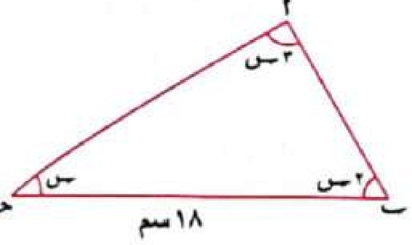
إذا كان :

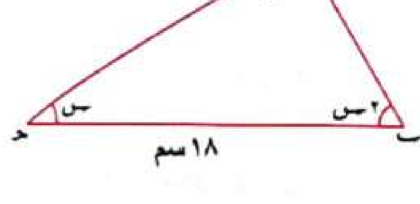
Δ أ ب حـ ~ Δ ء هـ و

، ب حـ = ١٨ سم

، ء هـ = ٣ سم

فأوجد طول : $\overline{\text{هـ و}}$



«٦ سم»

٢٥ فى الشكل المقابل :

أ ء = ٤٠ سم

، ء حـ = ٥٦ سم

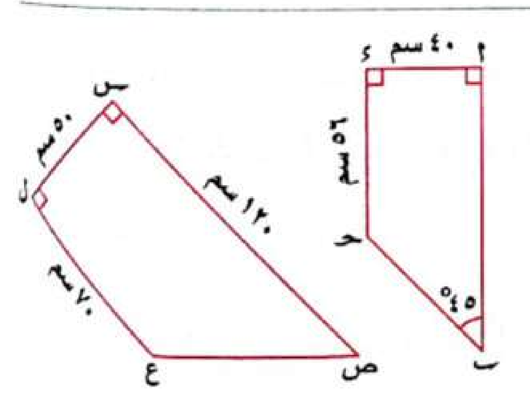
، س ص = ١٢٠ سم

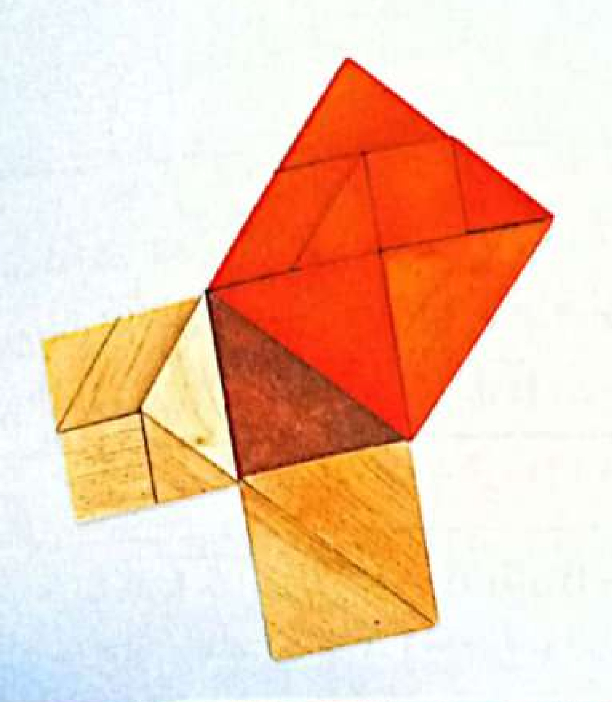
، س ل = ٥٠ سم

، ل ع = ٧٠ سم

، ق (د ب) = ٤٥° ، ق (د أ) = ق (د ء) = ق (د س) = ق (د ل) = ٩٠°

أثبت أن : المضلع أ ب حـ ء ~ المضلع س ص ع ل





الدرس

2

عكس نظرية فيثاغورث

درست فى العام الماضى كيفية إيجاد طول ضلع من أضلاع مثلث قائم الزاوية بمعلومية طولى الضلعين الآخرين ، وذلك عن طريق تطبيق نظرية فيثاغورث التى تعطى علاقة بين مربعات أطوال أضلاع المثلث القائم الزاوية الثلاثة.

إذا كان : أ ب حـ مثلثًا قائم الزاوية فى أ

فإن : (ب حـ)^{2} = (أ ب)^{2} + (أ حـ)^{2}

وفى هذا الدرس سوف نقدم كيفية تحديد ما إذا كان المثلث قائم الزاوية أم لا بتطبيق عكس نظرية فيثاغورث.

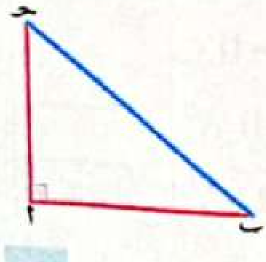
عكس نظرية فيثاغورث

إذا كان مجموع مساحتى المربعين المنشأين على ضلعين فى مثلث يساوى مساحة المربع المنشأ على الضلع الثالث كانت الزاوية المقابلة لهذا الضلع قائمة.

أى أن : **إذا كان أ ب حـ مثلث فيه :**

(أ ب)^{2} + (أ حـ)^{2} = (ب حـ)^{2}

فإن : ق (∠ أ) = ٩٠°



ويمكن صياغة تلك النظرية كالتالى :

إذا كان مربع طول ضلع فى مثلث يساوى مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين كانت الزاوية المقابلة لهذا الضلع قائمة.

نتيجة

فى Δ ٩ ب حـ إذا كان $\overline{\text{٩ حـ}}$ أكبر الأضلاع طولاً وكان (٩ حـ)^٢ $\neq$ (٩ ب)^٢ + (ب حـ)^٢

فإن : ق (∠ ب) $\neq$ ٩٠° وبذلك لا يكون Δ ٩ ب حـ قائم الزاوية.

مثال ١

فى الشكل المقابل :

٩ ب حـ ء شكل رباعى فيه : ق (∠ ب) = ٩٠° ، ٩ ب = ٤ سم

، ب حـ = ٣ سم ، حـ ء = ١٢ سم ، ء ٩ = ١٣ سم

أثبت أن : ق (∠ ٩ حـ ء) = ٩٠°

الحل

المعطيات	ق (∠ ب) = ٩٠° ، ٩ ب = ٤ سم ، ب حـ = ٣ سم ، حـ ء = ١٢ سم ، ء ٩ = ١٣ سم
المطلوب	إثبات أن : ق (∠ ٩ حـ ء) = ٩٠°
البرهان	∵ Δ ٩ ب حـ فيه : ق (∠ ب) = ٩٠°

∴ (٩ حـ)^٢ = (٩ ب)^٢ + (ب حـ)^٢ (فيثاغورث)

∴ (٩ حـ)^٢ = ١٦ + ٩ = ٢٥ سم^٢ ∴ ٩ حـ = ٥ سم

، فى Δ ٩ حـ ء :

∵ (٩ ء)^٢ = (١٣)^٢ = ١٦٩ سم^٢ ، (حـ ء)^٢ = (١٢)^٢ = ١٤٤ سم^٢

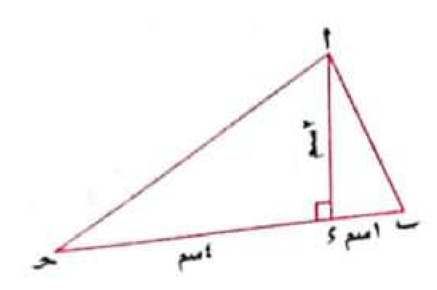
، (٩ حـ)^٢ = (٥)^٢ = ٢٥ سم^٢

∴ (٩ ء)^٢ = (٩ حـ)^٢ + (حـ ء)^٢

∴ ق (∠ ٩ حـ ء) = ٩٠° (عكس فيثاغورث) (وهو المطلوب)

مثال ٢

فى الشكل المقابل :



أ ب ح مثلث ، ء $\in$ $\overline{\text{ب ح}}$ بحيث : $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب ح}}$

، ب ء = ١ سم ، ء ح = ٤ سم ، أ ء = ٢ سم

أثبت أن : ق (∠ ب أ ح) = ٩٠°

الحـل

المعطيات | Δ أ ب ح فيه : $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب ح}}$ ، أ ء = ٢ سم ، ء ب = ١ سم ، ء ح = ٤ سم

المطلوب | إثبات أن : ق (∠ ب أ ح) = ٩٠°

البرهان | فى Δ أ ء ب : ∵ ق (∠ أ ء ب) = ٩٠° ∴ (أ ب)^2 = (أ ء)^2 + (ء ب)^2 (فيثاغورث)

∴ (أ ب)^2 = ٤ + ١ = ٥ سم^2 (١)

فى Δ أ ء ح : ∵ ق (∠ أ ء ح) = ٩٠° ∴ (أ ح)^2 = (أ ء)^2 + (ء ح)^2 (فيثاغورث)

∴ (أ ح)^2 = ٤ + ١٦ = ٢٠ سم^2 (٢)

بجمع (١) ، (٢) : ∴ (أ ب)^2 + (أ ح)^2 = ٥ + ٢٠ = ٢٥ سم^2

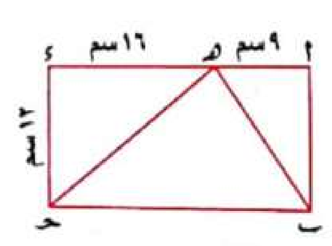
، ∵ ب ح = ب ء + ء ح = ١ + ٤ = ٥ سم ∴ (ب ح)^2 = ٢٥ سم^2

∴ (أ ب)^2 + (أ ح)^2 = (ب ح)^2

∴ ق (∠ ب أ ح) = ٩٠° (عكس فيثاغورث) (وهو المطلوب)

حاول بنفسك

فى الشكل المقابل :



أ ب ح ء مستطيل فيه : ء ح = ١٢ سم ، هـ $\in$ $\overline{\text{أ ء}}$

بحيث أ هـ = ٩ سم ، هـ ء = ١٦ سم

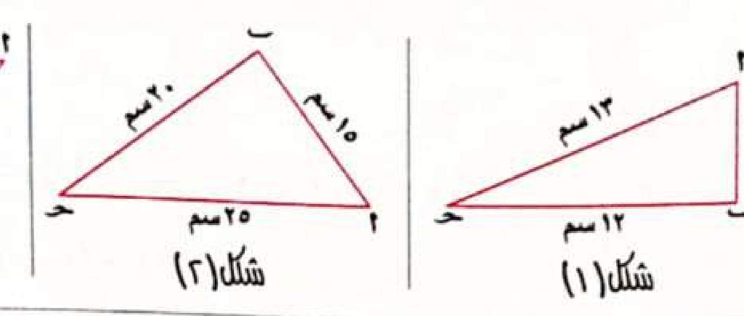
أثبت أن : ق (∠ ب هـ ح) = ٩٠°



تمارين 7
على عكس نظرية فيثاغورث

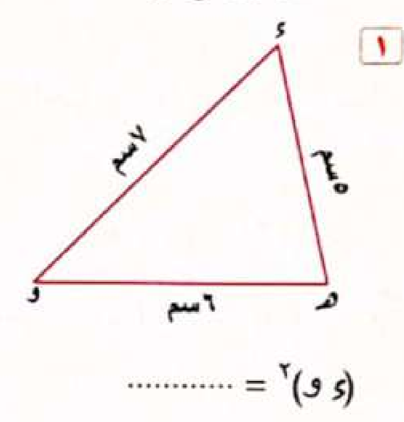
أسئلة كتاب الوزارة

١ فى كل من الأشكال التالية أثبت أن : ق (∠ب) = ٩٠°



٢ أكمل ووضح أى المثلثات التالية قائم الزاوية :

١

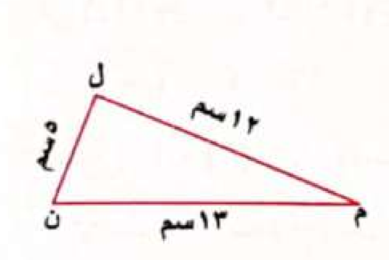


(ء و)^{٢} = ...

(ء هـ)^{٢} + (هـ و)^{٢} = ...

∴ المثلث ....

٢

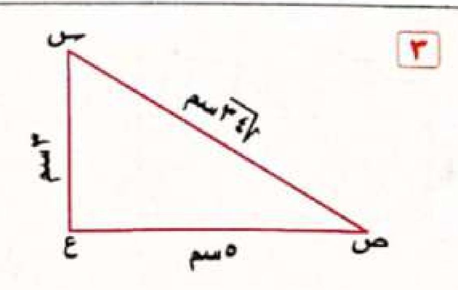


(م ن)^{٢} = ...

(م ل)^{٢} + (ن ل)^{٢} = ...

∴ المثلث ....

٣

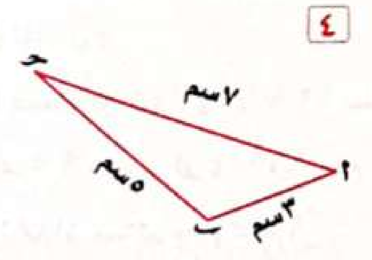


(س ص)^{٢} = $(\sqrt{٣٤})^{٢}$ = ...

(ص ع)^{٢} + (ع س)^{٢} = ...

∴ المثلث ....

٤



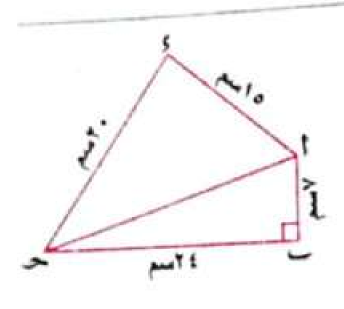
(أ حـ)^{٢} = ...

(أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢} = ...

∴ المثلث ....

٣ أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = ٤,٥ سم ، ب حـ = ٧,٥ سم ، أ حـ = ٦ سم

أثبت أن : Δ أ ب حـ قائم الزاوية.

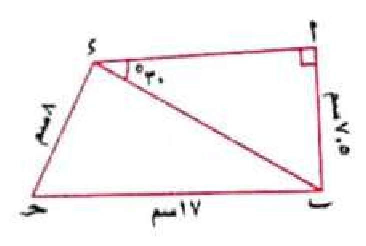


٤ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠°

، أ ب = ٧ سم ، ب حـ = ٢٤ سم ، حـ ء = ٢٠ سم

، ء أ = ١٥ سم **أثبت أن :** ق (∠ أ ء حـ) = ٩٠°



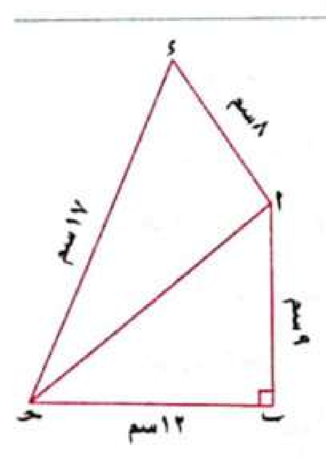
٥ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : ق (∠ ب أ ء) = ٩٠°

، ق (∠ أ ء ب) = ٣٠° ، أ ب = ٧,٥ سم

، ب حـ = ١٧ سم ، حـ ء = ٨ سم

أثبت أن : ق (∠ ب ء حـ) = ٩٠°



٦ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : ق (∠ ب) = ٩٠°

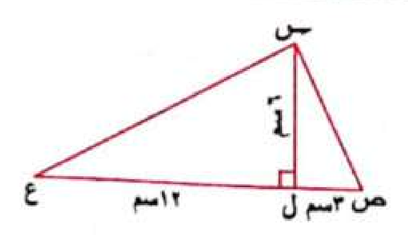
، أ ب = ٩ سم ، ب حـ = ١٢ سم

، حـ ء = ١٧ سم ، ء أ = ٨ سم

أثبت أن : ق (∠ ء أ حـ) = ٩٠°

ثم أوجد : مساحة الشكل أ ب حـ ء

«١١٤ سم^2»



٧ في الشكل المقابل :

س ص ع مثلث ، $\overleftrightarrow{\text{س ل}}$ ⊥ $\overline{\text{ص ع}}$ ، ل س = ٦ سم

، ل ص = ٣ سم ، ل ع = ١٢ سم

أثبت أن : ق (∠ ص س ع) = ٩٠°

٨ في الشكل المقابل :

ق (∠ب) = ٩٠° ، ء منتصف $\overline{\text{أحـ}}$

، أب = ٦ سم ، ب حـ = ٨ سم

، أهـ = ١٢ سم ، ءهـ = ١٣ سم

[١] أوجد : طول $\overline{\text{أحـ}}$ [٢] أثبت أن : ق (∠ء أ هـ) = ٩٠°

« ١٠ سم »

٩ في الشكل المقابل :

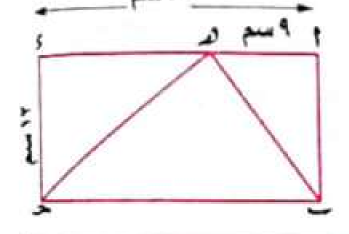
ق (∠ب) = ٩٠° ، أب = ٦ سم ، ب ء = ١٢ سم

، أحـ = ١٠ سم ، حـ هـ = ٥ سم

، ءهـ = ٣ سم ، حـ ∈ $\overline{\text{ءب}}$

[١] أوجد : طول $\overline{\text{ب حـ}}$ [٢] أثبت أن : ق (∠ء) = ٩٠°

« ٨ سم »



١٠ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء مستطيل فيه : ء حـ = ١٢ سم ، أء = ٢٥ سم

، هـ ∈ $\overline{\text{أء}}$ بحيث أهـ = ٩ سم

أثبت أن : $\overline{\text{ب هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{هـ حـ}}$

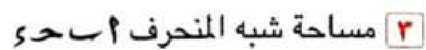
١١ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شبه منحرف فيه : $\overline{\text{أب}}$ // $\overline{\text{ء حـ}}$ ، $\overline{\text{أء}}$ ⊥ $\overline{\text{ء حـ}}$

، أء = ١٢ سم ، ب حـ = ١٣ سم ، ء حـ = ٣٣,٨ سم

، $\overline{\text{ب هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{ء حـ}}$



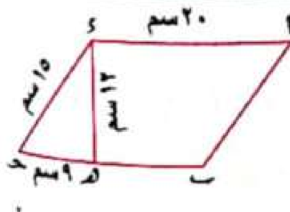
أولاً : أوجد : [١] طول كل من : $\overline{\text{حـ هـ}}$ ، $\overline{\text{أب}}$ [٢] طول $\overline{\text{ء ب}}$

[٣] مساحة شبه المنحرف أ ب حـ ء

ثانيًا : أثبت أن : ق (∠ء ب حـ) = ٩٠°

« ٥ سم ، ٢٨,٨ سم ، ٣١,٢ سم ، ٣٧٥,٦ سم² »

١٢ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازي أضلاع فيه : أء = ٢٠ سم ، ء حـ = ١٥ سم

، هـ ∈ $\overline{\text{ب حـ}}$ بحيث هـ حـ = ٩ سم ، ءهـ = ١٢ سم

أوجد : مساحة ▱ أ ب حـ ء

« ٢٤٠ سم² »

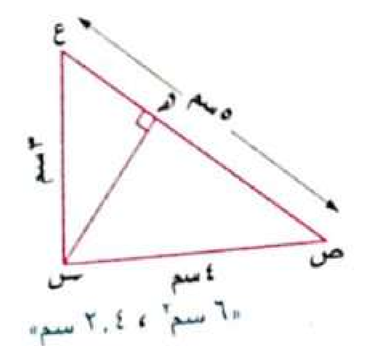
١٣ فى الشكل المقابل :

س ص ع مثلث فيه : $\overline{\text{س هـ}} \perp \overline{\text{ص ع}}$ ، هـ $\in \overline{\text{ع ص}}$

، ص ع = ٥ سم ، س ع = ٣ سم ، س ص = ٤ سم

أوجد : مساحة Δ س ص ع

ومن ثم أوجد : طول $\overline{\text{س هـ}}$



«٦ سم^2 ، ٢,٤ سم»

١٤ ا ب حـ مثلث ، رسم $\overleftrightarrow{\text{ا ى}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$ قطعها فى ى فإذا كان :

ا حـ = ٢٠ سم ، ا ى = ١٢ سم ، ب ى = ٩ سم

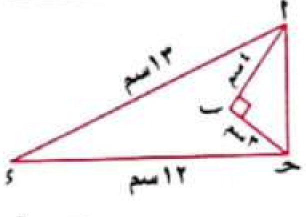
أثبت أن : المثلث ا ب حـ قائم الزاوية فى ا

١٥ فى الشكل المقابل :

ق (∠ ب) = ٩٠° ، ا ب = ٤ سم

، ب حـ = ٣ سم ، ا ى = ١٣ سم ، ى حـ = ١٢ سم

أوجد : مساحة الشكل ا ب حـ ى



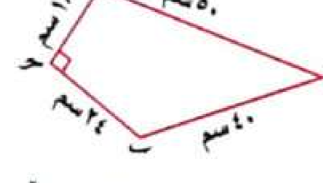
«٢٤ سم^2»

١٦ فى الشكل المقابل :

ا ب حـ ى شكل رباعى فيه : ا ب = ٤٠ سم ، ب حـ = ٢٤ سم

، حـ ى = ١٨ سم ، ا ى = ٥٠ سم ، ق (∠ حـ) = ٩٠°

أوجد : مساحة الشكل ا ب حـ ى



«٨١٦ سم^2»

١٧ ا ب حـ ى متوازى أضلاع فيه : ا ب = ٨ سم ، ا حـ = ٢٠ سم ، ب ى = ١٢ سم

أثبت أن : ق (∠ ا ب ى) = ٩٠° ثم أوجد : مساحة متوازى الأضلاع. «٩٦ سم^2»

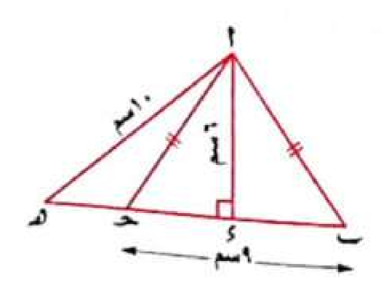
١٨ فى الشكل المقابل :

ا ب حـ مثلث متساوى الساقين فيه : ا ب = ا حـ

، $\overline{\text{ا ى}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$ ، نقطة هـ $\in \overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ ، هـ $\notin \overline{\text{ب حـ}}$

، ا ى = ٦ سم ، ب حـ = ٩ سم ، ا هـ = ١٠ سم

أثبت أن : ق (∠ ب ا هـ) = ٩٠°





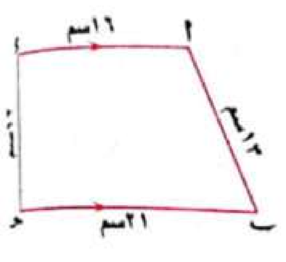
١٩ أ ب ح مثلث فيه : أ ب = ٢٤ سم ، ب ح = ٧٠ سم ، ب ء متوسط فى المثلث حيث

ب ء = ٣٧ سم.

أثبت أن : ق (∠ أ ب ح) = ٩٠° ثم أوجد طول : أ ح

(إرشاد : ارسم ء هـ // ب ح ويقطع أ ب فى هـ)

٤٠ فى الشكل المقابل :



أ ب ح ء شبه منحرف فيه :

أ ء // ب ح ، أ ب = ١٣ سم ، ب ح = ٢١ سم

، ح ء = ١٢ سم ، ء أ = ١٦ سم

أثبت أن : ق (∠ ح) = ٩٠°



الدرس 3

المســاقط

١ مسقط نقطة على مستقيم

* في الشكل المقابل :

ل مستقيم ، النقطتان أ ، ب لا تنتميان إلى ل

، رُسم من أ الشعاع $\overrightarrow{أأَ}$ ⊥ ل يقطعه في أَ

، رُسم من ب الشعاع $\overrightarrow{ببَ}$ ⊥ ل يقطعه في بَ

النقطة أَ هي موقع العمود المرسوم من نقطة أ على المستقيم ل

وتُسمى **المسقط العمودي لنقطة أ على المستقيم ل**

أيضًا النقطة بَ هي موقع العمود المرسوم من نقطة ب على المستقيم ل

وتُسمى **المسقط العمودي لنقطة ب على المستقيم ل**

* حالة خاصة :

إذا كانت نقطة حـ ∈ المستقيم ل فإن مسقطها العمودي على المستقيم ل هو نفس النقطة حـ

وبصفة عامة فإن :

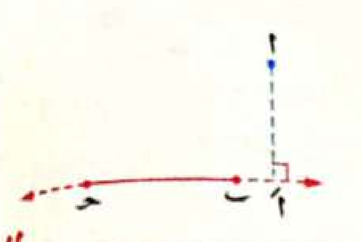
١ المسقط العمودي لنقطة ما على مستقيم هو موقع العمود المرسوم من هذه النقطة على المستقيم.

٢ إذا كانت النقطة تقع على المستقيم فإن مسقطها العمودي على هذا المستقيم هو نفس النقطة.

ملاحظات

❶ حيث إننا لن نتناول فى دراستنا سوى المساقط العمودية لذلك فعندما نقول إن نقطة أَ مسقط نقطة أ على المستقيم ل فإننا نقصد أن نقطة أَ هى المسقط العمودى لنقطة أ على المستقيم ل

❷ فى الشكل المقابل :



النقطة أَ مسقط النقطة أ على المستقيم $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$

٢ مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم

* فى الشكل المقابل :

$\overline{\text{أ ب}}$ قطعة مستقيمة معلومة

، ل مستقيم معلوم فى نفس المستوى.

من خلال دراستنا لمسقط نقطة على مستقيم نستطيع

إيجاد مسقط أ على المستقيم ل وهو أَ ، وكذلك مسقط ب على المستقيم ل وهو بَ

وبالمثل يمكن إيجاد مسقط أى نقطة تنتمى إلى $\overline{\text{أ ب}}$ على المستقيم ل

فنجد أن هذا المسقط ينتمى إلى $\overline{\text{أَ بَ}}$

فمثلاً : إذا كانت : حـ $\in \overline{\text{أ ب}}$ فإن : حـَ «مسقط حـ» $\in \overline{\text{أَ بَ}}$

، إذا كانت : ء $\in \overline{\text{أ ب}}$ فإن : ءَ «مسقط ء» $\in \overline{\text{أَ بَ}}$ ، وهكذا...

وبالتالى تكون القطعة المستقيمة $\overline{\text{أَ بَ}}$ هى مسقط القطعة المستقيمة $\overline{\text{أ ب}}$ على المستقيم ل

وبصفة عامة فإن :

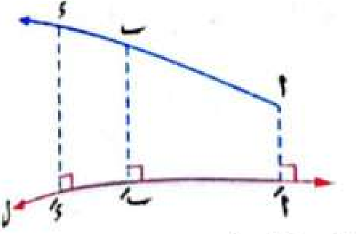
مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم هو القطعة المستقيمة التى طرفاها هما مسقطا طرفى القطعة المستقيمة الأصلية على هذا المستقيم.

* والجدول التالى يبين العلاقة بين طول القطعة المستقيمة وطول مسقطها على المستقيم ل :

الشكل	القطعة المستقيمة	مسقطها	العلاقة
	$\overline{\text{أب}}$	$\overline{\text{أَبَ}}$	أَبَ < أب
	$\overline{\text{أب}}$	$\overline{\text{أَبَ}}$	أَبَ < أب
	$\overline{\text{أب}}$	$\overline{\text{أَبَ}}$	أَبَ < أب
	$\overline{\text{أب}}$	$\overline{\text{أَبَ}}$	أَبَ = أب
	$\overline{\text{أب}}$	النقطة حـ	طول المسقط أصغر من أب ويساوى صفر

من الجدول نلاحظ أن :

طول مسقط قطعة مستقيمة معلومة على مستقيم معلوم $\leq$ طول القطعة نفسها.





٣ مسقط شعاع على مستقيم

١ في الشكل المقابل :

$\overleftarrow{\text{أب}}$ شعاع معلوم ، ل مستقيم معلوم في نفس المستوى.

فإذا كان : أَ مسقط أ على المستقيم ل ، بَ مسقط ب على المستقيم ل

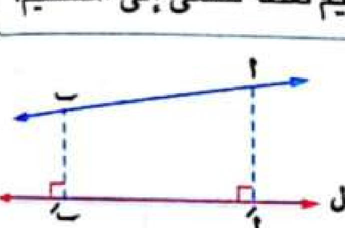
فإن : الشعاع $\overleftarrow{\text{أَبَ}}$ هو مسقط الشعاع $\overleftarrow{\text{أب}}$ على المستقيم ل

وإذا كانت : ء $\in \overleftarrow{\text{أب}}$ ، ء $\notin \overline{\text{أب}}$ وكانت ءَ مسقط ء على المستقيم ل

فإن : ءَ $\in \overleftarrow{\text{أَبَ}}$ ، ءَ $\notin \overline{\text{أَبَ}}$

وبصفة عامة :

مسقط شعاع على مستقيم غير عمودي عليه هو شعاع $\subset$ المستقيم.



٢ في الشكل المقابل :

إذا كان : $\overleftarrow{\text{أب}} \perp$ المستقيم ل

فإن : مسقط $\overleftarrow{\text{أب}}$ على المستقيم ل هو النقطة حـ

وبصفة عامة :

الشعاع العمودي على مستقيم يكون مسقطه على هذا المستقيم نقطة تنتمي إلى المستقيم.

٤ مسقط مستقيم على مستقيم

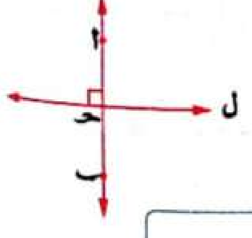
أ
ب
أَ
بَ
ل

١ في الشكل المقابل :

مسقط $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ على المستقيم ل هو المستقيم $\overleftrightarrow{\text{أَبَ}}$ الذي هو المستقيم ل نفسه

وبصفة عامة :

مسقط مستقيم على مستقيم آخر غير عمودي عليه هو ذلك المستقيم الآخر.



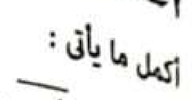
٢ في الشكل المقابل :

إذا كان : $\overleftrightarrow{\text{أب}} \perp$ المستقيم ل

فإن : مسقط $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ على المستقيم ل هو النقطة حـ

وبصفة عامة :

مسقط مستقيم على مستقيم آخر عمودي عليه هو نقطة تقاطع المستقيمين.



مثال ١

فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى أ ، $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$

أكمل ما يأتى :

١ مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ هو ....

٢ مسقط $\overline{\text{أ حـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ هو ....

٣ مسقط $\overline{\text{ب حـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ هو ....

٤ مسقط $\overline{\text{ب حـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ هو ....

٥ مسقط $\overline{\text{أ حـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ هو ....

٦ مسقط $\overline{\text{أ ء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ هو ....

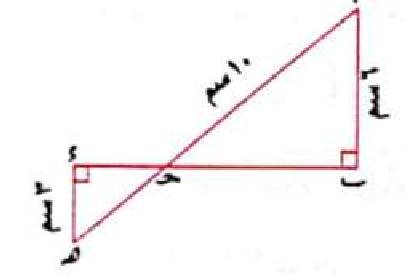
٧ مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ هو ....

الحـــل

١ $\overline{\text{ء ب}}$ ٢ $\overline{\text{ء حـ}}$ ٣ $\overline{\text{أ حـ}}$ ٤ $\overline{\text{ب أ}}$

٥ $\overline{\text{أ ء}}$ ٦ النقطة ء ٧ $\overline{\text{أ ء}}$

مثال ٢



فى الشكل المقابل :

$\overline{\text{ب ء}} \cap \overline{\text{أ هـ}} = \{\text{حـ}\}$ ، ق (∠ ب) = ق (∠ ء) = 90°

، أ ب = ٦ سم ، أ حـ = ١٠ سم ، ء هـ = ٣ سم

أوجد : طول مسقط $\overline{\text{أ هـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$

الحـــل

∵ $\overline{\text{أ ب}} \perp \overleftrightarrow{\text{ب ء}}$ ، $\overline{\text{هـ ء}} \perp \overleftrightarrow{\text{ب ء}}$ ∴ $\overline{\text{ب ء}}$ مسقط $\overline{\text{أ هـ}}$ على المستقيم $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$

، ∵ Δ أ ب حـ فيه : ق (∠ ب) = 90°

∴ $(\text{ب حـ})^2 = (\text{أ حـ})^2 - (\text{أ ب})^2 = (10)^2 - (6)^2 = 64$ ∴ ب حـ = ٨ سم

، ∵ ΔΔ أ ب حـ ، هـ ء حـ فيهما :

ق (∠ ب) = ق (∠ ء) = 90° ، ق (∠ أ حـ ب) = ق (∠ هـ حـ ء) (بالتقابل بالرأس)

∴ ق (∠ أ) = ق (∠ هـ)

$\therefore$ Δ أ ب جـ ~ Δ هـ ء جـ وينتج أن : $\frac{\text{أب}}{\text{هـ ء}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{ء جـ}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{هـ جـ}}$

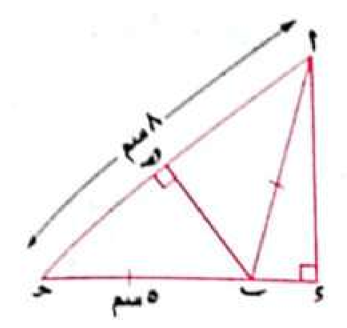
$\therefore \frac{٦}{٣} = \frac{٨}{\text{ء جـ}} = \frac{١٠}{\text{هـ جـ}}$ $\therefore$ ء جـ $= \frac{٨ \times ٣}{٦} = ٤$ سم

$\therefore$ ب ء = ب جـ + ء جـ = ٨ + ٤ = ١٢ سم

$\therefore$ طول مسقط $\overline{\text{أ هـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$ = ١٢ سم (وهو المطلوب)

حاول بنفسك

فى الشكل المقابل :



أ ب جـ مثلث فيه : أ ب = ب جـ = ٥ سم


، أ جـ = ٨ سم ، $\overleftrightarrow{\text{أ ء}} \perp \overleftrightarrow{\text{جـ ب}}$ ، $\overline{\text{ب هـ}} \perp \overline{\text{أ جـ}}$

أكمل ما يأتى :

١ مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ هو ....

٢ طول مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ جـ}}$ يساوى ....

٣ مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ ≡ مسقط .... على $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$

٤ طول مسقط $\overline{\text{ب هـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ جـ}}$ يساوى ....

٥ مساحة Δ أ ب جـ = ...

تمارين 8

على المساقط

اختبار تفاعلى

أسئلة كتاب الوزارة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مسقط نقطة على مستقيم معلوم هو ....

(أ) نقطة. (ب) قطعة مستقيمة. (جـ) شعاع. (د) مستقيم.

٢ مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم ليس عموديًا عليها هو ....

(أ) شعاع. (ب) نقطة. (جـ) قطعة مستقيمة. (د) مستقيم.

٣ مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم عمودى عليها هو ....

(أ) نقطة. (ب) قطعة مستقيمة. (جـ) شعاع. (د) مستقيم.

٤ مسقط شعاع على مستقيم غير عمودى عليه هو ....

(أ) نقطة. (ب) قطعة مستقيمة. (جـ) شعاع. (د) مستقيم.

٥ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم .... طول القطعة المستقيمة نفسها.

(أ) $\geq$ (ب) $<$ (جـ) $\leq$ (د) $=$

٦ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم عمودى عليها ....

(أ) أكبر من طول القطعة الأصلية. (ب) يساوى طول القطعة الأصلية.

(جـ) أكبر من أو يساوى طول القطعة الأصلية.

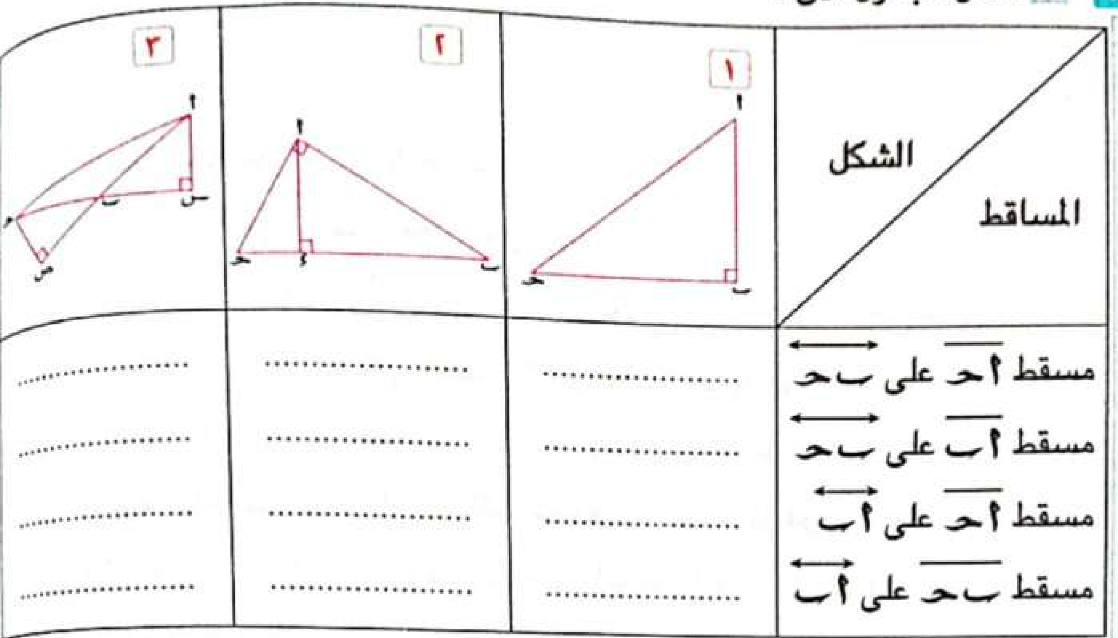
(د) يساوى صفر.

٧ طول مسقط قطعة مستقيمة موازية لمستقيم معلوم على هذا المستقيم .... طول القطعة الأصلية.

(أ) $>$ (ب) $<$ (جـ) $=$ (د) $\neq$

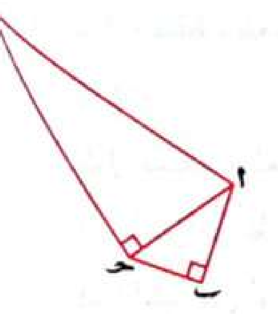
٢ فى كل من الأشكال الآتية أوجد : ١ مسقط أ على $\overleftrightarrow{بحـ}$ ٢ مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{بحـ}$

٣ أكمل الجدول الآتى :



الشكل / المساقط	١	٢	٣
مسقط $\overline{\text{أحـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{بحـ}}$	....	....	....
مسقط $\overline{\text{أب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{بحـ}}$	....	....	....
مسقط $\overline{\text{أحـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أب}}$	....	....	....
مسقط $\overline{\text{بحـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أب}}$	....	....	....

٤ فى الشكل المقابل :



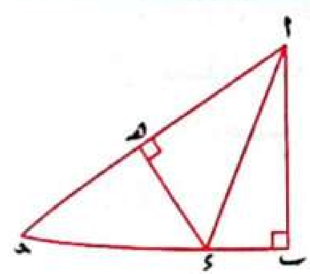
ق (∠ب) = ق (∠ أحـ ء) = ٩٠° أكمل :

١ مسقط $\overline{\text{أء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ هو ....

٢ مسقط $\overline{\text{أحـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ هو ....

٣ مسقط $\overline{\text{أحـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ هو ....

٥ فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب

، ء ∈ $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{ء هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{أ حـ}}$

أكمل كلًا مما يأتى :

١ مسقط $\overline{\text{أء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{بحـ}}$ = ...

٢ مسقط $\overline{\text{أء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أحـ}}$ = ...

٣ مسقط $\overline{\text{ءهـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أحـ}}$ = ...

٤ مسقط نقطة حـ على $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ = ...

٥ مسقط نقطة أ على $\overleftrightarrow{\text{ءحـ}}$ = ...

٦ مسقط نقطة ء على $\overleftrightarrow{\text{أحـ}}$ = ...

٧ مسقط $\overline{\text{أب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ءحـ}}$ = ...

٦ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث ، أ ء ، ب هـ ، حـ و

هى القطع العمودية المرسومة من الرؤوس

إلى الأضلاع المقابلة ومتقاطعة فى م أكمل ما يأتى :

١ مسقط أ ب على ب حـ هو .... ، مسقط ب حـ على أ ب هو ....

٢ مسقط أ حـ على ب حـ هو .... ، مسقط ب حـ على أ حـ هو ....

٣ مسقط أ حـ على أ ب هو .... ، مسقط أ ب على أ حـ هو ....

٤ مسقط أ م على أ ب هو .... ، مسقط ب م على ب حـ هو ....

٥ مسقط حـ م على أ ب هو .... ، مسقط ب م على أ حـ هو ....

---

٧ أكمل ما يأتى :

١ إذا كانت : س ∈ أ ب فإن مسقط س على أ ب هو ....

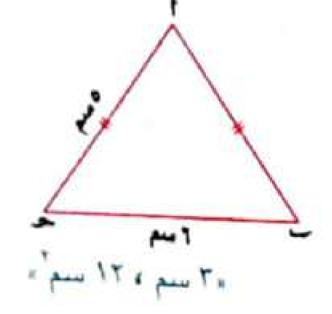
٢ إذا كان : أ ب ⊥ ب حـ فإن مسقط أ ب على ب حـ هو ....

٣ فى Δ أ ب حـ إذا كان : ق (∠ ب) = ٩٠° فإن مسقط حـ على أ ب هو ....

٤ فى Δ أ ب حـ القائم الزاوية فى أ ، مسقط ب أ على أ حـ هو ....

---

٨ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = أ حـ = ٥ سم ، ب حـ = ٦ سم

أوجد :

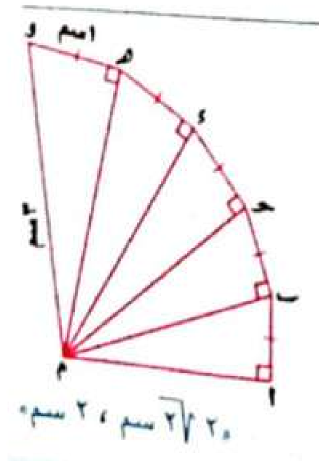
١ طول مسقط أ ب على ب حـ

٢ مساحة المثلث أ ب حـ

« ٣ سم ، ١٢ سم² »

---

٩ في الشكل المقابل :



أ ب = ب حـ = حـ ء = ء هـ = هـ و = ١ سم

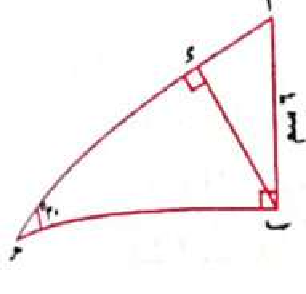
، م و = ٣ سم

أوجد :

١ طول مسقط و م على هـ م

٢ طول مسقط ب م على أ م

« ٢√٢ سم ، ٢ سم »



١٠ في الشكل المقابل :

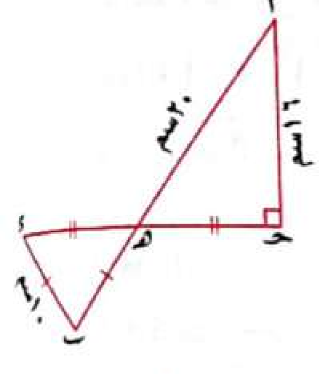
أ ب حـ مثلث فيه : ق (∠ ب) = ٩٠°

، ق (∠ حـ) = ٣٠° ، أ ب = ٦ سم ، ب ء ⊥ أ حـ

أوجد : ١ طول مسقط أ ب على أ حـ

٢ طول مسقط ب حـ على أ حـ

«٣ سم ، ٩ سم»



١١ في الشكل المقابل :

أ ب ∩ حـ ء = {هـ} ، هـ منتصف حـ ء

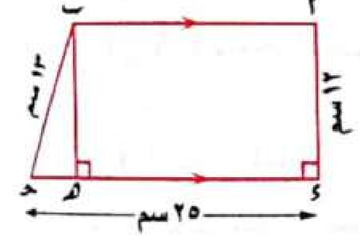
، أ حـ = ١٦ سم ، أ هـ = ٢٠ سم

، ب ء = ب هـ = ١٠ سم

أوجد : ١ طول مسقط ب ء على حـ ء

٢ طول مسقط أ ب على حـ ء

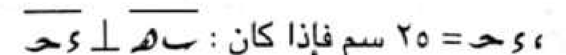
«٦ سم ، ١٨ سم»



١٢ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شبه منحرف فيه : أ ب // ء حـ

، ق (∠ ء) = ٩٠° ، أ ء = ١٢ سم ، ب حـ = ١٣ سم


، ء حـ = ٢٥ سم فإذا كان : ب هـ ⊥ ء حـ

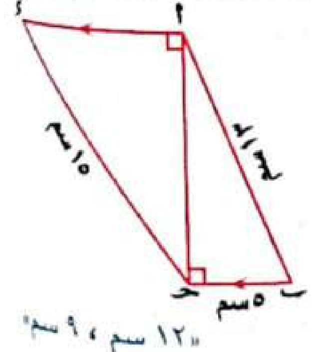
فأوجد : ١ طول مسقط ب حـ على ء حـ

٢ طول مسقط أ ب على ء حـ

٣ طول مسقط ء حـ على أ ب

٤ مساحة شبه المنحرف أ ب حـ ء

«٥ سم ، ٢٠ سم ، ٢٥ سم ، ٢٧٠ سم^2»



١٣ في الشكل المقابل :

أ ء // ب حـ ، أ ب = ١٣ سم ، ب حـ = ٥ سم

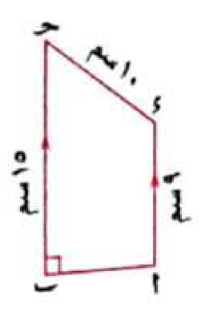
، حـ ء = ١٥ سم ، ق (∠ أ حـ ب) = ق (∠ ء أ حـ) = ٩٠°

أوجد : ١ طول مسقط أ ب على أ حـ

٢ طول مسقط حـ ء على أ ء

«١٢ سم ، ٩ سم»

١٤ في الشكل المقابل :



أ ب ح ء شبه منحرف فيه : $\overline{\text{أء}}$ // $\overline{\text{ب ح}}$ ، ق (∠ أ ب ح) = ٩٠°

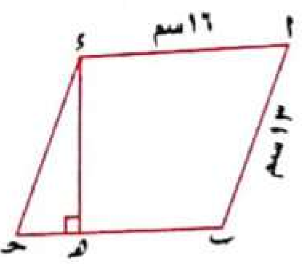
، فإذا كان : أ ء = ٩ سم ، ء ح = ١٠ سم ، ح ب = ١٥ سم

أوجد : ١ طول مسقط $\overline{\text{ء ح}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$

٢ طول مسقط $\overline{\text{ء ح}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$

«٦ سم ، ٨ سم»

١٥ في الشكل المقابل :



أ ب ح ء متوازي أضلاع فيه : أ ء = ١٦ سم

، أ ب = ١٣ سم فإذا كان : $\overline{\text{ء هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{ب ح}}$

، مساحة متوازي الأضلاع أ ب ح ء تساوي ١٩٢ سم²

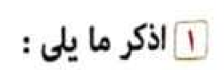
فأوجد : طول مسقط $\overline{\text{ء ح}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$

«٥ سم»

١٦ في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث فيه : $\overline{\text{أ ء}}$ ⊥ $\overline{\text{ب ح}}$ ، $\overline{\text{ح و}}$ ⊥ $\overline{\text{أ ب}}$

، $\overline{\text{ب هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{أ ح}}$ ، $\overline{\text{أ ء}}$ ∩ $\overline{\text{ح و}}$ ∩ $\overline{\text{ب هـ}}$ = {م}



١ اذكر ما يلي :

(أ) مسقط $\overline{\text{أ ء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$ (ب) مسقط $\overline{\text{ب هـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ح}}$

(جـ) مسقط $\overline{\text{أ هـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ح}}$ (د) مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$

٢ إذا كان : أ ح = ٢٦ سم ، أ ب = ٣٠ سم ، ب ح = ٢٨ سم

، مساحة △ أ ب ح = ٣٣٦ سم² فأوجد : طول مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$ «١٨ سم»

للمتفوقين

١٧ أ ب ح مثلث فيه : ق (∠ أ ب ح) = ١٢٠° ، أ ب = ١٢ سم

احسب : طول مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$

«٦ سم»



الدرس

4

نظريـــــة إقليـــــدس

نظريـة إقليـدس

مساحة المربع المنشأ على أحد ضلعى القائمة فى المثلث القائم الزاوية تساوى مساحة المستطيل الذى بعداه طول مسقط هذا الضلع على الوتر ، وطول الوتر.

أى أن : إذا كان ا ب حـ مثلثًا قائم الزاوية فى ا

، ء ∈ $\overline{\text{ب حـ}}$ بحيث $\overline{\text{ا ء}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$

فإن :

$(\text{ا ب})^2 = \text{ب ء} \times \text{ب حـ}$

، $(\text{ا حـ})^2 = \text{حـ ء} \times \text{حـ ب}$

لاحظ أن :

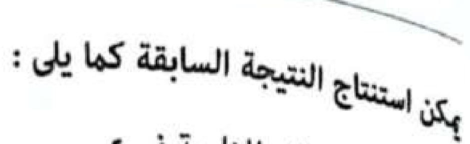
ب ء هو طول مسقط $\overline{\text{ا ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$

، حـ ء هو طول مسقط $\overline{\text{ا حـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$

نتيجـة

إذا كان Δ ا ب حـ قائم الزاوية فى ا ، ء ∈ $\overline{\text{ب حـ}}$ بحيث $\overline{\text{ا ء}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$

فإن : $(\text{ا ء})^2 = \text{ب ء} \times \text{ء حـ}$



يمكن استنتاج النتيجة السابقة كما يلى :

$\because \triangle$ أ ب د قائم الزاوية فى د

$\therefore (\text{أب})^{2} = (\text{أد})^{2} + (\text{ب د})^{2}$ (فيثاغورث)

$\therefore (\text{أد})^{2} = (\text{أب})^{2} - (\text{ب د})^{2}$

ولكن $(\text{أب})^{2} = \text{ب د} \times \text{ب جـ}$ (إقليدس)

$\therefore (\text{أد})^{2} = \text{ب د} \times \text{ب جـ} - (\text{ب د})^{2} = \text{ب د}\,(\text{ب جـ} - \text{ب د}) = \text{ب د} \times \text{د جـ}$

ملاحظة

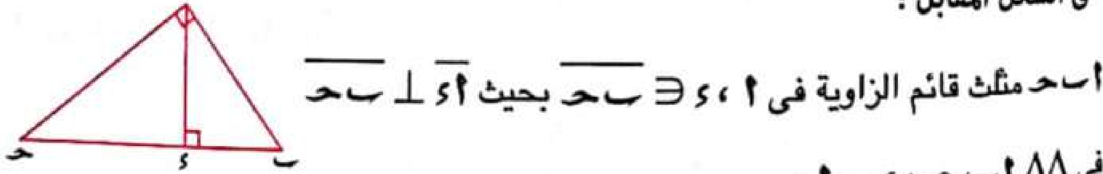
إذا كان $\triangle$ أ ب جـ قائم الزاوية فى أ ، د $\in \overline{\text{ب جـ}}$

بحيث $\overline{\text{أد}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$ فإن : $\boxed{\text{أد} = \dfrac{\text{أب} \times \text{أجـ}}{\text{ب جـ}}}$

وذلك لأن : مساحة $\triangle$ أ ب جـ $= \frac{1}{2}\,\text{ب جـ} \times \text{أد} = \frac{1}{2}\,\text{أب} \times \text{أجـ}$

$\therefore \frac{1}{2}\,\text{ب جـ} \times \text{أد} = \frac{1}{2}\,\text{أب} \times \text{أجـ}$ $\quad \therefore \text{ب جـ} \times \text{أد} = \text{أب} \times \text{أجـ}$

$\therefore \text{أد} = \dfrac{\text{أب} \times \text{أجـ}}{\text{ب جـ}}$



يمكن استنتاج نظرية إقليدس ونتائجها باستخدام تشابه المثلثات كما يلى :

فى الشكل المقابل :

أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى أ ، د $\in \overline{\text{ب جـ}}$ بحيث $\overline{\text{أد}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$

فى $\triangle\triangle$ أ ب جـ ، د ب أ :

$\because$ ق(∠ب أ جـ) = ق(∠ب د أ) = ٩٠° ، ∠ب مشتركة

$\therefore$ ق(∠جـ) = ق(∠ب أ د) $\quad \therefore \triangle$ أ ب جـ $\sim \triangle$ د ب أ $\quad$ (١)

بالمثل فى $\triangle\triangle$ أ ب جـ ، د أ جـ : $\because$ ق(∠ب أ جـ) = ق(∠أ د جـ) = ٩٠° ، ∠جـ مشتركة

$\therefore$ ق(∠ب) = ق(∠د أ جـ) $\quad \therefore \triangle$ أ ب جـ $\sim \triangle$ د أ جـ $\quad$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ Δ أ ب حـ ~ Δ ى ب أ ~ Δ ى أ حـ

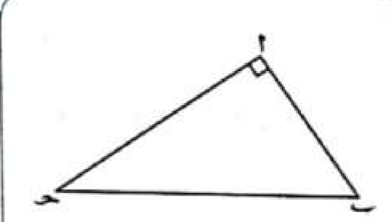
∵ Δ أ ب حـ ~ Δ ى ب أ ∴ $\frac{\text{أ ب}}{\text{ى ب}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{ب أ}}$ ∴ $(\text{أ ب})^2 = \text{ى ب} \times \text{ب حـ}$

∵ Δ أ ب حـ ~ Δ ى أ حـ ∴ $\frac{\text{أ حـ}}{\text{ى حـ}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{أ حـ}}$ ∴ $(\text{أ حـ})^2 = \text{ى حـ} \times \text{ب حـ}$

∵ Δ ى ب أ ~ Δ ى أ حـ ∴ $\frac{\text{ى ب}}{\text{ى أ}} = \frac{\text{أ ى}}{\text{ى حـ}}$ ∴ $(\text{ى أ})^2 = \text{ى ب} \times \text{ى حـ}$

∵ Δ أ ب حـ ~ Δ ى ب أ ∴ $\frac{\text{ب حـ}}{\text{ب أ}} = \frac{\text{أ حـ}}{\text{أ ى}}$ ∴ $\text{ى أ} = \frac{\text{ب أ} \times \text{أ حـ}}{\text{ب حـ}}$

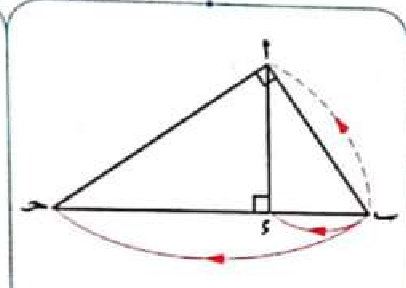
وفيما يلي ملخص لعلاقات نظرية فيثاغورث وإقليدس :



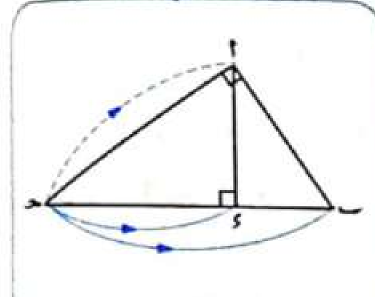
$(\text{ب حـ})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{أ حـ})^2$

$(\text{أ ب})^2 = (\text{ب حـ})^2 - (\text{أ حـ})^2$

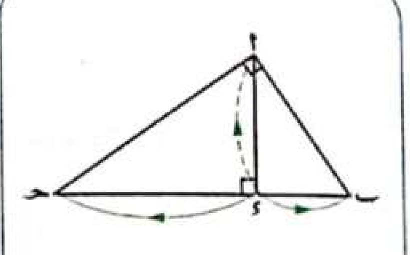
$(\text{أ حـ})^2 = (\text{ب حـ})^2 - (\text{أ ب})^2$



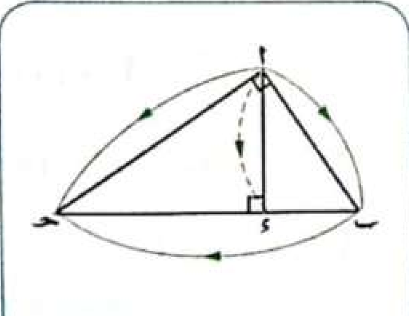
$(\text{ب أ})^2 = \text{ب ى} \times \text{ب حـ}$



$(\text{حـ أ})^2 = \text{حـ ى} \times \text{حـ ب}$



$(\text{ى أ})^2 = \text{ى ب} \times \text{ى حـ}$



$\text{أ ى} = \frac{\text{أ ب} \times \text{أ حـ}}{\text{ب حـ}}$

مثال ①

في الشكل المقابل :

س ص ع مثلث قائم الزاوية فى س ، $\overline{\text{س ل}} \perp \overline{\text{ص ع}}$

حيث ل $\in \overline{\text{ص ع}}$ ، ص ل = ٩ سم ، ل ع = ١٦ سم

أوجد : ١ طول $\overline{\text{س ص}}$ ٢ طول $\overline{\text{س ع}}$ ٣ طول $\overline{\text{س ل}}$

الحـل

المعطيات | ق (∠ ص س ع) = ق (∠ س ل ع) = ٩٠° ، ص ل = ٩ سم ، ل ع = ١٦ سم

المطلوب | إيجاد كل من :

١ طول $\overline{\text{س ص}}$ ٢ طول $\overline{\text{س ع}}$ ٣ طول $\overline{\text{س ل}}$

البرهان | ∵ Δ س ص ع قائم الزاوية فى س ، $\overline{\text{س ل}} \perp \overline{\text{ص ع}}$

∴ (س ص)^{٢} = ص ل × ص ع (إقليدس)

∴ (س ص)^{٢} = ٩ × ٢٥ = ٢٢٥   ∴ س ص = ١٥ سم (المطلوب أولاً)

، بالمثل : (س ع)^{٢} = ع ل × ع ص (إقليدس)

∴ (س ع)^{٢} = ١٦ × ٢٥ = ٤٠٠   ∴ س ع = ٢٠ سم (المطلوب ثانيًا)

، ∵ (س ل)^{٢} = ل ص × ل ع (نتيجة)

∴ (س ل)^{٢} = ٩ × ١٦ = ١٤٤   ∴ س ل = ١٢ سم (المطلوب ثالثًا)

حل آخر لإيجاد طول $\overline{\text{س ل}}$:

$$\text{س ل} = \frac{\text{س ص} \times \text{س ع}}{\text{ص ع}} = \frac{١٥ \times ٢٠}{٢٥} = ١٢ \text{ سم}$$

• كما يمكن إيجاد طول $\overline{\text{س ل}}$ من أى من المثلثين القائمين س ل ع ، س ل ص باستخدام نظرية فيثاغورث كالتالى :

فى Δ س ل ص : (س ل)^{٢} = (س ص)^{٢} − (ص ل)^{٢}

= (١٥)^{٢} − (٩)^{٢} = ٢٢٥ − ٨١ = ١٤٤

∴ س ل = ١٢ سم

مثال ٢

في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث قائم الزاوية في ب ، ء ∈ $\overline{أح}$ بحيث $\overline{بء} \perp \overline{أح}$

، أ ب = ٨ سم ، ح ب = ٦ سم أوجد :

١ أ ح	٢ ء ب
٣ طول مسقط $\overline{بح}$ على $\overleftrightarrow{أح}$	٤ طول مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{أح}$

الحل

المعطيات: أ ب ح مثلث قائم الزاوية في ب ، $\overline{بء} \perp \overline{أح}$ ، أ ب = ٨ سم ، ح ب = ٦ سم

المطلوب: إيجاد : ١ أ ح ٢ ء ب ٣ طول مسقط $\overline{بح}$ على $\overleftrightarrow{أح}$ ٤ طول مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{أح}$

البرهان: ∵ Δ أ ب ح قائم الزاوية في ب

∴ $(أح)^{٢} = (أب)^{٢} + (بح)^{٢}$ (فيثاغورث)

∴ $(أح)^{٢} = ٦٤ + ٣٦ = ١٠٠$ ∴ أ ح = ١٠ سم (المطلوب أولاً)

، ∵ $\overline{بء} \perp \overline{أح}$ ، ق (∠ أ ب ح) = ٩٠°

∴ ء ب = $\frac{أب \times بح}{أح} = \frac{٨ \times ٦}{١٠} = ٤,٨$ سم (المطلوب ثانيًا)

، ∵ مسقط $\overline{بح}$ على $\overleftrightarrow{أح}$ هو $\overline{ءح}$

، ∵ $(بح)^{٢}$ = ح ء × ح أ (إقليدس) ∴ ٣٦ = ح ء × ١٠

∴ ح ء = $\frac{٣٦}{١٠} = ٣,٦$ سم (المطلوب ثالثًا)

، ∵ مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{أحـ}$ هو $\overline{أء}$

، ∵ $(أب)^2$ = أء × أحـ (إقليدس) ∴ ٦٤ = أء × ١٠

∴ أء = $\frac{٦٤}{١٠}$ = ٦,٤ سم

(المطلوب رابعًا)

حاول بنفسك

في الشكل المقابل : أ ب حـ مثلث فيه : ق (∠ ب أ حـ) = ٩٠°

، ء ∈ $\overline{ب حـ}$ بحيث $\overline{أء}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$

، أب = ١٥ سم ، ب حـ = ٢٥ سم أكمل ما يأتي :

١ $(أحـ)^2$ = $(ب حـ)^2$ − $(..........)^2$ ∴ أحـ = ... سم

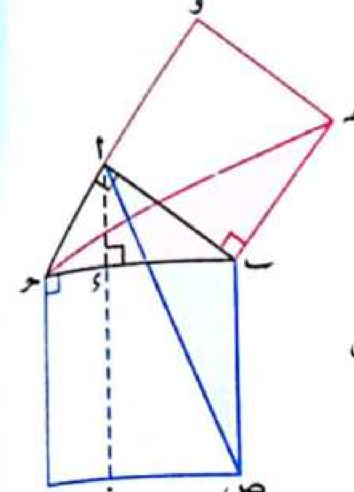
٢ $(أب)^2$ = ب ء × .... ∴ ب ء = ... سم

٣ $(أحـ)^2$ = ... × حـ ب ∴ حـ ء = ... سم

٤ $(أء)^2$ = ب ء × .... ∴ أء = ... سم

١ ٢٠ ، ٩ ٢ ١٦ ، ٩ ٣ ١٦ ، ٢٠ ٤ ١٢ ، ١٦





* في الشكل المقابل : أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في أ

، المربع أ ب هـ و منشأ على أحد ضلعي القائمة أ ب

، المربع ب حـ س ص منشأ على الوتر ب حـ

فإذا رسم أ ء ⊥ ب حـ ليقطع ب حـ في ء ويقطع س ص في ن

، ورسم هـ حـ ، أ ص

فإن : ق (∠ هـ ب حـ) = 90° + ق (∠ أ ب حـ)

، ق (∠ أ ب ص) = 90° + ق (∠ أ ب حـ)   ∴ ق (∠ هـ ب حـ) = ق (∠ أ ب ص)

، ∵ ΔΔ هـ ب حـ ، أ ب ص فيهما :
- هـ ب = أ ب (ضلعان في المربع أ ب هـ و)
- ب حـ = ب ص (ضلعان في المربع ب حـ س ص)
- ق (∠ هـ ب حـ) = ق (∠ أ ب ص) (إثباتًا)

∴ Δ هـ ب حـ ≡ Δ أ ب ص

∴ مساحة Δ هـ ب حـ = مساحة Δ أ ب ص

، ∵ مساحة Δ هـ ب حـ = $\frac{1}{2}$ مساحة المربع أ ب هـ و

، مساحة Δ أ ب ص = $\frac{1}{2}$ مساحة المستطيل ب ء ن ص

∴ مساحة المربع أ ب هـ و = مساحة المستطيل ب ء ن ص

، ∵ مساحة المربع أ ب هـ و = $(\text{أب})^2$

، مساحة المستطيل ب ء ن ص = ب ء × ب ص = ب ء × ب حـ (لاحظ أن : ب ص = ب حـ)

∴ **$(\text{أب})^2$ = ب ء × ب حـ**

أي أن : مساحة المربع المنشأ على أ ب (أحد ضلعي القائمة) = مساحة المستطيل الذي بعداه طول ب ء (مسقط أ ب على الوتر ب حـ) و طول الوتر ب حـ

وبالمثل يمكن إثبات أن : **$(\text{أحـ})^2$ = حـ ء × ب حـ**

أي أن : مساحة المربع المنشأ على أ حـ = مساحة المستطيل الذي بعداه طول حـ ء (مسقط أ حـ على الوتر ب حـ) و طول الوتر ب حـ

تمارين 9

على نظرية إقليدس





أسئلة كتاب الوزارة

١ في الشكل المقابل :

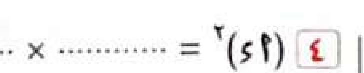
أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في أ ، $\overline{أ ء} \perp \overline{ب حـ}$

أكمل كلًّا مما يأتي :

١ $(أ حـ)^٢$ = ... + ...

٢ $(أ حـ)^٢$ = ... − ....

٣ $(أ حـ)^٢$ = ... × ....



٤ $(أ ء)^٢$ = ... × ....

٥ أ حـ × أ ب = ... × ....

٦ Δ أ ب حـ ~ Δ .... ~ Δ ....



٢ في الشكل المقابل :

Δ أ ب حـ فيه : ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠°

، أ ب = ٤ سم ، أ حـ = ٥ سم ، $\overline{ب ء} \perp \overline{أ حـ}$ أكمل :

١ ب حـ = ... سم



٢ أ ء = ... سم

٣ ب ء = ... سم

٤ مساحة Δ ء ب حـ = ... سم^٢

٣ في الشكل المقابل :

س ص ع مثلث فيه : ق (∠ س ص ع) = ٩٠°

، ل ∈ $\overline{س ع}$ بحيث $\overline{ص ل} \perp \overline{س ع}$

، س ل = ٩ سم ، ص ل = ١٢ سم أوجد :

١ طول $\overline{س ص}$



٢ طول $\overline{ل ع}$

٣ طول $\overline{ع ص}$

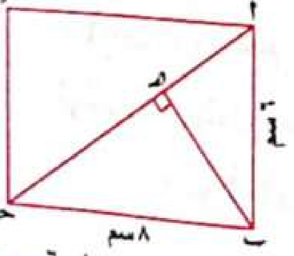
«١٥ سم ، ١٦ سم ، ٢٠ سم»

٤ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء مستطيل فيه : أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٨ سم

، هـ ∈ $\overline{أ حـ}$ بحيث $\overline{ب هـ} \perp \overline{أ حـ}$

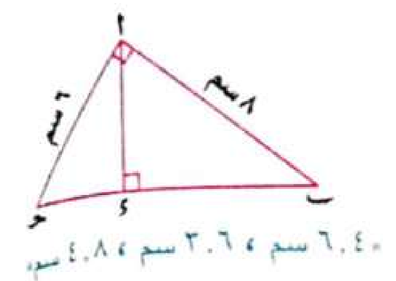
أوجد طول كل من : ١ $\overline{ب هـ}$ ٢ $\overline{حـ هـ}$





«٤,٨ سم ، ٦,٤ سم»

٥ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث فيه : ق (∠ ب أ حـ) = ٩٠°

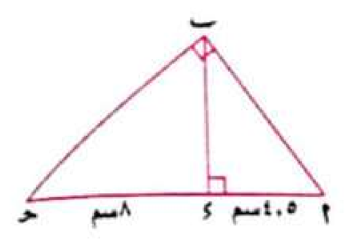
، $\overline{أ ء} \perp \overline{ب حـ}$ ، أ ب = ٨ سم ، أ حـ = ٦ سم

أوجد كلاً من : ب ء ، حـ ء ، أ ء

«٦,٤ سم ، ٣,٦ سم ، ٤,٨ سم»

---

٦ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب

، $\overline{ب ء} \perp \overline{أ حـ}$

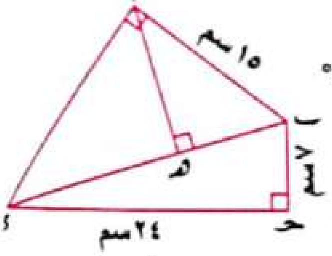
فإذا كان : أ ء = ٤,٥ سم ، ء حـ = ٨ سم

فأوجد : طول كل من $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{ب ء}$

«٧,٥ سم ، ١٠ سم ، ٦ سم»

---

٧ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعي فيه : ق (∠ ب حـ ء) = ق (∠ ب أ ء) = ٩٠°

، $\overline{أ هـ} \perp \overline{ب ء}$ ، ب حـ = ٧ سم ، حـ ء = ٢٤ سم

، أ ب = ١٥ سم

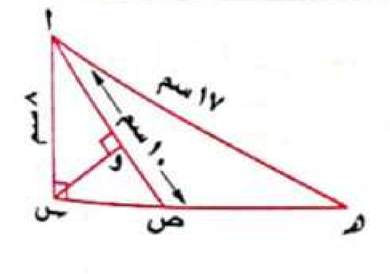
أوجد : [١] طول كل من : $\overline{ب ء}$ ، $\overline{أ ء}$ [٢] طول مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{ب ء}$

[٣] طول مسقط $\overline{أ ء}$ على $\overleftrightarrow{أ هـ}$

«٢٥ سم ، ٢٠ سم ، ٩ سم ، ١٢ سم»

---

٨ في الشكل المقابل :



أ س هـ مثلث قائم الزاوية في س ، $\overline{س و} \perp \overline{أ ص}$

حيث ص ∈ $\overline{س هـ}$ ، و ∈ $\overline{أ ص}$ ، أ س = ٨ سم

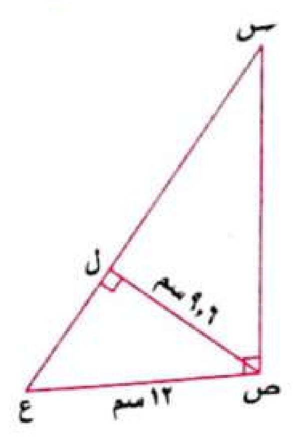
، أ ص = ١٠ سم ، أ هـ = ١٧ سم

أوجد : [١] طول مسقط $\overline{أ ص}$ على $\overleftrightarrow{س هـ}$ [٢] طول $\overline{س و}$

[٣] طول $\overline{أ و}$ [٤] مساحة Δ أ س هـ

«٦ سم ، ٤,٨ سم ، ٦,٤ سم ، ٦٠ سم^2»

٩ في الشكل المقابل :



س ص ع مثلث فيه : ق (∠ ص) = ٩٠°

، $\overleftrightarrow{\text{ص ل}}$ ⊥ $\overline{\text{س ع}}$ حيث ل ∈ $\overline{\text{س ع}}$

فإذا كان : ص ع = ١٢ سم ، ص ل = ٩,٦ سم **فأوجد :**

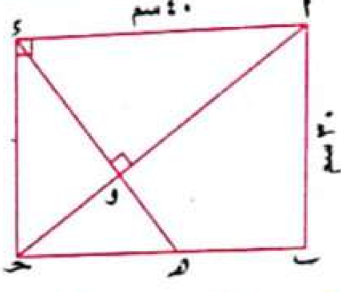
١ طول مسقط $\overline{\text{ص ع}}$ على $\overleftrightarrow{\text{س ع}}$

٢ طول مسقط $\overline{\text{س ص}}$ على $\overleftrightarrow{\text{س ع}}$

٣ طول مسقط $\overline{\text{س ع}}$ على $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$

«٧,٢ سم ، ١٢,٨ سم ، ١٦ سم»

١٠ في الشكل المقابل :



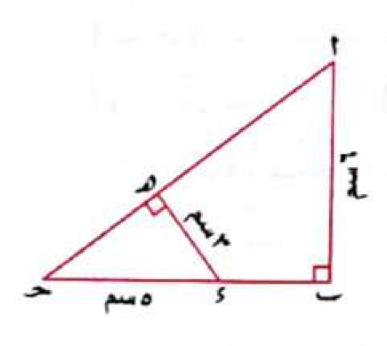
أ ب حـ ء مستطيل فيه : أ ب = ٣٠ سم ، أ ء = ٤٠ سم

، $\overline{\text{ء هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{أ حـ}}$ يقطع $\overline{\text{أ حـ}}$ في و ، يقطع $\overline{\text{ب حـ}}$ في هـ

أوجد : طول كل من $\overline{\text{أ و}}$ ، $\overline{\text{ء و}}$ ، $\overline{\text{هـ حـ}}$

«٣٢ سم ، ٢٤ سم ، ٢٢,٥ سم»

١١ في الشكل المقابل :



المثلث أ ب حـ قائم الزاوية في ب

، $\overline{\text{ء هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{أ حـ}}$ ، أ ب = ٦ سم

، هـ ء = ٣ سم ، حـ ء = ٥ سم

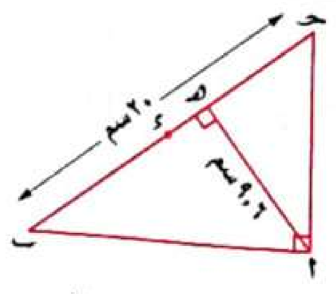
أثبت أن : △ حـ هـ ء ~ △ حـ ب أ

وأوجد : طول $\overline{\text{أ حـ}}$

ثم أوجد : طول مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$

«١٠ سم ، ٣,٦ سم»

١٢ في الشكل المقابل :



حـ أ ب مثلث قائم الزاوية في أ

، هـ ∈ $\overline{\text{ب حـ}}$ بحيث $\overline{\text{أ هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$

، ء منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$ ، أ هـ = ٩,٦ سم ، ب حـ = ٢٠ سم

أوجد : طول كل من $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$

«١٦ سم ، ١٢ سم»



١٣ في الشكل المقابل : أ ب جـ ء متوازى أضلاع فيه :

أ ب = ٦ سم ، أ ء = ١٠ سم ، ب ء ⊥ أ ب

، رسم ء هـ ⊥ ب جـ أوجد :

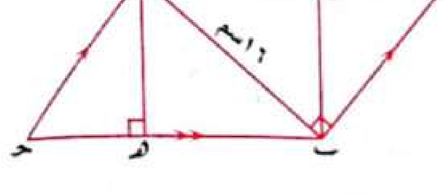
١ مساحة متوازى الأضلاع أ ب جـ ء   ٢ طول مسقط ء ب على ب جـ

٣ طول ء هـ

«٤٨ سم^{2} ، ٦.٤ سم ، ٤.٨ سم»



١٤ في الشكل المقابل :



أ ب جـ ء متوازى أضلاع ، ق (∠ أ ب ء) = ٩٠°

، ء هـ ⊥ جـ ب ، ب و ⊥ أ ء

فإذا كانت مساحة متوازى الأضلاع تساوى ١٩٢ سم^{2} ، وكان ب ء = ١٦ سم

فأوجد : مساحة المستطيل ب هـ ء و   «١٢٢.٨٨ سم^{2}»

١٥ في الشكل المقابل :

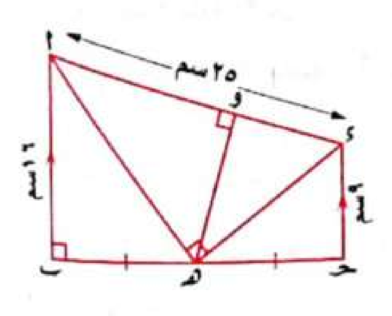
أ ب جـ ء شبه منحرف مساحته ٧٢ سم^{2} فيه :

أ ء // ب جـ ، ق (∠ أ ب جـ) = ٩٠° ، أ ء = ٦ سم

، هـ منتصف ب جـ ، و ∈ أ هـ بحيث ب و ⊥ أ هـ ، أ هـ // ء جـ

أوجد : طول ب و   «٤.٨ سم»

١٦ في الشكل المقابل :



أ ب جـ ء شبه منحرف فيه : أ ب // ء جـ

، ق (∠ أ ب جـ) = ٩٠° ، هـ منتصف ب جـ

، أ ب = ١٦ سم ، أ ء = ٢٥ سم ، ء جـ = ٩ سم

، أ هـ ⊥ هـ ء ، هـ و ⊥ أ ء

أوجد : ١ مساحة شبه المنحرف أ ب جـ ء

٢ طول مسقط أ هـ على أ ء



«٣٠٠ سم^{2} ، ١٦ سم»

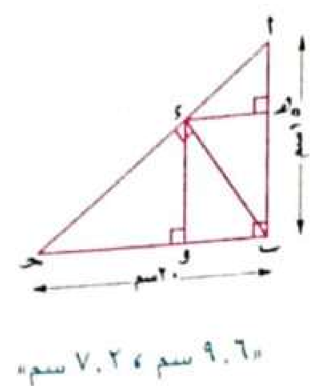
١٧ فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب

، ب د ⊥ أ حـ ، د هـ ⊥ أ ب ، د و ⊥ ب حـ

فإذا كان : أ ب = ١٥ سم ، ب حـ = ٢٠ سم

فأوجد : طول كل من د و ، د هـ

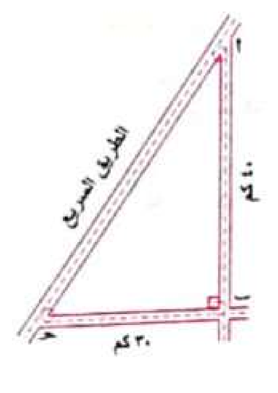


«٩.٦ سم ، ٧.٢ سم»

تطبيقات حياتية

١٨ الشكل المقابل يوضح رسمًا تخطيطيًا لثلاث قرى زراعية أ ، ب ، حـ ويُراد إنشاء سوق للمنتجات الزراعية يقع على الطريق السريع ثم عمل طريق يصل بينه وبين القرية ب بحيث يكون طول الطريق أقل ما يمكن.

وضح كيف يمكن ذلك. ثم أوجد طول هذا الطريق.



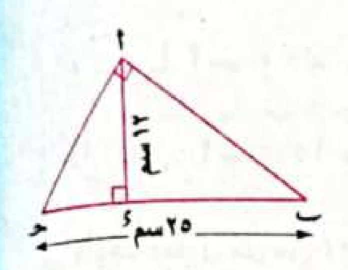
«٢٤ كم»

١٩ يراد إنشاء محطة مترو فى إحدى المحافظات بين محطتين بحيث تبعد عن إحداهما مسافة ٣.٦ كم ، وتكون أقصر مسافة بينها وبين المكتبة المركزية بالمحافظة ٤.٨ كم فإذا علمت أن الطريقين بين المكتبة المركزية ومحطتى المترو ب ، حـ متعامدان ، فأوجد بطريقتين مختلفتين المسافة بين محطة المترو المراد إنشاءها ومحطة المترو حـ

«٦.٤ كم»

للمتفوقين

٢٠ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى أ

، $\overline{أء} \perp \overline{ب حـ}$ بحيث ء $\in \overline{ب حـ}$

إذا كان : أء = ١٢ سم

، ب حـ = ٢٥ سم ، حـ ء < ب ء

احسب طول كل من :

[١] $\overline{أب}$ ومسقطه على $\overleftrightarrow{ب حـ}$ «٢٠ سم ، ١٦ سم»

[٢] $\overline{أحـ}$ ومسقطه على $\overleftrightarrow{ب حـ}$ «١٥ سم ، ٩ سم»

«إرشاد : افرض أن حـ ء = س سم»

---

٢١ س ص ع مثلث قائم الزاوية فى ص ، $\overline{ص ل} \perp \overline{س ع}$ ، $\overleftrightarrow{ص ل} \cap \overline{س ع} = \{ل\}$
بحيث س ل = $\frac{٩}{٢٥}$ س ع أثبت أن : س ص : ص ع = ٣ : ٤



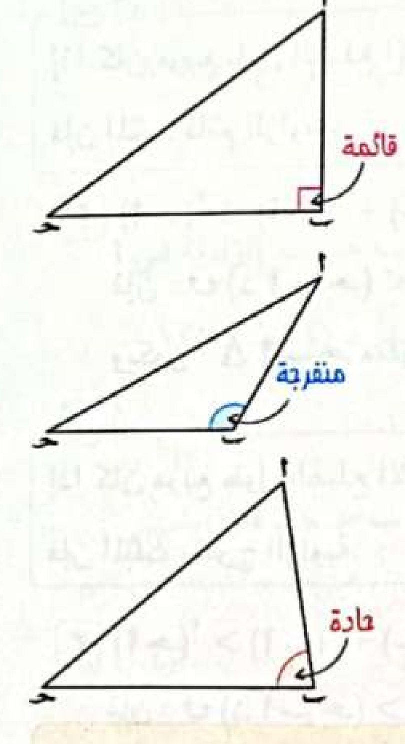
الدرس

5

التعرف على نوع المثلث بالنسبة لزواياه

• سبق أن درست أن نوع المثلث بالنسبة لزواياه يتحدد بنوع أكبر زواياه قياسًا.

فإذا كان : Δ أ ب ح فيه : ∠ ب أكبر زواياه قياسًا فإن :



١ إذا كان : ق (∠ ب) = ٩٠°

(أى أن : ∠ ب قائمة)

كان : المثلث أ ب ح **قائم الزاوية**.

٢ إذا كان : ق (∠ ب) > ٩٠°

(أى أن : ∠ ب منفرجة)

كان : المثلث أ ب ح **منفرج الزاوية**.

٣ إذا كان : ق (∠ ب) < ٩٠°

(أى أن : ∠ ب حادة)

كان : المثلث أ ب ح **حاد الزوايا**.

ملاحظة

فى أى مثلث (قائم أو حاد أو منفرج) يكون :

طول أى ضلع أكبر من الفرق بين طولى الضلعين الآخرين وأقل من مجموع طوليهما.

أى أنه إذا كان : أ ب ح مثلثًا فإن :

• ب ح - أ ح < أ ب < ب ح + أ ح

• أ ب - أ ح < ب ح < أ ب + أ ح

• أ ب - ب ح < أ ح < أ ب + ب ح

التعرف على نوع المثلث بالنسبة لزواياه متى علمت أطوال أضلاعه

لتحديد نوع المثلث بالنسبة لزواياه متى علمت أطوال أضلاعه نقارن بين مربع طول الضلع الأكبر فى المثلث ومجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين ومن خلال هذه المقارنة يمكن تحديد نوع المثلث كما يلى :



تذكر أن

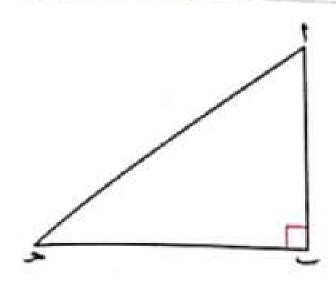
من نظرية فيثاغورث إذا كان Δ أ ب حـ فيه : ق (∠ ب) = ٩٠°

فإن : (أ حـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢}

* **نفرض أن :**

أ ب حـ مثلث فيه :

$\overline{\text{أ حـ}}$ أكبر الأضلاع طولاً فإذا كان :



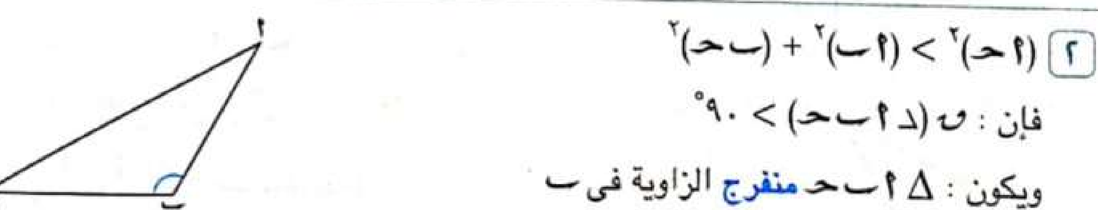
١ (أ حـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢}

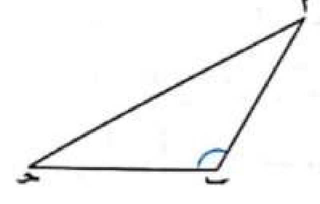
فإن : ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠°

ويكون : Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب

أى أنه :

إذا كان مربع طول الضلع الأكبر يساوى مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين فإن المثلث قائم الزاوية.





٢ (أ حـ)^{٢} > (أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢}

فإن : ق (∠ أ ب حـ) > ٩٠°

ويكون : Δ أ ب حـ منفرج الزاوية فى ب

أى أنه :

إذا كان مربع طول الضلع الأكبر أكبر من مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين فإن المثلث منفرج الزاوية.



٣ (أ حـ)^{٢} < (أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢}

فإن : ق (∠ أ ب حـ) < ٩٠°

ويكون : Δ أ ب حـ حاد الزوايا.

أى أنه :

إذا كان مربع طول الضلع الأكبر أقل من مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين فإن المثلث حاد الزوايا.

مثال ١

فى كل مما يأتى حدد نوع المثلث أ ب جـ بالنسبة لزواياه إذا كان :

١ أ ب = ٤ سم ، ب جـ = ٥ سم ، أ جـ = ٧ سم

٢ أ ب = ٥ سم ، ب جـ = ١٣ سم ، أ جـ = ١٢ سم

٣ أ ب = ١١ سم، ب جـ = ٨ سم ، أ جـ = ٩ سم

الحل

١ ∵ $\overline{\text{أ جـ}}$ أكبر الأضلاع طولاً ∴ (أ جـ)^{٢} = (٧)^{٢} = ٤٩

، (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} = (٤)^{٢} + (٥)^{٢} = ١٦ + ٢٥ = ٤١

∴ (أ جـ)^{٢} > (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} ∴ Δ أ ب جـ منفرج الزاوية فى ب

٢ ∵ $\overline{\text{ب جـ}}$ أكبر الأضلاع طولاً ∴ (ب جـ)^{٢} = (١٣)^{٢} = ١٦٩

، (أ ب)^{٢} + (أ جـ)^{٢} = (٥)^{٢} + (١٢)^{٢} = ٢٥ + ١٤٤ = ١٦٩

∴ (ب جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (أ جـ)^{٢} ∴ Δ أ ب جـ قائم الزاوية فى أ

٣ ∵ $\overline{\text{أ ب}}$ أكبر الأضلاع طولاً ∴ (أ ب)^{٢} = (١١)^{٢} = ١٢١

، (ب جـ)^{٢} + (أ جـ)^{٢} = (٨)^{٢} + (٩)^{٢} = ٦٤ + ٨١ = ١٤٥

∴ (أ ب)^{٢} < (ب جـ)^{٢} + (أ جـ)^{٢} ∴ Δ أ ب جـ حاد الزوايا.

حاول بنفسك ١

فى كل مما يأتى حدد نوع المثلث س ص ع بالنسبة لزواياه :

١ س ص = ٣ سم ، ص ع = ٥ سم ، ع س = ٤ سم

٢ س ص = ٩ سم ، ص ع = ٨ سم ، ع س = ٦ سم

٣ س ص = ١٣ سم ، ص ع = ٧ سم ، ع س = ٩ سم

ملاحظات

1. لتحديد نوع زاوية فى مثلث نقارن بين مربع طول الضلع المقابل للزاوية المراد تحديد نوعها ومجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين.
2. أكبر زوايا المثلث قياسًا تقابل أكبر أضلاع المثلث طولاً.
3. فى أى مثلث توجد زاويتان حادتان على الأقل.

مثال 2

فى كل مما يأتى حدد نوع ∠ أ فى Δ أ ب حـ إذا كان :

1. أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٧ سم ، أ حـ = ٨ سم
2. أ ب = ١٢ سم ، ب حـ = ١٥ سم ، أ حـ = ٩ سم
3. أ ب = ١٢ سم ، ب حـ = ٢٠ سم ، أ حـ = ١٥ سم

الحل

لاحظ أن : ∠ أ تقابل الضلع $\overline{\text{ب حـ}}$ فى Δ أ ب حـ

1. ∵ (ب حـ)^٢ = (٧)^٢ = ٤٩

، (أ ب)^٢ + (أ حـ)^٢ = (٦)^٢ + (٨)^٢

= ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠

∴ (ب حـ)^٢ < (أ ب)^٢ + (أ حـ)^٢ ∴ ق(∠ أ) < ٩٠° ∴ ∠ أ حادة.

2. ∵ (ب حـ)^٢ = (١٥)^٢ = ٢٢٥

، (أ ب)^٢ + (أ حـ)^٢ = (١٢)^٢ + (٩)^٢ = ١٤٤ + ٨١ = ٢٢٥

∴ (ب حـ)^٢ = (أ ب)^٢ + (أ حـ)^٢ ∴ ق(∠ أ) = ٩٠° ∴ ∠ أ قائمة.

3. ∵ (ب حـ)^٢ = (٢٠)^٢ = ٤٠٠

، (أ ب)^٢ + (أ حـ)^٢ = (١٢)^٢ + (١٥)^٢ = ١٤٤ + ٢٢٥ = ٣٦٩

∴ (ب حـ)^٢ > (أ ب)^٢ + (أ حـ)^٢ ∴ ق(∠ أ) > ٩٠° ∴ ∠ أ منفرجة.

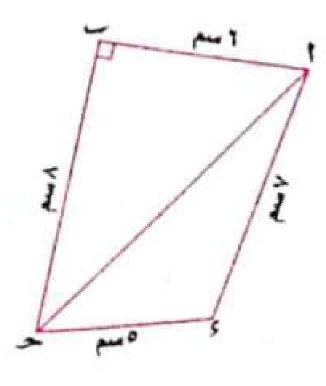
مثال ٣

فى الشكل المقابل :

$أ ب ح ء$ شكل رباعى فيه : $ق(\angle ب) = ٩٠^\circ$ ، $أ ب = ٦$ سم

، $ب ح = ٨$ سم ، $أ ء = ٧$ سم ، $ء ح = ٥$ سم

حدد نوع الزاوية التى لها أكبر قياس فى المثلث $أ ح ء$



الحل

المعطيات $ق(\angle ب) = ٩٠^\circ$ ، $أ ب = ٦$ سم ، $ب ح = ٨$ سم

، $أ ء = ٧$ سم ، $ء ح = ٥$ سم

المطلوب تحديد نوع الزاوية التى لها أكبر قياس فى المثلث $أ ح ء$

البرهان $\because \triangle أ ب ح$ فيه : $ق(\angle ب) = ٩٠^\circ$

$\therefore (أ ح)^٢ = (ب ح)^٢ + (أ ب)^٢ = ٦٤ + ٣٦ = ١٠٠$ (١)

$\therefore أ ح = ١٠$ سم ، $\because أ ء = ٧$ سم ، $ء ح = ٥$ سم

$\therefore \overline{أ ح}$ أكبر أضلاع $\triangle أ ح ء$ طولاً. $\therefore \angle ء$ أكبر زوايا $\triangle أ ح ء$ قياسًا.

، $\because (أ ء)^٢ + (ء ح)^٢ = ٤٩ + ٢٥ = ٧٤$ (٢)

من (١) ، (٢) : $\therefore (أ ح)^٢ > (أ ء)^٢ + (ء ح)^٢$

$\therefore \angle ء$ منفرجة. (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ٢

حدد نوع الزاوية التى لها أكبر قياس فى المثلث $أ ب ح$ إذا كان :

$أ ب = ٤$ سم ، $ب ح = ٧$ سم ، $أ ح = ٥$ سم







تمارين 10



أسئلة كتاب الوزارة

١ فى كل مما يأتى حدد نوع المثلث أ ب حـ بالنسبة لزواياه إذا كان :

١ أ ب = ١٢ سم ، ب حـ = ١٤ سم ، أ حـ = ١٥ سم

٢ أ ب = ٨ سم ، ب حـ = ٧ سم ، أ حـ = ٣ سم

٣ أ ب = ٢٥ سم ، ب حـ = ١٥ سم ، أ حـ = ٢٠ سم

٢ حدد نوع ∠ ص فى Δ س ص ع إذا كان :

س ص = ٤ سم ، ص ع = ٥ سم ، س ع = ٧ سم

٣ حدد نوع ∠ أ فى Δ أ ب حـ إذا كان : أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ١٠ سم ، أ حـ = ٨ سم

٤ حدد نوع ∠ ب فى Δ أ ب حـ إذا كان : أ ب = ١٠ سم ، ب حـ = ١٢ سم ، أ حـ = ١٥ سم

٥ حدد نوع الزاوية التى لها أكبر قياس فى Δ أ ب حـ حيث :

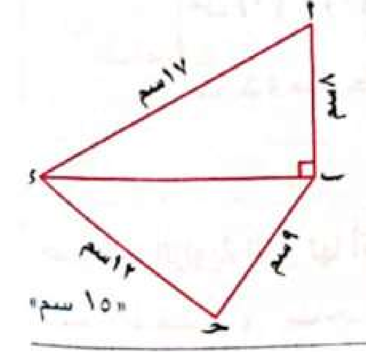
١ أ ب = ٩ سم ، ب حـ = ١٠ سم ، أ حـ = ١٢ سم

٢ أ ب = ٥ سم ، ب حـ = ١٢ سم ، أ حـ = ١٣ سم

٣ أ ب = ٧ سم ، ب حـ = ١٦ سم ، أ حـ = ١٤ سم

وبيِّن نوع المثلث بالنسبة لزواياه.

٦ فى الشكل المقابل :



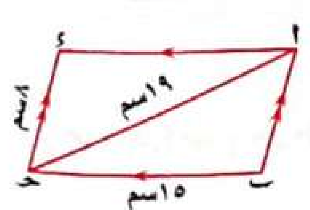
أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : أ ب = ٨ سم ، ب حـ = ٩ سم

، حـ ء = ١٢ سم ، أ ء = ١٧ سم ، ء ب ⊥ أ ب

١ أوجد طول مسقط أ ء على ب ء

٢ بيِّن نوع Δ ب حـ ء بالنسبة لزواياه.

٧ فى الشكل المقابل :

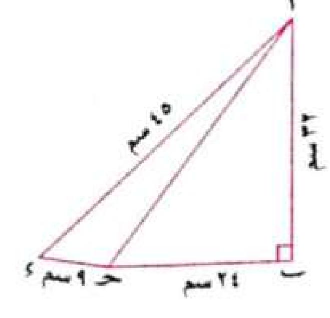


أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه : ب حـ = ١٥ سم

، حـ ء = ٨ سم ، أ حـ = ١٩ سم

أثبت أن : ∠ أ ب حـ منفرجة.

٨ في الشكل المقابل :

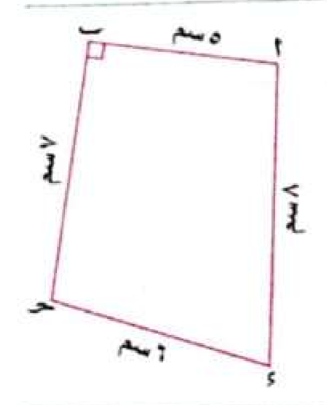


أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : ق (∠ ب) = ٩٠° ، أ ب = ٣٢ سم

، ب حـ = ٢٤ سم ، حـ ء = ٩ سم ، أ ء = ٤٥ سم

أثبت أن : المثلث أ حـ ء منفرج الزاوية.

٩ في الشكل المقابل :



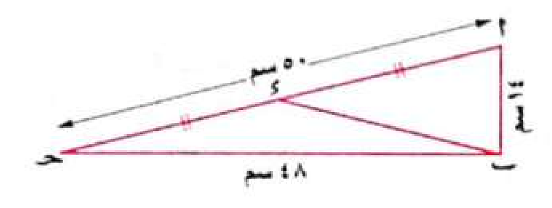
أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : ق (∠ ب) = ٩٠°

، أ ب = ٥ سم ، ب حـ = ٧ سم

، أ ء = ٨ سم ، ء حـ = ٦ سم

أثبت أن : ∠ ء حادة.

١٠ في الشكل المقابل :



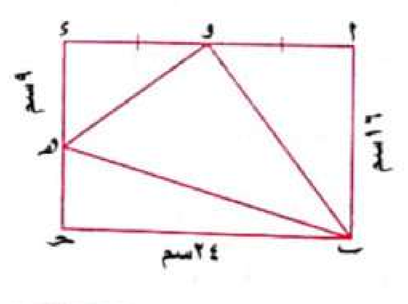
$\overline{\text{ب ء}}$ متوسط فى المثلث أ ب حـ

، أ ب = ١٤ سم ، ب حـ = ٤٨ سم

، أ حـ = ٥٠ سم

أثبت أن : ∠ ب ء حـ منفرجة.

١١ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء مستطيل فيه : أ ب = ١٦ سم

، ب حـ = ٢٤ سم ، هـ ∈ $\overline{\text{حـ ء}}$ بحيث ء هـ = ٩ سم

بيِّن نوع Δ ب و هـ بالنسبة لزواياه.

١٢ أ ب حـ ء معين فيه : أ حـ = ١٦ سم ، ب ء = ١٢ سم **أثبت أن :** Δ أ ب ء حاد الزوايا.

١٣ أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : أ ب = ٨ سم ، ب حـ = ٩ سم ، حـ ء = ١٢ سم

، ء أ = ١٧ سم فإذا كان : ق (∠ أ ب ء) = ٩٠°

أوجد : طول مسقط $\overline{\text{أ ء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$ وحدد نوع المثلث ب حـ ء بالنسبة لقياسات زواياه. «١٥ سم»

١٤ في المثلث ا ب ح : $(اب)^٢ > (اح)^٢ + (ب ح)^٢$ ، اب = ١٥ سم ، اح = ١٣ سم ، رُسمت $\overline{اء} \perp \overleftrightarrow{ب ح}$ تقطعه في ء وكان اء = ١٢ سم أوجد : طول ب ح «٤ سم»

١٥ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مثلث أطوال أضلاعه ٥ سم ، ١٢ سم ، ١٣ سم تكون مساحته .... $سم^٢$

(أ) ٣٠ (ب) ٣٢,٥ (جـ) ٧٨ (د) ٦٠

٢ ا ب ح مثلث منفرج الزاوية في ا فيه : اب = ٤ سم ، ب ح = ٧ سم

فإن : اح يمكن أن يكون .... سم

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ٧ (د) ٨

٣ ا ب ح مثلث منفرج الزاوية في ب فيه : اب = ٥ سم ، ب ح = ٣ سم

فإن : اح يمكن أن يكون .... سم

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٧ (د) ٨

٤ ا ب ح مثلث حاد الزوايا فيه : اب = ٦ سم ، ب ح = ٨ سم

فإن : طول $\overline{اح}$ يمكن أن يكون .... سم

(أ) ٢ (ب) ٦ (جـ) ١٠ (د) ١٤

٥ ا ب ح مثلث فيه : $(ب ح)^٢ = (اب)^٢ + (اح)^٢$ ، ق(∠ب) = ٤٠°

فإن : ق(∠ح) = ...

(أ) ٤٠° (ب) ٥٠° (جـ) ٩٠° (د) ١٤٠°

٦ المثلث المتساوي الساقين الذي طولا ضلعين فيه ٣ سم ، ٤ سم

تكون أكبر زواياه ....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

١٦ أكمل ما يأتي :

١ في △ ا ب ح إذا كان : $(اب)^٢ = (ب ح)^٢ + (اح)^٢$ فإن : ق(∠ ....) = ٩٠°

٢ في △ ا ب ح إذا كان : $(اب)^٢ > (اح)^٢ + (ب ح)^٢$ فإن : ∠ح تكون ....

٣ في △ ا ب ح إذا كان : $(اب)^٢ + (ب ح)^٢ > (اح)^٢$ فإن : ∠ب تكون ....

فى Δ ـس ص ع إذا كان : $(ـس ص)^٢ = (ص ع)^٢ + (ع ـس)^٢$ فإن : ∠ ع تكون ....

٤ فى Δ ـس ص ع إذا كان : $(ص ع)^٢ > (ـس ع)^٢ - (ـس ص)^٢$ فإن : ∠ ص تكون ....

٥ فى Δ ـس ص ع إذا كان : $(أ ب)^٢ = (أ حـ)^٢ - (ب حـ)^٢$ فإن : ∠ حـ تكون ....

٦ فى Δ أ ب حـ إذا كان : $(أ حـ)^٢ + (ب حـ)^٢ = (أ ب)^٢ - ٥$ فإن : ∠ حـ تكون ....

٧ فى Δ أ ب حـ إذا كان : $(أ حـ)^٢ - (أ ب)^٢ = (ب حـ)^٢ - ٣$ فإن : ∠ ب تكون ....

٨ فى Δ أ ب حـ إذا كان : $(أ ب)^٢ + (ب حـ)^٢ = ٤٨$ سم^٢

٩ فى Δ أ ب حـ إذا كان :

، أ حـ = ٧ سم فإن : ∠ ب تكون ....

١٠ فى المثلث ـس ص ع إذا كان : $٩٠° < ق (∠ ص) < ١٨٠°$

يكون $(ـس ع)^٢$ .... $(ـس ص)^٢ + (ص ع)^٢$

١١ إذا كانت : ∠ أ تتمم ∠ ب فى المثلث أ ب حـ فإن : $(أ ب)^٢$ .... $(أ حـ)^٢ + (ب حـ)^٢$

١٢ إذا كان طولا ضلعين فى مثلث ٣ سم ، ٥ سم فإن طول الضلع الثالث تنحصر قيمته

بين .... ، ....

١٣ المثلث أ ب حـ الذى أطوال أضلاعه ٦ ، ٨ ، ١١ يشابه المثلث ـس ص ع

فإن المثلث ـس ص ع يكون .... (بالنسبة لزواياه)

١٤ فى Δ ـس ص ع إذا كان : $(ـس ع - ـس ص)(ـس ع + ـس ص) < (ع ص)^٢$

فإن : ∠ ص تكون ....

للمتفوقين

١٧ أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = ١٣ سم ، ب حـ = ١١ سم ، أ حـ = ٢٠ سم

١ أثبت أن : Δ أ ب حـ منفرج الزاوية فى ب

٢ أوجد : طول مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{ب حـ}$ «٥ سم»

٣ أوجد : مساحة Δ أ ب حـ «٦٦ سم^٢»

١٨ احسب قياس أكبر زاوية فى Δ أ ب حـ إذا كان : «١٢٠°»

أ ب = ٧ سم ، ب حـ = ٣ سم ، أ حـ = ٥ سم



ملخص الوحدة الخامسة

تشابه مضلعين :

• يُقال لمضلعين (لهما نفس العدد من الأضلاع) إنهما متشابهان إذا تحقق الشرطان الآتيان معًا :

(١) زواياهما المتناظرة متساوية فى القياس.

(٢) أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.

• المضلعات المتطابقة تكون متشابهة ، ولكن المضلعات المتشابهة ليس من الضروى أن تكون متطابقة.

• كل المضلعات المنتظمة التى لها نفس العدد من الأضلاع تكون متشابهة.

• المضلعان المشابهان لثالث متشابهان.

• النسبة بين محيطى مضلعين متشابهين = النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما.

تشابه مثلثين :

• يتشابه المثلثان إذا توفر أحد الشرطين التاليين :

(١) تساوت قياسات زواياهما المتناظرة.

(٢) تناسبت أطوال أضلاعهما المتناظرة.

عكس نظرية فيثاغورث :

إذا كان مجموع مساحتى المربعين المنشأين على ضلعين فى مثلث يساوى مساحة المربع المنشأ على الضلع الثالث كانت الزاوية المقابلة لهذا الضلع قائمة.

المساقط :

(١) مسقط نقطة على مستقيم :

• المسقط العمودى لنقطة ما على مستقيم هو موقع العمود المرسوم من هذه النقطة على المستقيم.

• إذا كانت النقطة تقع على المستقيم فإن مسقطها العمودى على هذا المستقيم هو نفس النقطة.

② مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم :

• مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم هو القطعة المستقيمة التى طرفاها هما مسقطا طرفى القطعة المستقيمة الأصلية على هذا المستقيم.

• طول مسقط قطعة مستقيمة معلومة على مستقيم معلوم $\leq$ طول القطعة نفسها.

③ مسقط شعاع على مستقيم :

• مسقط شعاع على مستقيم غير عمودى عليه هو شعاع $\subset$ المستقيم.

• الشعاع العمودى على مستقيم يكون مسقطه على هذا المستقيم نقطة تنتمى إلى المستقيم.

④ مسقط مستقيم على مستقيم :

• مسقط مستقيم على مستقيم آخر غير عمودى عليه هو ذلك المستقيم الآخر.

• مسقط مستقيم على مستقيم آخر عمودى عليه هو نقطة تقاطع المستقيمين.

نظرية إقليدس :

مساحة المربع المنشأ على أحد ضلعى القائمة فى المثلث القائم الزاوية تساوى مساحة المستطيل الذى بعداه طول مسقط هذا الضلع على الوتر ، وطول الوتر.

التعرف على نوع المثلث بالنسبة لزواياه متى علمت أطوال أضلاعه :

• إذا كان مربع طول الضلع الأكبر يساوى مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين فإن المثلث قائم الزاوية.

• إذا كان مربع طول الضلع الأكبر أكبر من مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين فإن المثلث منفرج الزاوية.

• إذا كان مربع طول الضلع الأكبر أقل من مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين فإن المثلث حاد الزوايا.

• لتحديد نوع زاوية فى مثلث نقارن بين مربع طول الضلع المقابل للزاوية المراد تحديد نوعها ومجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين.

• أكبر زوايا المثلث قياسًا تقابل أكبر أضلاع المثلث طولًا.



امتحانات على الوحدة الخامسة

النموذج الأول

أجب عن جميع الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين متشابهين تساوى .... كان المثلثان متطابقين.

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٢ إذا كان : $\overline{أب} \parallel \overleftrightarrow{سص}$ فإن طول مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{سص}$ .... طول $\overline{أب}$

(أ) $>$ (ب) $<$ (جـ) $=$ (د) $\neq$

٣ $\triangle$ أ ب حـ فيه : $(أحـ)^2 = (بحـ)^2 - (أب)^2$ فإن : ∠ أ تكون ....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

٤ $\triangle$ أ ب حـ منفرج الزاوية فى ب ، أ ب = ٣ سم ، ب حـ = ٥ سم فإن : أ حـ = ...

(أ) ٨ سم (ب) ٧ سم (جـ) ٥ سم (د) ٤ سم

٥ مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٢ : ٣ فإن النسبة بين محيطيهما تساوى ....

(أ) ٣ : ٢ (ب) ٢ : ٣ (جـ) ٤ : ٩ (د) ٩ : ٤

٦ أ ب حـ مثلث فيه : $\overline{أء} \perp \overline{بحـ}$ ، ء $\in \overline{بحـ}$ فإن مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{بحـ}$ هو ....

(أ) $\overline{ءب}$ (ب) $\overline{ءحـ}$ (جـ) $\overline{أحـ}$ (د) $\overline{أب}$

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ المثلثان المشابهان لثالث ....

٢ إذا كان : $\overline{أب} \perp \overline{بحـ}$ فإن : مسقط $\overline{أحـ}$ على $\overleftrightarrow{بحـ}$ هو ....

٣ فى المثلث س ص ع إذا كان : $(س ع)^٢ + (ص ع)^٢ < (س ص)^٢$

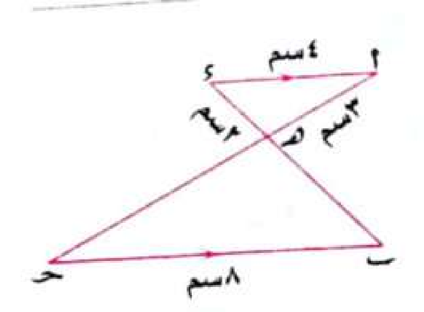
فإن ق ع تكون ....

٤ يتشابه المثلثان إذا كانت أطوال أضلاعهما المتناظرة ....

٥ مسقط نقطة تنتمى لمستقيم على هذا المستقيم هو ....

---

٣ (أ) فى الشكل المقابل :



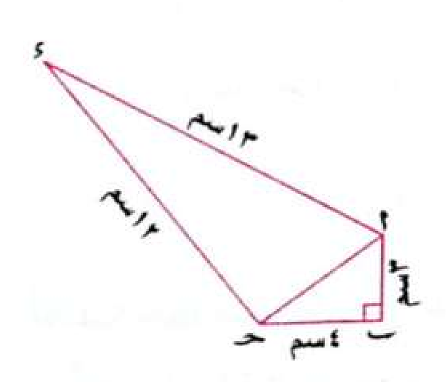
أء // بحـ ، أء = ٤ سم ، ب حـ = ٨ سم

، أ هـ = ٣ سم ، هـ ء = ٢ سم

١ أثبت أن : Δ ء هـ أ ~ Δ حـ هـ ب

٢ أوجد : محيط Δ هـ ب حـ

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب = ٣ سم ، ب حـ = ٤ سم

، أ ء = ١٣ سم ، حـ ء = ١٢ سم

، ق (ب) = ٩٠°

أثبت أن :



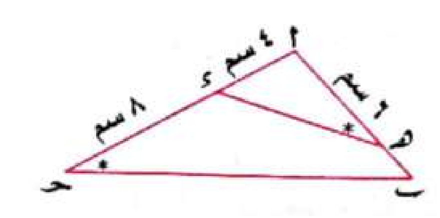
ق (أ حـ ء) = ٩٠°

---

٤ (أ) حدد نوع المثلث أ ب حـ بالنسبة لزواياه إذا كان :

أ ب = ٧ سم ، ب حـ = ٨ سم ، أ حـ = ١٠ سم

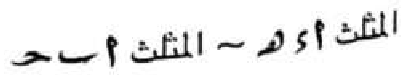
(ب) فى الشكل المقابل :



ق (أ هـ ء) = ق (حـ) ، أ ء = ٤ سم

، ء حـ = ٨ سم ، أ هـ = ٦ سم

أثبت أن :



المثلث أ ء هـ ~ المثلث أ ب حـ

ثم أوجد : طول أب

٥ (أ) فى الشكل المقابل :

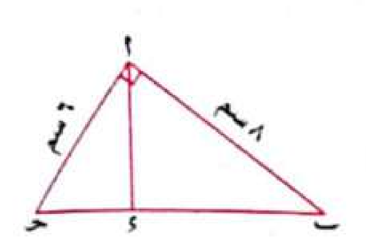
أ ب حـ مثلث فيه : ق (∠ب) = ٩٠°

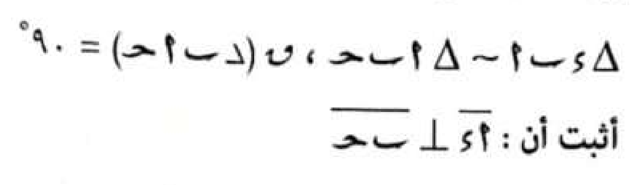
، $\overline{\text{ب ء}} \perp \overline{\text{أ حـ}}$

، أ ء = ٩ سم ، حـ ء = ١٦ سم

احسب : طول كل من $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{ب ء}}$

(ب) فى الشكل المقابل :





Δ ء ب أ ~ Δ أ ب حـ ، ق (∠ب أ حـ) = ٩٠°

أثبت أن : $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$

وإذا كان : أ ب = ٨ سم ، أ حـ = ٦ سم

أوجد : طول $\overline{\text{ب ء}}$

النموذج الثانى

أجب عن جميع الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مثلثان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٤ فإذا كان محيط المثلث الأصغر ٣٦ سم فإن محيط المثلث الأكبر = ... سم.

(أ) ٩ (ب) ١٢ (جـ) ٢٤ (د) ٤٨

٢ فى المثلث أ ب حـ إذا كان : $(\text{أ حـ})^2 > (\text{أ ب})^2 + (\text{ب حـ})^2$

فإن : ∠ب تكون ....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

٣ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم .... طول القطعة نفسها.

(أ) $>$ (ب) $\leq$ (جـ) $\geq$ (د) $=$

٤ العمود المرسوم من رأس الزاوية القائمة لمثلث قائم الزاوية على الوتر يقسمه لمثلثين ....

(أ) متطابقين. (ب) متشابهين. (جـ) حادين. (د) منفرجي الزاوية.

٥ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى أ ، أ ب = أ جـ = ٤ سم ، $\overline{أ ء} \perp \overline{ب جـ}$ يقطعه فى ء

فإن : أ ء = ... سم.

(أ) ٢ $\sqrt{٢}$ (ب) ٥ (جـ) ٢ (د) ٣

٦ مسقط قطعة مستقيمة عمودية على مستقيم معلوم هو ....

(أ) نقطة. (ب) قطعة مستقيمة. (جـ) مستقيم. (د) شعاع.

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ Δ أ ب جـ قائم الزاوية فى أ ، $\overline{أ ء} \perp \overline{ب جـ}$ ، ء $\in \overline{ب جـ}$ فيكون أ ب × أ جـ = ...

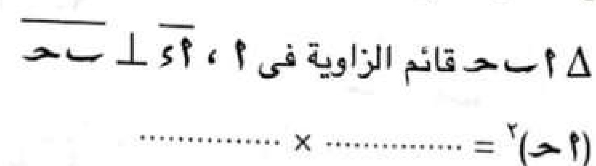
٢ المضلعان المتشابهان زواياهما المتناظرة ....

٣ فى المثلث أ ب جـ إذا كان : $(أ ب)^2 = (أ جـ)^2 + (ب جـ)^2$ ، ق (∠ ب) = ٣٠°

فإن : ق (∠ أ) = ...

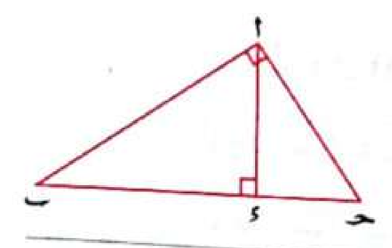
٤ مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ١ : ٢ فإذا كان قياس احدى زوايا المضلع الأصغر ٣٠° ، فإن قياس الزاوية المناظرة لها فى الأكبر = ...

٥ فى الشكل المقابل :



Δ أ ب جـ قائم الزاوية فى أ ، $\overline{أ ء} \perp \overline{ب جـ}$

$(أ جـ)^2$ = ... × ....



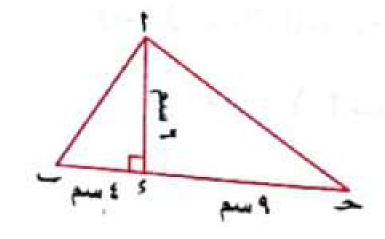
---

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

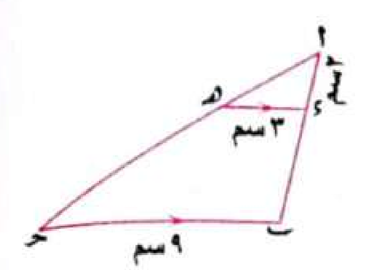
أ ب جـ مثلث فيه : $\overline{أ ء} \perp \overline{ب جـ}$

، أ ء = ٦ سم ، ب ء = ٤ سم ، ء جـ = ٩ سم

أثبت أن : ق (∠ ب أ جـ) = ٩٠°



(ب) فى الشكل المقابل :



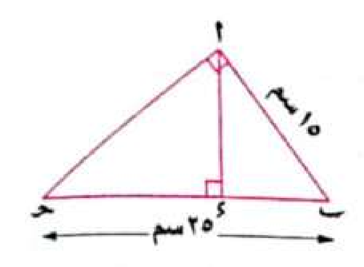
ا ب ح مثلث فيه : $\overline{ءهـ} // \overline{بح}$

، ء هـ = ٣ سم ، ب ح = ٩ سم ، ا ء = ٢ سم

أوجد : طول $\overline{ءب}$



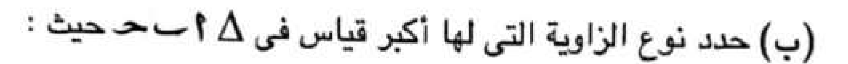
٤ (أ) فى الشكل المقابل :



ا ب ح مثلث فيه : ق (∠ ب ا ح) = ٩٠°

، $\overline{اء} \perp \overline{بح}$

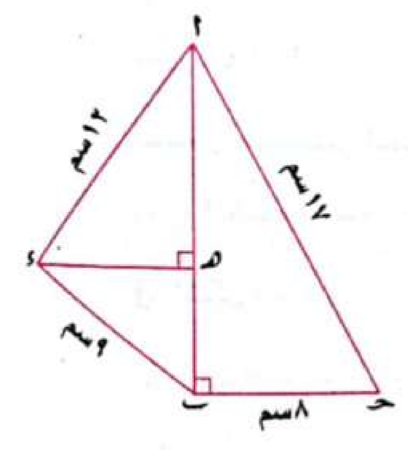
أوجد طول كلًا من : $\overline{بء}$ ، $\overline{ءح}$ ، $\overline{اء}$



(ب) حدد نوع الزاوية التى لها أكبر قياس فى Δ ا ب ح حيث :

ا ب = ٨ سم ، ب ح = ٩ سم ، ا ح = ١٢ سم

٥ (أ) فى الشكل المقابل :



$\overline{ءهـ} \perp \overline{اب}$ ، ق (∠ ا ب ح) = ٩٠°

، ا ء = ١٢ سم ، ا ح = ١٧ سم

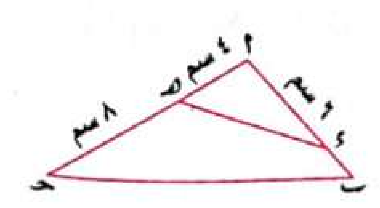
، ب ح = ٨ سم ، ء ب = ٩ سم

١ أثبت أن : ق (∠ ا ء ب) = ٩٠°

٢ أوجد : طول $\overline{ءهـ}$

٣ أوجد : طول مسقط $\overline{اء}$ على $\overleftrightarrow{اب}$

(ب) فى الشكل المقابل :



إذا كان : Δ ا ب ح ~ Δ ا هـ ء

أوجد : طول $\overline{اب}$

مشروع بحثى

على الوحدة الخامسة



أهداف المشروع

- استدعاء ما تم دراسته عن نظرية فيثاغورث.
- التعرف على عكس نظرية فيثاغورث وكيفية استخدامها لتحديد ما إذا كان مثلث قائم الزاوية أم لا.
- التعرف على نظرية إقليدس.
- ربط الرياضيات بالتاريخ.

المطلوب

« تقدم المصريون القدماء فى العديد من العلوم وبخاصة علم الهندسة ».

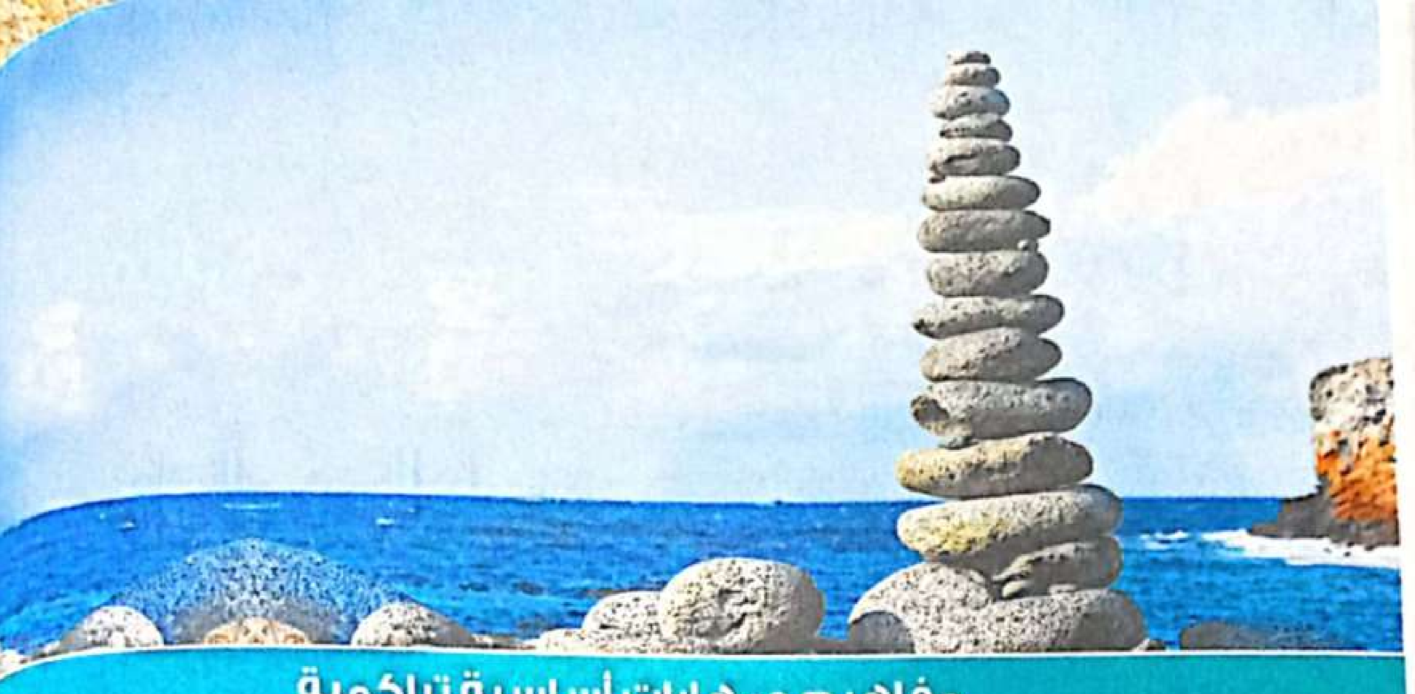
فى ضوء ذلك قُم بإعداد مشروع بحثى يتضمن ما يلى :

١) تكلم عن براعة المصريين القدماء فى علم الهندسة ، وكيف ظهر ذلك فى ما تركوه لنا من آثار باقية إلى يومنا هذا وبخاصة الهرم الأكبر الذى يُعد أحد عجائب الدنيا.

٢) اكتب نبذة قصيرة عن كيفية استخدام قدماء المصريين لنظرية فيثاغورث.

٣) اكتب نبذة تاريخية عن العالم اليونانى فيثاغورث موضحًا نص نظريته الشهيرة الخاصة بالمثلث القائم الزاوية.

٤) اكتب نبذة تاريخية عن العالم إقليدس موضحًا نص نظريته الشهيرة المعروفة باسمه.



مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان طول ضلع مربع ٢ $\sqrt{٢}$ سم فإن مساحته تساوى ....

(أ) ٤ سم^{٢} (ب) ٨ سم^{٢} (جـ) ٤ $\sqrt{٢}$ سم^{٢} (د) ٨ $\sqrt{٢}$ سم^{٢}

٢ إذا كان طولا ضلعى مثلث ٣ سم ، ٧ سم ، فأى مما يأتى لا يصلح أن يكون طول الضلع الثالث ؟

(أ) ٧ سم (ب) ٨ سم (جـ) ٩ سم (د) ٣ سم

٣ دائرة مساحتها ٦٤ π سم^{٢} فإن محيطها يساوى ....

(أ) ٨ سم (ب) ٨ π سم (جـ) ١٦ π سم (د) ٣٢ π سم

٤ إذا كان أ ب جـ مثلثًا فيه : ق (∠ أ) = ٣ س° ، ق (∠ ب) = ٥ س° ، ق (∠ جـ) = ٤ س° فإن : ق (∠ ب) = ...

(أ) ١٥° (ب) ٤٥° (جـ) ٧٥° (د) ٦٠°

٥ إذا كان مجموع قياسات الزوايا الداخلة لمضلع منتظم ٧٢٠° ، وكان طول أحد أضلاعه ٣ سم فإن محيط هذا المضلع = ...

(أ) ٩ سم (ب) ١٢ سم (جـ) ١٥ سم (د) ١٨ سم

٦ إذا كان ارتفاع مثلث يساوى نصف طول قاعدته ، وكان طول قاعدة المثلث ل سم فإن مساحة هذا المثلث = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ ل سم^{٢} (ب) $\frac{١}{٢}$ ل^{٢} سم^{٢} (جـ) $\frac{١}{٤}$ ل سم^{٢} (د) $\frac{١}{٤}$ ل^{٢} سم^{٢}

٧ إذا كان محيط مربع يساوى (٣ س – ٤) سم وكانت مساحة هذا المربع تساوى ٤٠ سم^{٢} فإن : س = ...

(أ) ٤ (ب) ٦ (جـ) ٨ (د) ٢٠

٨ إذا كانت مساحة وجه واحد من أوجه مكعب تساوى ٩ سم^{٢} فإن حجم هذا المكعب يساوى ....

(أ) ٩ سم^{٣} (ب) ٢٧ سم^{٣} (جـ) ٣٦ سم^{٣} (د) ٨١ سم^{٣}

٩ فى متوازى الأضلاع أ ب حـ ء إذا كانت زاوية أ حادة فإن زاوية حـ تكون ....

(أ) حادة. (ب) منفرجة. (جـ) قائمة. (د) منعكسة.

١٠ عدد أقطار الشكل الخماسى يساوى ....

(أ) ٢ (ب) ٥ (جـ) ٧ (د) ٩

١١ صورة النقطة (–١ ، ٣) بالانتقال (٤ ، –٢) هى ....

(أ) (٣ ، –١) (ب) (٣ ، ١) (جـ) (٥ ، ١) (د) (٥ ، –٥)

١٢ قياس زاوية الثمانى المنتظم يساوى ....

(أ) °١٠٨ (ب) °١٢٠ (جـ) °١٣٥ (د) °١٤٤

١٣ مستطيل طوله ٤ سم وعرضه ٣ سم يكون طول قطره ....

(أ) ١٤ سم (ب) ١٢ سم (جـ) ٧ سم (د) ٥ سم

١٤ أنسب وحدة لقياس طول ملعب كرة قدم هى ....

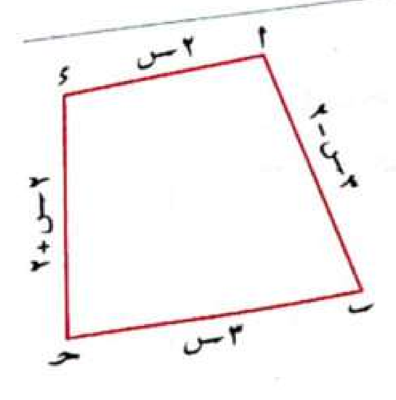
(أ) المتر. (ب) المتر المربع. (جـ) السنتيمتر. (د) الكيلو متر.

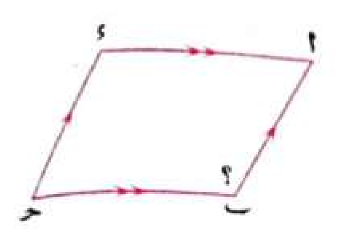
١٥ النسبة بين طول ضلع المعين ومحيطه ....

(أ) ١ : ١ (ب) ١ : ٢ (جـ) ١ : ٤ (د) ٤ : ١

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان محيط الشكل المقابل = ٦٠ سم فإن طول $\overline{أب}$ = ... سم



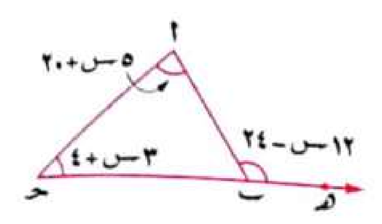


٢ في الشكل المقابل :

إذا كان : أ ب ح ء متوازى أضلاع

، ق (∠ أ) المنعكسة = ٣٠٠°

فإن : ق (∠ ب) = ... °



٣ في الشكل المقابل :

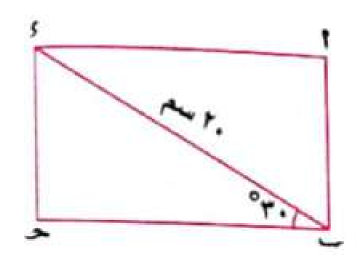
إذا كانت : هـ ∈ $\overleftarrow{\text{حب}}$

وكان : ق (∠ أ) = (٥ س + ٢٠)°

، ق (∠ ح) = (٣ س + ٤)°

، ق (∠ أ ب هـ) = (١٢ س - ٢٤)°

فإن قيمة س = ...

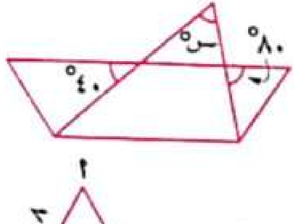


٤ في الشكل المقابل :

أ ب ح ء مستطيل طول قطره $\overline{\text{ب ء}}$ يساوى ٢٠ سم

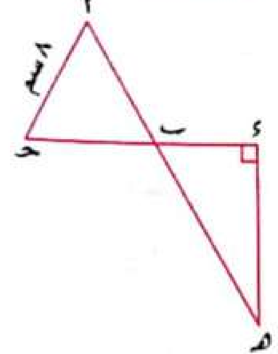
، ق (∠ ء ب ح) = ٣٠°

فإن محيط المستطيل أ ب ح ء = ... سم



٥ في الشكل المقابل :

قيمة س = ... °



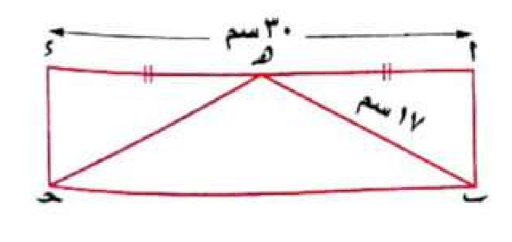
٦ في الشكل المقابل :

إذا كان : أ ب ح مثلث متساوى الأضلاع فيه :

أ ح = ٨ سم ، $\overline{\text{أ هـ}}$ ∩ $\overline{\text{ء ح}}$ = {ب}

، ق (∠ ء) = ٩٠° ، وإذا كان : طول $\overline{\text{أ هـ}}$ = ٢٠ سم

فإن طول $\overline{\text{ح ء}}$ = ... سم



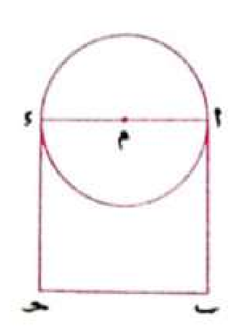
٧ في الشكل المقابل :

إذا كان : أ ب ح ء مستطيل فيه :

أ ء = ٣٠ سم ، هـ ∈ $\overline{\text{أ ء}}$ بحيث أ هـ = ء هـ

فإذا كان : ب هـ = ١٧ سم

فإن مساحة Δ هـ ب ح = ... سم^{٢}

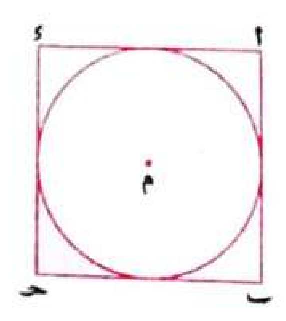


٨ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء مربع ، م دائرة بحيث $\overline{أء}$ قطر في الدائرة م

فإذا كانت مساحة الدائرة م تساوى ٤٩ π سم٢

فإن محيط المربع يساوى .... سم



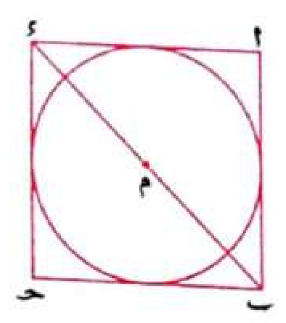
٩ في الشكل المقابل :

إذا كانت م دائرة تمس أضلاع المربع أ ب حـ ء

فإذا كان طول نصف قطر الدائرة يساوى ١٤ سم

فإن مساحة الجزء المظلل تساوى سم٢

(متخذاً $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

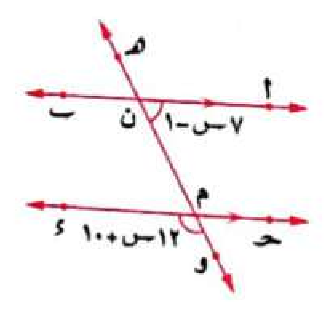


١٠ في الشكل المقابل :

دائرة م مرسومة داخل المربع أ ب حـ ء

فإذا كانت مساحة الدائرة م تساوى ٢٥ π سم٢

فإن طول قطر المربع $\overline{ب ء}$ يساوى .... سم



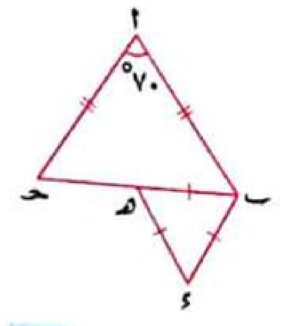
١١ في الشكل المقابل :

إذا كان : $\overleftrightarrow{أ ب}$ // $\overleftrightarrow{حـ ء}$ ، $\overleftrightarrow{هـ و}$ قاطع لهما

وكان : ق (∠ أ ن م) = (٧ س − ١)°

، ق (∠ ء م و) = (١٢ س + ١٠)°

فإن : ق (∠ أ ن هـ) = ...°



١٢ في الشكل المقابل :

Δ ب ء هـ متساوى الأضلاع

، أ ب = أ حـ ، ق (∠ أ) = ٧٠°

فإن : ق (∠ أ ب ء) = ...°

محتويات الكراسـة

أولًا الجبر والإحصاء



- الاختبارات التراكمية (عدد ١٣ اختبارًا)
- الأسئلة الهامة فى الجبر والإحصاء.
- الامتحانات النهائية :
  - نماذج امتحانات الكتاب المدرسى
  (عدد ٢ نموذج + نموذج للطلاب المدمجين)
  - امتحانات بعض المدارس للسنوات السابقة
  (عدد ١٥ امتحانًا)

ثانياً الهندسـة



- الاختبارات التراكمية (عدد ١٠ اختبارات)
- الأسئلة الهامة فى الهندسة.
- الامتحانات النهائية :
  - نماذج امتحانات الكتاب المدرسى
  (عدد ٢ نموذج + نموذج للطلاب المدمجين)
  - امتحانات بعض المدارس للسنوات السابقة
  (عدد ١٥ امتحانًا)

أولًا

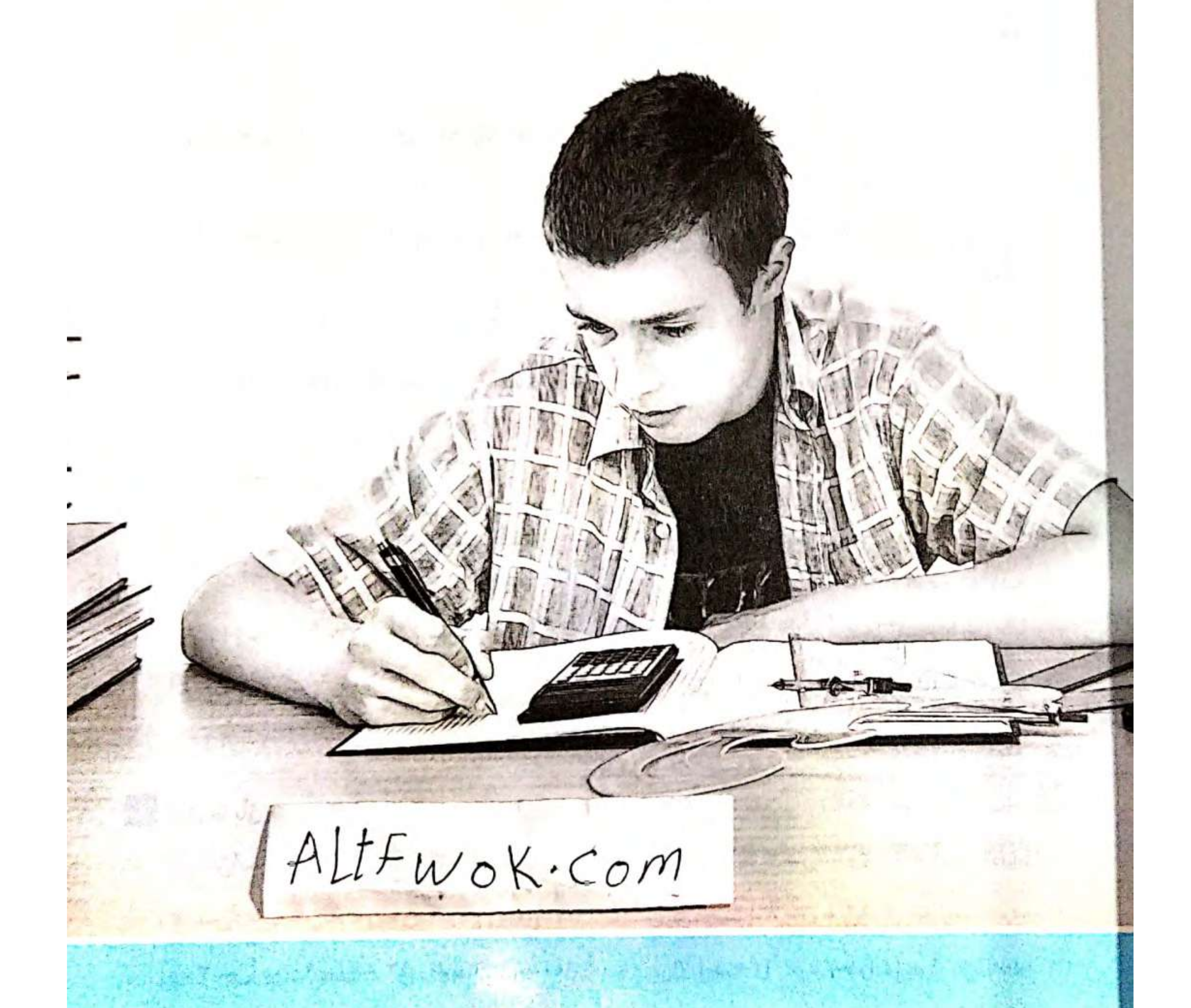
الجبـر والإحصـاء



الاختبارات التراكمية

فى الجبر والإحصاء

من امتحانات الإدارات التعليمية



1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1 إذا كان المقدار : $س^2 + ك س + 2$ قابلًا للتحليل فإن : ك = ... (كفر الزيات - الغربية - 15)

(أ) -2 (ب) 2 (جـ) 5 (د) 3

2 المقدار : $س^2 + 4 س + ك$ يكون قابلًا للتحليل إذا كانت : ك = ... (ملوى - المنيا - 19)

(أ) 5 (ب) 6 (جـ) 2 (د) 3

3 إذا كان المقدار : $س^2 - حـ س + 12$ قابلًا للتحليل فإن : حـ يمكن أن تساوى ....

(مشتول السوق - الشرقية - 19)

(أ) -1 (ب) 4 (جـ) 7 (د) 10

4 المقدار : $س^2 + 6 س + ك$ يكون قابلًا للتحليل عندما ك = ... (قطور - الغربية - 19)

(أ) 4 (ب) 5 (جـ) 6 (د) 7

5 إذا كان : $(س - 1)$ أحد عاملى المقدار : $س^2 - 4 س + 3$ فإن العامل الآخر هو ....

(المنتزه - الإسكندرية - 19)

(أ) $س + 3$ (ب) $س - 3$ (جـ) $س + 1$ (د) $س - 4$

6 إذا كان : $(س + 8)$ أحد عاملى المقدار : $س^2 + 6 س - 16$ فإن العامل الآخر هو ....

(غرب شبرا الخيمة - القليوبية - 15)

(أ) $س - 2$ (ب) $س - 4$ (جـ) $س + 2$ (د) $س + 4$

7 إذا كان : $(س + 3)$ أحد عاملى المقدار : $س^2 - 2 س - 15$ فإن العامل الآخر هو ....

(توجيه - كفر الشيخ - 19)

(أ) $س - 5$ (ب) $س + 3$ (جـ) $س + 1$ (د) $س + 5$

8 إذا كان : $س^2 + ك س - 6 = (س + 3)(س - 2)$ فإن : ك = ... (ميت سلسيل - الدقهلية - 19)

(أ) -1 (ب) 1 (جـ) 2 (د) 3

---

2 حلل ما يأتى تحليلًا كاملًا :

1 $س^2 - 5 س - 36$ (غرب شبرا الخيمة - القليوبية - 15)

2 $س^2 + 2 س - 35$ (دمياط - دمياط - 18)

3 $س^2 + 4 س - 21$ (سوهاج - سوهاج - 18)

4 $س^2 + 8 س + 12$ (كفر صقر - الشرقية - 19)

5 $3 س^2 - 15 س + 12$ (قويسنا - المنوفية - 19)

6 $(حـ + ء)^2 + 5 (حـ + ء) + 6$ (تلا - المنوفية - 19)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : (٥ س − ٧) أحد عاملى المقدار : ٥ س^{٢} − ٢ س − ٧ فإن العامل الآخر هو .... (إطسا - الفيوم - ١٨)

(أ) س − ١ (ب) س − ٥ (جـ) س + ١ (د) س

٢ إذا كان المقدار : س^{٢} + أ س − ٥ قابلًا للتحليل فإن : أ = ... (دمياط - دمياط - ١٨)

(أ) ١ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

٣ إذا كان : (٢ أ − ٥) (٣ أ − ٢) = ٦ أ^{٢} + ك أ + ١٠ فإن : ك = ... (أجا - الدقهلية - ١٨)

(أ) ١٥ (ب) ١٩ (جـ) −١٩ (د) ٤

٤ المقدار : س^{٢} + ٧ س + ب يكون قابلًا للتحليل إذا كانت : ب = ... (شرق المحلة - الغربية - ١٨)

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٧

٥ إذا كان : س^{٢} + ك س − ٢١ = (س − ٣) (س + ٧) فإن : ك = ... (قنا - قنا - ١٩)

(أ) −٤ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) ٢٠

٦ ٢ س^{٢} + ٥ س + ٣ = (............ + ٣) (س + ١) (شرق - بورسعيد - ١٩)

(أ) س (ب) ٢ س (جـ) ٣ س (د) ٥ س

٧ إذا كان : ٢ س^{٢} + حـ س − ٣ = (٢ س + ٣) (س − ١) فإن : حـ = ... (مطوبس - كفر الشيخ - ١٩)

(أ) ٣ (ب) ١ (جـ) −٢ (د) ٤

٨ إذا كان : (س − ٢) أحد عاملى المقدار : س^{٢} − ٥ س + ٦ فإن العامل الآخر هو .... (بلطيم - كفر الشيخ - ١٩)

(أ) س + ٣ (ب) س + ٤ (جـ) س − ٣ (د) س − ٤

---

٢ حلل ما يأتى تحليلًا كاملًا :

١ ٢ س^{٢} + ٣ س + ١ (إبشواى - الفيوم - ١٥)

٢ ١٢ س^{٢} − ٧ س + ١ (كوم حمادة - البحيرة - ١٥)

٣ ٦ س^{٢} + ٢٠ س + ١٦ (بسيون - الغربية - ١٩)

٤ ٨ س^{٢} − ٢ س ص − ص^{٢} (شبين الكوم - المنوفية - ١٥)

٥ س^{٢} + س − ١٢ (العاشر - الشرقية - ١٥)

٦ ٢ س^{٣} − ٥ س^{٢} + ٢ س (منية النصر - الدقهلية - ١٩)

اختبار تراكمى ٣ حتى الدرس الثالث الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ المقدار الثلاثى : $س^{٢} + ك\ س + ٤٩$ يكون مربعًا كاملًا عندما ك = ... (إبشواى - الفيوم - ١٥)

(أ) ± ٧ (ب) ٧ (جـ) ٤٩ (د) ± ١٤

٢ إذا كان : $س^{٢} + ٤\ س + ك$ مربعًا كاملًا فإن : ك = ... (شرق كفر الشيخ - كفر الشيخ - ١٥)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٣ إذا كان : $(س + ص)^{٢} = ٤٢$ ، $س^{٢} + ص^{٢} = ١٢$ فإن : س ص = ... (شبين الكوم - المنوفية - ١٥)

(أ) ١٥ (ب) ٣٠ (جـ) ٢٢ (د) ٥٤

٤ المقدار : $ك\ س^{٢} + ١٢\ س + ٩$ يكون مربعًا كاملًا إذا كانت : ك = ...

(شرق شبرا الخيمة - القليوبية - ١٦)

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٩ (د) ١٦

٥ إذا كان : $أ^{٢} + ب^{٢} = ١١$ ، $أ\ ب = ٥$ فإن : أ − ب = ... (السنطة - الغربية - ١٩)

(أ) ١ (ب) −١ (جـ) ± ١ (د) ± ٤

٦ إذا كان : $س^{٢} + ص^{٢} = ٧$ ، $س\ ص = ٣$ فإن : $(س - ص)^{٢}$ = ... (أجا - الدقهلية - ١٩)

(أ) −١ (ب) ١ (جـ) ± ١ (د) ١٠

٧ إذا كان : $أ^{٢} + ٢\ أ\ ب + ب^{٢} = ٢٥$ فإن : أ + ب = ... (بلقاس - الدقهلية - ١٩)

(أ) ± $\frac{٢٥}{٤}$ (ب) ± ١٠ (جـ) ± ٥ (د) ± $\frac{٢٥}{٢}$

٨ المقدار : $س^{٢} - ٢\ س + حـ$ يقبل التحليل عندما حـ = ... (توجيه - دمياط - ١٩)

(أ) −٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

٩ $س^{٢} - ٢\ س + ١$ = ... (بندر كفر الدوار - البحيرة - ١٩)

(أ) $(س - ١)^{٢}$ (ب) $(س - ١)(س + ١)$ (جـ) $(س + ١)^{٢}$ (د) $٢\ س^{٢}$

---

٢ حلل ما يأتى تحليلًا كاملًا :

١ $س^{٢} + ٤\ س\ ص + ٤\ ص^{٢}$ (غرب المنصورة - الدقهلية - ١٩)

٢ $٣\ ص^{٢} + ٧\ ص - ٦$ (شرق المنصورة - الدقهلية - ١٩)

٣ $٢٥\ أ^{٤} - ١٠\ أ^{٢} + ١$ (شرق طنطا - الغربية - ١٧)

---

٣ استخدم التحليل فى تسهيل إيجاد قيمة : $(٩٩)^{٢} + ٢ \times ٩٩ + ١$ (إطسا - الفيوم - ١٩)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $س + ص = ٤$ ، $س - ص = ٢$ فإن : $س^{٢} - ص^{٢} =$ .... (إبشواى - الفيوم - ١٥)

(أ) ١٥ (ب) ٨ (جـ) ٢ (د) −١٥

٢ إذا كان : $س - ص = ٤$ ، $س + ص = ٥$ فإن : $ص^{٢} - س^{٢} =$ .... (أبو المطامير - البحيرة - ١٩)

(أ) ٩ (ب) −١ (جـ) −٢٠ (د) ٢٠

٣ إذا كان : $س^{٢} - ص^{٢} = ٣٥$ ، $س - ص = ٥$ فإن : $س + ص =$ .... (الإسماعيلية - الإسماعيلية - ١٥)

(أ) ٧ (ب) ٤٠ (جـ) ٣٠ (د) ٥

٤ إذا كان : $س + ٢ ص = ٣$ ، $س^{٢} - ٤ ص^{٢} = ٢١$ فإن : $س - ٢ ص =$ .... (المنيا - المنيا - ١٩)

(أ) ١٤ (ب) ٩ (جـ) ٧ (د) ٦

٥ إذا كان المقدار : $١٦ س^{٢} + ٢٤ س + ك$ مربعًا كاملًا فإن : $ك =$ ....

(منشأة القناطر - الجيزة - ١٥)

(أ) ٣ (ب) ٩ (جـ) ١٢ (د) ١٦

٦ المقدار : $س^{٢} + ٥ س + م$ يقبل التحليل إذا كانت : $م =$ .... (ديرب نجم - الشرقية - ١٨)

(أ) ١٢ (ب) ٧ (جـ) −١٤ (د) −٢

٧ إذا كان : $(س + ص)^{٢} = ٦٤$ ، $س ص = ١٥$ فإن : $س^{٢} + ص^{٢} =$ .... (أسوان - أسوان - ١٩)

(أ) ٨ (ب) ٣٤ (جـ) −٣٤ (د) ٧٩

٨ $(س + ٢)^{٢} =$ .... (طلخا - الدقهلية - ١٩)

(أ) $س^{٢} + ٤$ (ب) $س^{٢} - ٤$ (جـ) $س^{٢} + ٢ س + ٤$ (د) $س^{٢} + ٤ س + ٤$

---

٢ حلل ما يأتى تحليلًا كاملًا :

١ $١٦ س^{٢} - ٤٩$ (كوم حمادة - البحيرة - ١٥)

٢ $٤ س^{٢} - ٩$ (مطوبس - كفر الشيخ - ١٩)

٣ $٣ س^{٢} + ٧ س - ٦$ (يوسف الصديق - الفيوم - ١٩)

٤ $س^{٣} - س$ (إيتاى البارود - البحيرة - ١٩)

٥ $(س + ٣)^{٢} - ٢٥$ (أجا - الدقهلية - ١٩)

٦ $٨ س^{٢} - ٢ س ص - ص^{٢}$ (شبين الكوم - المنوفية - ١٩)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $(س + ١)(س^{٢} - س + ١) =$ .... (الإسماعيلية - الإسماعيلية - ١٨)

(أ) $س^{٢} - ١$ (ب) $س^{٣} + ١$ (جـ) $(س - ١)^{٣}$ (د) $(س + ١)^{٣}$

٢ إذا كان المقدار : $س^{٢} - ٦ س - م$ مربعًا كاملًا فإن : م = ... (شرق المحلة - الغربية - ١٨)

(أ) -٩ (ب) ١ (جـ) ٣ (د) ٧

٣ إذا كان : $س^{٣} + ٢٧ = (س + ك)(س^{٢} - ٣ س + م)$ فإن : $ك \times م =$ ....

(عين شمس - القاهرة - ١٨)

(أ) ٢٧ (ب) ٣ (جـ) ٩ (د) -٩

٤ إذا كان : $س^{٣} + ص^{٣} = ٢٨$ ، $س + ص = ٢$ فإن : $س^{٢} - س ص + ص^{٢} =$ ....

(غرب - الفيوم - ١٩)

(أ) ٤٨ (ب) ١٤ (جـ) ٢ (د) ٧

٥ إذا كان : $(٢ أ - ٥)(٣ أ - ٢) = ٦ أ^{٢} + ك أ + ١٠$ فإن : ك = ... (أجا - الدقهلية - ١٩)

(أ) ١٥ (ب) ١٩ (جـ) -١٩ (د) ٤

٦ إذا كان : $أ^{٢} - ب^{٢} = ١٥$ ، $أ + ب = ٥$ فإن : $أ - ب =$ .... (تمى الأمديد - الدقهلية - ١٩)

(أ) ١٥ (ب) ٦ (جـ) ٥ (د) ٣

٧ إذا كان : $أ^{٢} + ٢ أ ب + ب^{٢} = ٢٥$ فإن : $أ + ب =$ .... (غرب - الإسكندرية - ١٥)

(أ) -٥ (ب) ٥ (جـ) ± ٥ (د) ٢٥

٨ إذا كان : $س^{٣} - ص^{٣} = ٢٤$ ، $س^{٢} + س ص + ص^{٢} = ٨$ فإن : $س - ص =$ ....

(غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ١٥)

(أ) ٤ (ب) ٦ (جـ) ٣ (د) ١٢

٢ حلل ما يأتي تحليلًا كاملًا :

١ $س^{٤} + ٨ س$ (شرق كفر الشيخ - كفر الشيخ - ١٥)

٢ $٢ س^{٥} - ٥٤ س^{٢}$ (شبين الكوم - المنوفية - ١٥)

٣ $٢٧ س^{٣} + ١٢٥$ (شرق - الإسكندرية - ١٨)

٤ $س^{٣} + ٨ ص^{٣}$ (إيتاى البارود - البحيرة - ١٩)

٥ $س^{٢} + ٧ س - ٨$ (توجيه - بورسعيد - ١٩)

٦ $٢ س^{٢} - ٣ س - ٢$ (تمى الأمديد - الدقهلية - ١٩)

اختبار تراكمى ٦ حتى الدرس السادس الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان المقدار : س^{٢} + ك س + $\frac{١}{٤}$ مربعًا كاملًا فإن : ك = ... (الا - المنوفية - ١٩)

(أ) ± ٢ (ب) -٢ (جـ) ١ (د) ± ١

٢ إذا كان : س + ص = ٢ ، س^{٢} - ص^{٢} = ١٠ فإن : ص - س = ... (السادات - المنوفية - ١٩)

(أ) ٥ (ب) -٥ (جـ) ١٠ (د) ٢٠

٣ إذا كان : أ (جـ + ء) - ب (جـ + ء) = ١٢ وكان : جـ + ء = ٤ فإن : أ - ب = ... (جنوب الجيزة - الجيزة - ١٩)

(أ) ٣ (ب) ٨ (جـ) ١٢ (د) ٤٨

٤ إذا كان : س^{٢} + ص^{٢} = ٧ ، س ص = ٣ فإن : س - ص = ... (مغاغة - المنيا - ١٩)

(أ) ١ (ب) -١ (جـ) ٤ (د) ± ١

٥ أ س - جـ س - جـ ص + أ ص = (س + ص) (............)

(أ) أ + جـ (ب) أ - جـ (جـ) جـ - أ (د) ٢ أ + ٢ جـ

٦ إذا كان : س + ص = ٣ ، أ + ب = ٥ فإن : أ س + أ ص + ب س + ب ص = ...

(أ) -٢ (ب) ٢ (جـ) ١٥ (د) $\frac{٣}{٥}$

٧ إذا كان : أ (س + ص) - ب (س + ص) = ١٥ وكان : س + ص = ٥

فإن : أ - ب = ... (غرب الفيوم - الفيوم - ١٦)

(أ) ٣ (ب) ١٠ (جـ) ٢٠ (د) ٧٥

٨ المقدار : س^{٢} + ٧ س + ب يكون قابلًا للتحليل إذا كانت : ب = ... (شرق المحلة - الغربية - ١٨)

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٧

---

٢ حلل ما يأتى تحليلًا كاملًا :

١ ٨ س^{٤} + ٢٧ س ص^{٣} (ميت سلسيل - الدقهلية - ١٩)

٢ س^{٣} - س^{٢} + س - ١ (العاشر - الشرقية - ١٥)

٣ أ^{٢} + ٤ أ ب + ٤ ب^{٢} - ٩ جـ^{٢} (شرق - الإسكندرية - ١٨)

٤ س^{٢} - ص^{٢} - ٢ س + ٢ ص (شرق - الإسكندرية - ١٦)

---

٣ استخدم التحليل لإيجاد قيمة كل من : (سمسطا - بنى سويف - ١٩)

١ (٧,٣)^{٢} + ٢ × ٧,٣ × ٢,٧ + (٢,٧)^{٢} ٢ (٩٩)^{٢} - ١

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ يمكن تحليل المقدار : $س^٤ + ٤$ بإكمال المربع بإضافة الحد .... ومعكوسه الجمعي. (الساحل - القاهرة - ١٦)

(أ) $٤ س^٢$ (ب) $٢ س^٢$ (جـ) $٨ س^٢$ (د) $٤ س^٤$

٢ إذا كان : $س^٢ + ل - ٤ = (س - ٢)(س + ٢)$ فإن : ل = ... (مشتول السوق - الشرقية - ١٩)

(أ) صفر (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٨

٣ إذا كان : $س^٢ - ص^٢ = ٢٤$ ، $س + ص = ٨$ فإن : $٣ س - ٣ ص$ = ... (الوايلى - القاهرة - ١٥)

(أ) ٣ (ب) ٩ (جـ) ١٢ (د) ٦

٤ المقدار : $س^٢ + أ س + ٩$ يكون مربعًا كاملًا إذا كان : أ = ... (الإسماعيلية - الإسماعيلية - ١٨)

(أ) صفر (ب) ± ٣ (جـ) ± ٦ (د) ± ١٢

٥ إذا كان : $س^٣ + ك = (س + ١٠)(س^٢ - ١٠ س + ١٠٠)$ فإن : ك - ١ = ... (تمى الأمديد - الدقهلية - ١٩)

(أ) ٩ (ب) ٩٩ (جـ) ٩٩٩ (د) ١٠٠٠

٦ إذا كان : $٢ س^٢ - ٥ س + أ = (٢ س - ٣)(س - ١)$ فإن : أ = ... (مصر القديمة - القاهرة - ١٥)

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) -٣ (د) ٥

٧ إذا كان : $س^٤ + ٤ ص^٤ = ١٢$ ، $س^٢ + ٢ ص^٢ - ٢ س ص = ٣$

فإن : $س^٢ + ٢ ص^٢ + ٢ س ص$ = ...

(أ) ٤ (ب) ٣٦ (جـ) ٩ (د) ١٥

٨ إذا كان : $س + \frac{١}{س} = ٣$ فإن : $س^٢ + \frac{١}{س^٢}$ = ... (شرق الزقازيق - الشرقية - ١٩)

(أ) ٩ (ب) ١١ (جـ) ٧ (د) ١

٢ حلل ما يأتى تحليلًا كاملًا :

١ $٩ س^٤ - ٢٥ س^٢ + ١٦$ (ديرب نجم - الشرقية - ١٦)

٢ $س^٤ + ٤ ص^٤$ (أجا - الدقهلية - ١٨)

٣ $\frac{١}{٨} أ^٣ - ٨ ب^٣$ (طلخا - الدقهلية - ١٩)

٤ $س^٨ - ١٦$ (شرق الزقازيق - الشرقية - ١٩)

٣ (أ) باستخدام التحليل أوجد قيمة : ٣١ × ٢٩ (نقادة - قنا - ١٩)

(ب) إذا كان : $س^٢ - ص^٢ = ٢٠$ ، $س - ص = ٢$ ، $س^٢ - س ص + ص^٢ = ٢٨$

أوجد قيمة : $س^٣ + ص^٣$ (أبوتشت - قنا - ١٩)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : س^٢ + ٢٧ = (س + ٣) (س^٢ + ك + ٩) فإن : ك = ... (المنزه - الإسكندرية - ١٩)

(أ) -٦ س (ب) -٣ س (جـ) ٣ س (د) ٦ س

٢ مجموعة حل المعادلة : س^٢ = س فى ح هى .... (أبو حماد - الشرقية - ١٩)

(أ) {٠} (ب) ∅ (جـ) {٠ ، ١} (د) {١}

٣ مجموعة حل المعادلة : (س - ١)^٢ = صفر فى ح هى .... (قويسنا - المنوفية - ١٩)

(أ) {١} (ب) {١ ، -١} (جـ) {-١} (د) ∅

٤ إذا كان : س = ٣ حلًا للمعادلة : س^٢ - ٥ س + ك = ٠ فإن : ك = ... (الشهداء - المنوفية - ١٩)

(أ) ٩ (ب) $\frac{٣}{٥}$ (جـ) ٦ (د) ١٥

٥ إذا كانت : س + ص = ٤ ، س - ص = ٢ فإن : س^٢ - ص^٢ = ... (إبشواى - الفيوم - ١٥)

(أ) ١٥ (ب) ٨ (جـ) ٢ (د) -١٥

٦ مجموعة حل المعادلة : $\frac{١}{٢}$ س (س - ٥) = صفر فى ح هى .... (منوف - المنوفية - ١٨)

(أ) {٠} (ب) {٥} (جـ) ∅ (د) {٠ ، ٥}

٧ مجموعة حل المعادلة : س^٢ + ٢٥ = ٠ فى ح هى .... (منشأة القناطر - الجيزة - ١٥)

(أ) ∅ (ب) {٥} (جـ) {-٥} (د) {٥ ، -٥}

٨ إذا كان : أ^٢ - ب^٢ = ٢٠ ، أ + ب = ٥ فإن : أ^٢ - ٢ أ ب + ب^٢ = ... (شبرا - القاهرة - ١٥)

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٢٠ (د) ١٦

---

٢ حلل ما يأتى تحليلًا كاملًا :

١ ٤ س^٢ - ١٢ س ص + ٩ ص^٢ (مشتول السوق - الشرقية - ١٩)

٢ ٤ أ^٤ + ٨١ ب^٤ (دسوق - كفر الشيخ - ١٦)

٣ س^٢ - ١ (المنيا - المنيا - ١٨)

---

٣ أوجد مجموعة الحل فى ح :

١ س^٢ - ٨ س + ١٥ = صفر (عين شمس - القاهرة - ١٦)

٢ (س - ٢)^٢ + ٨ س = ١٦ (دسوق - كفر الشيخ - ١٦)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان عمر أحمد منذ ٥ سنوات هو س سنة فإن عمره الآن هو .... سنة. (دمياط - دمياط - ١٨)

(أ) س + ٥ (ب) ٥ س (جـ) س − ٥ (د) $س^٥$

٢ إذا كان عمر زياد الآن س سنة فإن عمره بعد ثلاث سنوات .... سنة. (المنتزه - الإسكندرية - ١٥)

(أ) س + ٣ (ب) ٣ س (جـ) $س^٣$ (د) س − ٣

٣ المقدار : ٩ $س^٢$ + ك س + ٢٥ يكون مربعًا كاملًا إذا كانت : ك = ... (ميت سلسيل - الدقهلية - ١٩)

(أ) ٣٠ (ب) −٣٠ (جـ) ± ٣٠ (د) ١٥

٤ إذا كان ٢ أحد جذرى المعادلة : $س^٢$ + ك س = ٦ فإن : ك = ... (منية النصر - الدقهلية - ١٩)

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٨ (د) ١

٥ مجموعة حل المعادلة : س (س + ٢) = ٠ فى ح هى .... (المرج - القاهرة - ١٩)

(أ) {٠} (ب) {−٢} (جـ) {٠ ، ٢} (د) {٠ ، −٢}

٦ إذا كان : س − ص = ٥ ، $س^٢$ + س ص + $ص^٢$ = ٧

فإن : $س^٣$ − $ص^٣$ = ... (أسوان - أسوان - ١٥)

(أ) ٢ (ب) ٧ (جـ) ١٢ (د) ٣٥

٧ مجموعة حل المعادلة : $س^٢$ − ٥ س + ٦ = ٠ فى ح هى .... (قنا - قنا - ١٦)

(أ) {٢ ، ٣} (ب) {−٢ ، −٣} (جـ) {−٢ ، ٣} (د) {٦ ، ١}

٨ المقدار : $س^٢$ + ٥ س + م يقبل التحليل إذا كانت : م = ... (ديرب نجم - الشرقية - ١٨)

(أ) ١٢ (ب) ٧ (جـ) −١٤ (د) −٢

---

٢ حلل ما يأتى تحليلًا كاملًا :

١ $\frac{١}{٢}$ $س^٢$ − ٣ (أسوان - أسوان - ١٥)

٢ أ س − ٣ س + ٥ أ − ١٥ (شبراخيت - البحيرة - ١٩)

---

٣ (أ) مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٢ سم ومساحته ٣٥ $سم^٢$ أوجد محيطه. (المنزلة - الدقهلية - ١٩)

(ب) أوجد عددًا موجبًا إذا أضيف مربعه إلى ثلاثة أمثاله كان الناتج يساوى ٢٨ (شرق مدينة نصر - القاهرة - ١٨)

اختبار تراكمى ١٠ حتى الدرس الأول الوحدة الثانية

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $٦^{س} = ٧$ فإن : $٦^{س+١} = ...$ (أسيوط - أسيوط - ١٦)

(أ) ٢٤ (ب) ٤٢ (جـ) ٣٦ (د) ٨

٢ إذا كان : $٢^{س} = ٣$ فإن : $٨^{س} = ...$ (توجيه - السويس - ١٦)

(أ) ١٢ (ب) ٢٧ (جـ) ٩ (د) ٦

٣ إذا كان : $٢^{س} = ٣$ فإن : $٢^{س-٣} = ...$ (دسوق - كفر الشيخ - ١٦)

(أ) ٨ (ب) ٩ (جـ) $\frac{١}{٨}$ (د) $\frac{٣}{٨}$

٤ إذا كان : $٥^{س} = ٣$ ، $٥^{ص} = ٧$ فإن : $٥^{س-ص} = ...$ (حدائق القبة - القاهرة - ١٩)

(أ) $\frac{٧}{٣}$ (ب) $\frac{٣}{٧}$ (جـ) ٢١ (د) ٤

٥ إذا كانت : $(س - ٣)^{صفر} = ١$ فإن : س ∈ .... (شرق الزقازيق - الشرقية - ١٩)

(أ) ح (ب) ح - {-٣} (جـ) ح - {٣} (د) {٣}

٦ إذا كان : $٣^{س} = ٥$ فإن : $٣^{٢س} = ...$ (منيا القمح - الشرقية - ١٩)

(أ) ٩ (ب) ٦ (جـ) ٢٥ (د) ١٠

٧ إذا كان : $س^٢ + ١٤ س + ك$ مربعًا كاملًا فإن : ك = ... (شمال - السويس - ١٨)

(أ) ٢ (ب) ٧ (جـ) ١٤ (د) ٤٩

٨ $س^٢ - ٤ = ...$ (شبين الكوم - المنوفية - ١٥)

(أ) $٤ - س^٢$ (ب) $(س - ٢)(س + ٢)$

(جـ) $(س - ٤)^٢$ (د) $(س - ٢)^٢$

٢ اختصر لأبسط صورة :

١ $\frac{(\sqrt{٣})^{-٥} \times (\sqrt{٣})^{-٤}}{(\sqrt{٣})^{-١٠}}$ (المنيا - المنيا - ١٦)

٢ $\frac{٩^{س} \times ٢٥^{س+١}}{١٥^{٢س}}$ (المرج - القاهرة - ١٩)

٣

(أ) أوجد العدد الحقيقى الذى ضعفه يزيد عن معكوسه الضربى بمقدار الواحد الصحيح. (توجيه - بورسعيد - ١٥)

(ب) حلل تحليلًا كاملًا : $س^٤ + ٨ س$ (شرق كفر الشيخ - كفر الشيخ - ١٥)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $٣^{س-٢} = ١$ فإن : س = ... (شرق مدينة نصر - القاهرة - ١٨)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٢ إذا كان : $س^{٣} ص^{-٣} = ٨$ فإن : $\frac{س}{ص}$ = ... (غرب الفيوم - الفيوم - ١٦)

(أ) $\frac{١}{٥١٢}$ (ب) $\frac{١}{٨}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ٢

٣ $٤^{٣} + ٤^{٣} + ٤^{٣} + ٤^{٣}$ = ... (توجيه - بورسعيد - ١٥)

(أ) $٤^{٣}$ (ب) $١٦^{١٢}$ (جـ) $٤^{١٢}$ (د) $٤^{٤}$

٤ إذا كان : $٢^{س+٢} = \frac{١}{١٦}$ فإن : س = ... (شبين الكوم - المنوفية - ١٩)

(أ) ٢ (ب) −٢ (جـ) ٦ (د) −٦

٥ إذا كان : $٢^{٢س} + ٢^{٢س} = \frac{١}{٤}$ فإن : س = ... (قويسنا - المنوفية - ١٩)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) −١

٦ إذا كان : $٥^{س} = ٤$ فإن : $٥^{س-١}$ = ... (المنيا - المنيا - ١٦)

(أ) $\frac{٥}{٤}$ (ب) $\frac{٤}{٥}$ (جـ) $\frac{١}{٨}$ (د) $\frac{٢}{٢٥}$

٧ إذا كان : $٣^{س-٥} = ٧^{س-٥}$ فإن : س = ... (الإسماعيلية - الإسماعيلية - ١٨)

(أ) صفر (ب) ٣ (جـ) ٧ (د) ٥

٨ مجموعة حل المعادلة : $٢س^{٣} = ١٨س$ فى ح هى .... (أسيوط - أسيوط - ١٩)

(أ) {−٣ ، ٣} (ب) {٣ ، −٣ ، ٠} (جـ) {−٣} (د) {٣}

---

٢ (أ) إذا كان : $\frac{٤^{س+١} \times ٩^{٢س}}{٦^{٢س+٢}} = ٨١$ أوجد قيمة : س (دسوق - كفر الشيخ - ١٦)

(ب) أوجد مجموعة الحل فى ح للمعادلة : $س^{٢} - ٥س = ٢٤$ (العاشر - الشرقية - ١٥)

---

٣ (أ) أوجد مجموعة الحل فى ح للمعادلة : $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{٢س+١} = \frac{١٢٥}{٢٧}$ (كفر صقر - الشرقية - ١٩)

(ب) حلل تحليلًا تامًا : س ص + ٥ س + ٤ ص + ٢٠ (شرق شبرا الخيمة - القليوبية - ١٦)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $٤^{٢} - (\sqrt{٨})^{٢} + ١٦ \times (-٢)^{-٤} = ...$ (شرق مدينة نصر - القاهرة - ١٨)

(أ) ٨ (ب) ٩ (جـ) ١ (د) صفر

٢ ربع العدد $٢^{٢٠}$ هو العدد ...... (غرب المنصورة - الدقهلية - ١٥)

(أ) $٢^{١٠}$ (ب) $٢^{١٩}$ (جـ) $٤^{٥}$ (د) $٤^{٩}$

٣ إذا كان : $٣^{س+١} = ٥^{س+١}$ فإن : س = ... (دمياط - دمياط - ١٨)

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) -١ (د) ١

٤ $(٥^{س} + ٥^{س}) \div ٥^{س} = ...$ (تمي الأمديد - الدقهلية - ١٩)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٥ (د) ٥ س

٥ $(\sqrt{٣} + \sqrt{٢})^{٩} (\sqrt{٣} - \sqrt{٢})^{٩} = ...$ (أرمنت - الأقصر - ١٩)

(أ) ١ (ب) $\sqrt{٥}$ (جـ) $\sqrt{٦}$ (د) ٥

٦ مجموعة حل المعادلة : $س^{س-١} = ٤^{س-١}$ في ح هي ...... (شمال الجيزة - الجيزة - ١٦)

(أ) $\{٠\}$ (ب) $\{١ ، ٤\}$ (جـ) $\{٤\}$ (د) $\{-١ ، ٤\}$

٧ المقدار : $س^{٢} + ك\, س + ٣٦$ يكون مربعًا كاملًا إذا كانت ك = ... (الوايلي - القاهرة - ١٥)

(أ) ٦ (ب) ± ٦ (جـ) ± ١٢ (د) ١٢

٨ $٣^{٥} + (\sqrt{٣})^{١٠} - ٢(٣)^{٥} = ...$ (شرق - الإسكندرية - ١٨)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) $(\sqrt{٣})^{٥}$ (د) $٣^{٥}$

---

٢ (أ) إذا كان : $س = \sqrt{٥}$ ، $ص = \sqrt{٣}$ أوجد قيمة : $\frac{س^{٤} - ص^{٤}}{س^{٢} - ص^{٢}}$ (غرب الفيوم - الفيوم - ١٦)

(ب) احسب قيمة : $\frac{٢^{٢ن+١} \times ٥^{٢ن+١}}{١٠^{٢ن}}$ (إطسا - الفيوم - ١٨)

---

٣ (أ) أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية في ح : $٢٥ \times ٣^{س-١} = ٩ \times ٥^{س-١}$ (ميت سلسيل - الدقهلية - ١٩)

(ب) اختصر : $\frac{(١٥)^{-٢} \times (\sqrt{٥})^{٣} \times (٣)^{٣}}{٩ \times (\sqrt{٥})^{-٣}}$ (توجيه - بورسعيد - ١٥)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان احتمال نجاح طالب هو ٦٠٪ فإن احتمال عدم نجاحه هو .... (عين شمس - القاهرة - ١٦)

(أ) ٠,٤ (ب) ٠,٠٤ (جـ) ٠,٠٦ (د) ٠,٦

٢ كيس به ٩ بطاقات مرقمة من ١ إلى ٩ سُحبت منه بطاقة واحدة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون البطاقة تحمل عددًا أوليًا فرديًا .... (غرب - الإسكندرية - ١٥)

(أ) $\frac{١}{٩}$ (ب) $\frac{٤}{٩}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) صفر

٣ ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور رقم أقل من ٥ يساوى .... (شرق مدينة نصر - القاهرة - ١٩)

(أ) $\frac{١}{٥}$ (ب) $\frac{١}{٦}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) $\frac{١}{٣}$

٤ فصل به ٢٤ تلميذًا. اُختير تلميذًا عشوائيًا ، فإذا كان احتمال أن يكون التلميذ المختار بنتًا هو $\frac{١}{٦}$ فإن عدد الأولاد يساوى .... ولدًا. (الداخلة - الوادى الجديد - ١٦)

(أ) ٢٢ (ب) ٢٠ (جـ) ١٨ (د) ١٦

٥ قيمة حـ التى تجعل المقدار : $س^٢$ + حـ س + ٧ قابلًا للتحليل هى .... (كوم حمادة - البحيرة - ١٩)

(أ) ٦ (ب) ٧ (جـ) ٥ (د) −٨

٦ دخل ٢٠ تلميذًا امتحانًا وكان احتمال أن يكون التلميذ ناجحًا هو ٠,٨ فإن عدد الراسبين = ... (دسوق - كفر الشيخ - ١٦)

(أ) ١٦ (ب) ٨ (جـ) ٢ (د) ٤

٧ إذا كان عمر سهام الآن (س + ٥) سنة فإن عمرها منذ خمس سنوات .... سنة. (العمرانية - الجيزة - ١٨)

(أ) س (ب) س + ٥ (جـ) ٥ − س (د) ٥ س

٨ احتمال الحدث المستحيل يساوى .... (شرق كفر الشيخ - كفر الشيخ - ١٥)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٣ (د) ٢

---

٢ (أ) كيس به مجموعة من البطاقات مرقمة من ١ إلى ٢٤ فإذا سحبت منه بطاقة واحدة عشوائيًا أوجد احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل :

١ عاملًا من عوامل العدد ٢٤ ٢ عددًا مربعًا كاملًا. (مشتول السوق - الشرقية - ١٩)

(ب) إذا كان : $\frac{49^{ن} \times 25^{2ن} \times 3^{4ن}}{7^{-ن} \times 15^{4ن}} = 343$ فأوجد قيمة : $6^{2ن}$ (رأس سدر - جنوب سيناء - ١٩)

---

٣ (أ) فى عملية إنتاج ٣٠٠ مصباح كهربائى كان عدد الوحدات المعيبة ١٨ وحدة.

١ أوجد احتمال أن تكون الوحدة معيبة. ٢ أوجد احتمال أن تكون الوحدة صالحة.

٣ إذا كان الإنتاج اليومى ١٦٠٠ وحدة. كم عدد الصالح فى هذا اليوم ؟ (ساقلتة - سوهاج - ١٩)

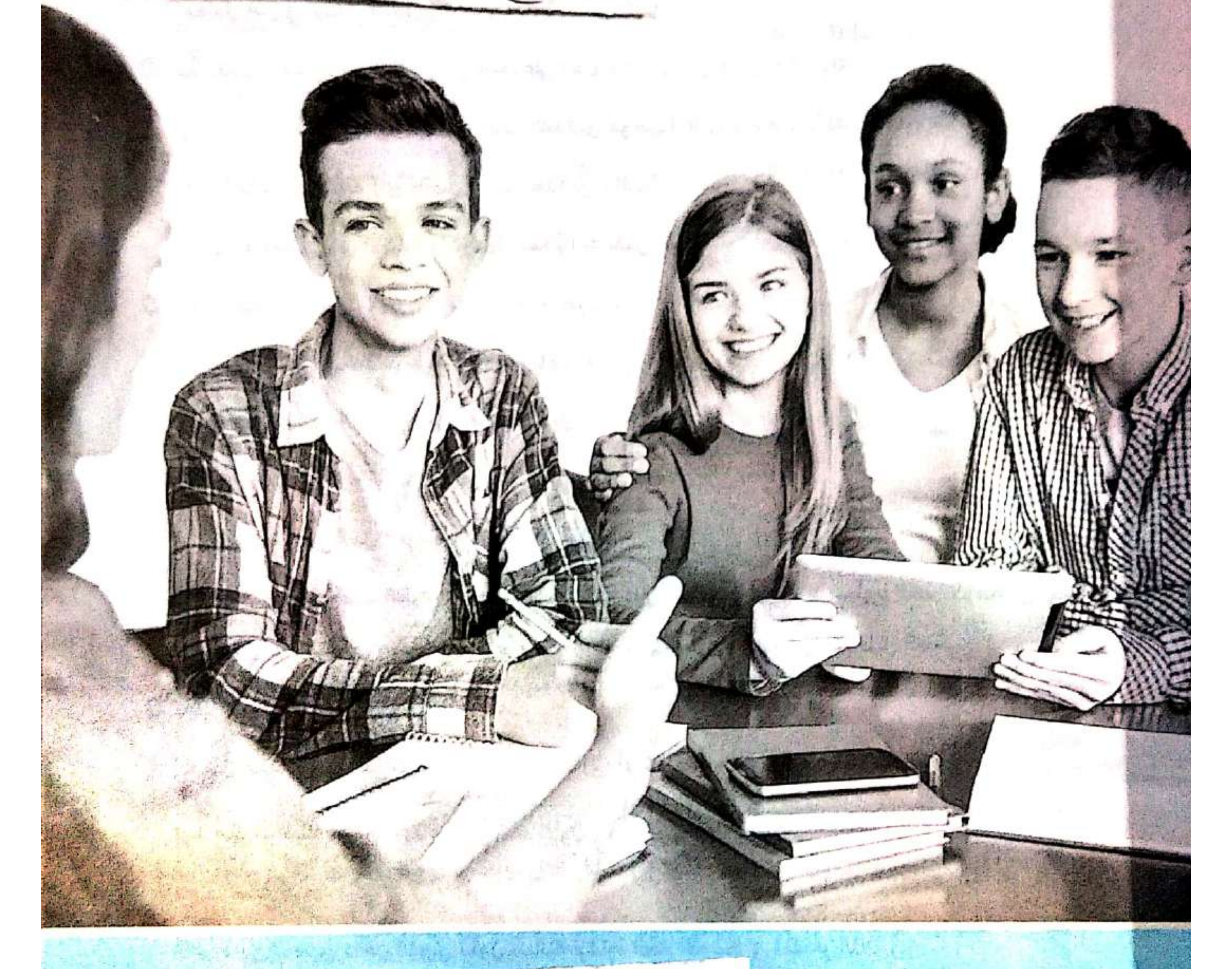
(ب) كيس يحتوى على عدد من الكرات المتماثلة منها ٥ كرات بيضاء والباقى من اللون الأحمر فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء هو $\frac{٢}{٣}$ فأوجد العدد الكلى للكرات. (المنتزه - الإسكندرية - ١٦)

الأسئلة الهامة

فى الجبر والإحصاء

من امتحانات الإدارات التعليمية

موقع التفوق



ALtFwok.com



ملخص الوحدة الأولى
التحليل

✪ قبل البدء فى تحليل المقدار الجبرى يجب مراعاة ما يأتى :

• ترتيب حدود المقدار تنازليًا أو تصاعديًا حسب أسس أحد الرموز المعطاة ، ويفضل تنازليًا.

• إخراج ع.م.أ بين حدود المقدار.

• فك الأقواس واختصار المقدار الجبرى.

✪ تحليل المقدار الثلاثى على الصورة : $س^2 + ب س + حـ$ هو كتابته فى صورة حاصل ضرب عاملين بحيث :

• الحد الأول فى كل منهما يساوى س

• الحدان الآخران فيهما هما عددان ، حاصل ضربهما حـ وهو الحد الأخير فى المقدار الثلاثى ، ومجموعهما ب وهو معامل س فى المقدار الثلاثى.

✪ عند تحليل المقدار : $س^2 + ب س + حـ$ على الصورة (س + ل) (س + م) فإنه :

١ إذا كانت حـ موجبة (أى حاصل ضرب العددين موجب) فإن : ل ، م لهما نفس إشارة ب

٢ إذا كانت حـ سالبة (أى حاصل ضرب العددين سالب) فإن :

ل ، م مختلفان فى الإشارة وأكبرهما (عدديًا) له نفس إشارة ب

✪ لتحليل المقدار الثلاثى : $أ س^2 + ب س + حـ$ حيث ($أ \neq \pm 1$) اتبع ما يلى :

(ل س + ن)

(م س + هـ)

١ حلل $أ س^2$ إلى عاملين «ل س ، م س»

واكتبهما داخل القوسين كما بالشكل المقابل.

٢ حلل الحد الأخير فى المقدار الثلاثى (حـ) إلى عاملين «ن ، هـ»

واكتبهما أيضًا داخل القوسين كما بالشكل المقابل.

٣ أوجد (حاصل ضرب الطرفين + حاصل ضرب الوسطين) فإذا كان المجموع مساويًا للحد الأوسط فى المقدار الثلاثى كان التحليل صحيحًا ، وإذا لم يكن قُم بمحاولات أخرى للوصول إلى التحليل الصحيح.

✪ تحليل المقدار الثلاثى المربع الكامل :

إذا كان المقدار الثلاثى مربعًا كاملًا مرتبًا ترتيبًا تنازليًا أو تصاعديًا حسب قوى أحد رموزه

فإنه يمكن تحليله على الصورة : $\left(\sqrt{\text{الحد الأول}} \pm \sqrt{\text{الحد الثالث}}\right)^2$

مع ملاحظة أن :

الإشارة بين الحدين داخل القوس تكون مماثلة لإشارة الحد الأوسط فى المقدار الثلاثى.



* كيفية إيجاد حد ناقص من حدود مقدار ثلاثى مربع كامل :

1 إيجاد الحد الأوسط : **الحد الأوسط = $\pm$ ٢ × $\sqrt{\text{الحد الأول}}$ × $\sqrt{\text{الحد الثالث}}$**

2 إيجاد الحد الأول : **الحد الأول = $\frac{\text{(الحد الأوسط)}^2}{4 \times \text{الحد الثالث}}$**

3 إيجاد الحد الثالث : **الحد الثالث = $\frac{\text{(الحد الأوسط)}^2}{4 \times \text{الحد الأول}}$**

* تحليل الفرق بين مربعين :

الفرق بين مربعى كميتين = مجموع هاتين الكميتين × الفرق بين هاتين الكميتين.

أى أن : $أ^2 - ب^2 = (أ - ب)(أ + ب)$

* تحليل مجموع المكعبين :

مجموع مكعبى كميتين = (الأولى + الثانية) (مربع الأولى – الأولى × الثانية + مربع الثانية)

أى أن : $أ^3 \oplus ب^3 = (أ + ب)(أ^2 \ominus أب + ب^2)$

* تحليل الفرق بين المكعبين :

الفرق بين مكعبى كميتين = (الأولى – الثانية) (مربع الأولى + الأولى × الثانية + مربع الثانية)

أى أن : $أ^3 \ominus ب^3 = (أ - ب)(أ^2 \oplus أب + ب^2)$

* التحليل بالتقسيم :

يمكن تحليل المقدار الجبرى المكون من أربعة حدود باستخدام إحدى الطريقتين الآتيتين :

• الطريقة الأولى :

يُقسم المقدار الجبرى المكون من أربعة حدود إلى مقدارين كل منهما يتكون من حدين بحيث نستطيع إيجاد عامل مشترك بينهما.

• الطريقة الثانية :

يُقسم فيها المقدار الجبرى المكون من أربعة حدود إلى مقدار ثلاثى (ويجب أن يكون مربعًا كاملًا) والحد الرابع يجب أيضًا أن يكون مربعًا كاملًا ، بحيث يمكن تحليل المقدار الأصلى كفرق بين مربعين.

* التحليل بإكمال المربع :

١ نُضيف إلى المقدار المعطى ضعف حاصل ضرب جذرى الحدين المربعين ثم نطرحه حتى لا يتغير المقدار.

٢ باستخدام الإبدال والدمج نعيد ترتيب حدود المقدار حتى نصل إلى الصورة :

مقدار ثلاثى مربع كامل – مربع كامل

٣ نحلل المقدار الناتج كفرق بين مربعين.

٤ إن أمكن نحلل المقادير الناتجة حتى يكون التحليل كاملًا.

* حل المعادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد :

لحل معادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد ، اتبع ما يلى :

١ ضع المعادلة على الصورة القياسية : $أ س^2 + ب س + جـ = ٠$

٢ حلل المقدار فى الطرف الأيمن إلى عاملين.

٣ استخدم الحقيقة المقابلة للحصول على جذرى المعادلة.

حقيقة

إذا كان : أ ، ب عددين حقيقيين وكان :

أ × ب = صفر

فإن : أ = صفر أ، ب = صفر

٤ تأكد من الحل بالتعويض عن كل قيمة من قيمتى س فى المعادلة الأصلية.

* لحل مسائل لفظية فى الجبر نقوم بترجمة الجمل اللفظية إلى رموز ومقادير جبرية وتكوين معادلة يمكن حلها باتباع طرق حل المعادلات.

أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

١ إذا كان : س = ٢ هو أحد جذري المعادلة : $س^2 + ٣س + ك = ٠$
فإن : ك = ... (توجيه - الإسماعيلية - ١٦)

(أ) ٢ (ب) ٥ (جـ) ١٠ (د) −١٠

---

٢ إذا كان ٢ حلاً للمعادلة : $س^2 - ٥س + أ = ٠$ فإن : أ = ... (أسيوط - أسيوط - ١٦)

(أ) −٣ (ب) −٦ (جـ) ٣ (د) ٦

---

٣ إذا كان المقدار : $س^2 - حـ س + ١٢$ قابلاً للتحليل
فإن : حـ يمكن أن تساوي .... (مصر القديمة - القاهرة - ١٧)

(أ) −١ (ب) ٤ (جـ) ٧ (د) ١

---

٤ أي عدد من الأعداد الآتية يمكن إضافته إلى المقدار : $س^2 - ٨س + ٥$ حتى يكون قابلاً للتحليل ؟
(غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ١٧)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٥

---

٥ المقدار : $س^2 + ٥س + م$ يقبل التحليل إذا كانت : م = ... (ديرب نجم - الشرقية - ١٨)

(أ) ١٢ (ب) ٧ (جـ) −١٤ (د) −٢

---

٦ المقدار : $س^2 + ٥س + م$ قابل للتحليل إذا كانت : م = ... (فاقوس - الشرقية - ١٩)

(أ) ٥ (ب) ١ (جـ) ٦ (د) ٧

---

٧ المقدار : $س^2 + ٧س + ب$ قابل للتحليل إذا كانت : ب = ... (شرق المحلة - الغربية - ١٨)

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٧

---

٨ إذا كان أحد عاملي المقدار : $س^2 + س - ٦$ هو $س + ٣$ فإن العامل الآخر هو ....
(شرق طنطا - الغربية - ١٧)

(أ) $س - ٢$ (ب) $س - ٣$ (جـ) $س + ٢$ (د) $س + ٦$

---

٩ إذا كان المقدار : $س^2 + أس - ١٢$ قابلاً للتحليل فإن : أ يمكن أن تساوي .... (توجيه - المنوفية - ١٧)

(أ) ١٢ (ب) −٨ (جـ) ٨ (د) −١

التحليل

١٠ العدد الذي يمكن إضافته إلى المقدار : ٢ س^{٢} + ٥ س − ١٠ ليكون قابلًا للتحليل هو .... (أسوان - أسوان - ١٧)

(أ) −١ (ب) −٢ (جـ) −٣ (د) −٤

١١ ٥ س^{٢} − ٧ س − ٦ = (٥ س + ٣) (س − ......) (الشيخ زايد - الجيزة - ١٩)

(أ) ٣ (ب) ٢ (جـ) −٣ (د) −٢

١٢ إذا كان : (٢أ − ٥) (٣أ − ٢) = ٦أ^{٢} + ك أ + ١٠ فإن : ك = ... (أجا - الدقهلية - ١٩)

(أ) ١٥ (ب) ١٩ (جـ) −١٩ (د) ٤

١٣ ٢ س^{٢} + ٥ س + ٣ = (...... + ٣) (س + ١) (شرق - بورسعيد - ١٩)

(أ) س (ب) ٢ س (جـ) ٣ س (د) ٥ س

١٤ إذا كان : س^{٢} + ك س + ٢٥ مربعًا كاملًا فإن : ك = ... (مصر القديمة - القاهرة - ١٧)

(أ) ٥ (ب) ١٠ (جـ) ± ١٠ (د) ± ٥

١٥ يكون المقدار : س^{٢} − ك س + ٢٥ مربعًا كاملًا إذا كان : ك = ... (غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ١٧)

(أ) ٢ (ب) ١٠ (جـ) ٥ (د) ٥٠

١٦ المقدار : ك س^{٢} + ١٢ س + ٩ يكون مربعًا كاملًا إذا كانت : ك = ... (شرق شبرا الخيمة - القليوبية - ١٦)

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٩ (د) ١٦

١٧ (س + ٣ ص)^{٢} = س^{٢} + ... + ٩ ص^{٢} (غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ١٧)

(أ) ٦ س ص (ب) ٩ س ص (جـ) ٣ س ص (د) ٦

١٨ المقدار : ص^{٢} + ١٢ ص + م يكون مربعًا كاملًا إذا كان : م = ... (عين شمس - القاهرة - ١٨)

(أ) ٢٥ (ب) ٣٦ (جـ) −٣٦ (د) ١٠٠

١٩ إذا كان المقدار : س^{٢} − ٦ س − م مربعًا كاملًا فإن : م = ... (شرق المحلة - الغربية - ١٨)

(أ) −٩ (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٩

٢٠ الحد الناقص في المقدار ليكون مربعًا كاملًا : ٩ س^{٢} + ... + ١٦ ص^{٢} هو .... (حدائق القبة - القاهرة - ١٩)

(أ) ١٢ س ص (ب) ٢٤ س (جـ) ٢٤ س ص (د) ١٢ س^{٢} ص^{٢}

٢١ إذا كان : $س^{٢} - أ = (س - ٣)(س + ٣)$ فإن : أ = ... (مصر القديمة - القاهرة - ١٧)

(أ) ٣ (ب) −٣ (جـ) ٩ (د) −٩

---

٢٢ إذا كان : س − ص = ٣ ، س + ص = ٦ فإن : $س^{٢} - ص^{٢}$ = ... (عين شمس - القاهرة - ١٨)

(أ) ١٢ (ب) ٩ (جـ) ٣ (د) ١٨

---

٢٣ إذا كان : $س^{٢} - ص^{٢} = ١٦$ ، س − ص = ٢ فإن : س + ص = ... (عين شمس - القاهرة - ١٩)

(أ) ٤ (ب) ٨ (جـ) −٨ (د) ٢

---

٢٤ إذا كان : س + ص = ٣ ، $س^{٢} - س ص + ص^{٢} = ٥$ فإن : $س^{٣} + ص^{٣}$ = ...

(الهرم - الجيزة - ١٧)

(أ) ١٥ (ب) ٢٥ (جـ) ٨ (د) ٧

---

٢٥ إذا كان : $أ^{٣} - ب^{٣} = ٦٤$ ، $أ^{٢} + أ ب + ب^{٢} = ١٦$ فإن : أ − ب = ...

(غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ١٧)

(أ) ٨ (ب) −٤ (جـ) ٤ (د) ٤٨

---

٢٦ $(س + ١)(س^{٢} - س + ١)$ = ... (الإسماعيلية - الإسماعيلية - ١٨)

(أ) $س^{٣} - ١$ (ب) $س^{٣} + ١$ (جـ) $(س - ١)^{٣}$ (د) $(س + ١)^{٣}$

---

٢٧ $(٧٥)^{٢} - (٢٥)^{٢} = ١٠٠ \times$ .... (٦ أكتوبر - الجيزة - ١٩)

(أ) ٧٥ (ب) ٥٠ (جـ) ١٠٠ (د) ٢٥

---

٢٨ $س^{٣} + ص^{٣} = ٢٨$ ، س + ص = ٢ فإن : $س^{٢} - س ص + ص^{٢}$ = ... (غرب الفيوم - الفيوم - ١٩)

(أ) ٤٨ (ب) ١٤ (جـ) ٢ (د) ٧

---

٢٩ يمكن تحليل المقدار : $س^{٤} + ٤$ بإكمال المربع بإضافة الحد .... ومعكوسه الجمعى.

(الساحل - القاهرة - ١٦)

(أ) $٤ س^{٢}$ (ب) $٢ س^{٢}$ (جـ) $٨ س^{٢}$ (د) $٤ س^{٤}$

---

٣٠ إذا كان : $س^{٢} - ٢ س ص + ص^{٢} = ٢٥$ فإن : س − ص = ... (المرج - القاهرة - ١٧)

(أ) ٢٥ (ب) −٥ (جـ) ٥ (د) ± ٥

---

٣١ يمكن تحليل المقدار : $ص^{٤} + ٦٤$ بإضافة الحد .... ومعكوسه الجمعى. (القاهرة الجديدة - القاهرة - ١٧)

(أ) $ص^{٢}$ (ب) $ص^{٤}$ (جـ) $١٦ ص^{٢}$ (د) ١٦

---

٣٢ مجموعة حل المعادلة : س (س − ٢) = ٠ فى ن هى .... (الوايلى - القاهرة - ١٦)

(أ) {٠} (ب) {٢} (جـ) {١ ، ٢} (د) {٠ ، ٢}

٣٣ مجموعة حل المعادلة : $س^2 + ٢٥ = $ صفر فى ح هى .... (الوراق - الجيزة - ١٧)

(أ) ٥ (ب) ‎-٥ (جـ) ‎± ٥ (د) ∅

٣٤ مجموعة حل المعادلة : $س^2 - ٣ = ١$ فى ح هى .... (إطسا - الفيوم - ١٨)

(أ) ∅ (ب) {٤} (جـ) {‎-٢ ، ٢} (د) {‎-٤}

٣٥ مجموعة حل المعادلة : $س^2 + س = $ صفر فى ح هى .... (أشمون - المنوفية - ١٩)

(أ) صفر (ب) {٠ ، ‎-١} (جـ) {١} (د) ∅

٣٦ إذا كان ٣ هو حل للمعادلة : $س^2 - ٣س + أ = $ صفر فإن : أ = ... (غرب طنطا - الغربية - ١٩)

(أ) صفر (ب) ‎-٣ (جـ) ٣ (د) ١

٣٧ مجموعة حل المعادلة : $س^2 - ٦س = ٠$ فى ح هى .... (شرق شبرا الخيمة - القليوبية - ١٦)

(أ) {٦} (ب) {٠} (جـ) {٠ ، ٦} (د) {‎-٦}

٣٨ إذا كان عُمر أحمد الآن س سنة فإن عُمره منذ ٣ سنوات = ... سنة. (عين شمس - القاهرة - ١٦)

(أ) ٣س (ب) س − ٣ (جـ) ٣ − س (د) س + ٣

٣٩ إذا كان عُمر سهام الآن (س + ٥) سنة فإن عمرها منذ خمس سنوات = ... سنة. (العامرية - الإسكندرية - ١٧)

(أ) س (ب) س + ٥ (جـ) ٥ − س (د) ٥س

٤٠ إذا كان عُمر خالد بعد ٤ سنوات هو س سنة فإن عمره الآن هو .... سنة. (دمياط - دمياط - ١٧)

(أ) س + ٤ (ب) س − ٤ (جـ) ٤ − س (د) ٤س

٤١ إذا كان عُمر أحمد منذ ٥ سنوات هو س فإن عمره الآن هو .... سنة. (دمياط - دمياط - ١٨)

(أ) س + ٥ (ب) ٥س (جـ) س − ٥ (د) $س^5$

٤٢ إذا كان مجموع عمرى أحمد ومحمد ١٠ سنوات فإن مجموع عمريهما بعد ٥ سنوات يساوى .... سنة. (السنبلاوين - الدقهلية - ١٩)

(أ) ١٥ (ب) ٥٠ (جـ) ٢٠ (د) ٢٥

٤٣ ثلاثة أمثال مربع العدد س هو .... (صدفا - أسيوط - ١٩)

(أ) $(٣س)^2$ (ب) $س^2 + ٣$ (جـ) $٣س^2$ (د) $\frac{س^2}{٣}$

ثانيًا أسئلة الإكمال

١ إذا كان −٤ أحد جذرى المعادلة : سـ^{٢} + ٣ سـ − ٤ = ٠ فإن الجذر الآخر هو .... (قنا - قنا - ١٦)

٢ إذا كان : (سـ + ٢) (سـ + ٣) = سـ^{٢} + أ سـ + ٦ فإن : أ = ... (الهرم - الجيزة - ١٧)

٣ إذا كان : (سـ − ٥) هو أحد عاملى المقدار : سـ^{٢} − ١٠ سـ + ٢٥ فإن العامل الآخر هو ....
(غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ١٧)

٤ إذا كان : (سـ + ٣) أحد عاملى المقدار : سـ^{٢} + ٧ سـ + ١٢ فإن العامل الآخر هو ....
(كوم حمادة - البحيرة - ١٧)

٥ إذا كان : أ^{٢} + ك + ٦ = (أ − ٣) (أ − ٢) فإن : ك = ... (إسنا - الأقصر - ١٧)

٦ إذا كان : −١ أحد جذرى المعادلة : سـ^{٢} − ٢ سـ + م = ٠ فإن : م = ... (العمرانية - الجيزة - ١٨)

٧ إذا كان : (٢ سـ − ١) أحد عاملى المقدار : ٢ سـ^{٢} + ٩ سـ − ٥ فإن العامل الآخر هو ....
(بيلا - كفر الشيخ - ١٧)

٨ ٢ سـ^{٢} + سـ − ٦ = (..... − .....) (سـ + ...) (سنورس - الفيوم - ١٧)

٩ ٥ سـ^{٢} − ٢ سـ − ٧ = (٥ سـ − .....) (سـ + ...) (عين شمس - القاهرة - ١٩)

١٠ ٣ سـ^{٢} + ٧ سـ − ٦ = (٣ سـ − .....) (..... + ٣) (زفتى - الغربية - ١٩)

١١ إذا كان المقدار : سـ^{٢} + ٦ سـ − ك مربعًا كاملًا فإن : ك = ... (الهرم - الجيزة - ١٥)

١٢ إذا كان : ك سـ^{٢} − ١٠ سـ + ١ مربعًا كاملًا فإن : ك = ... (إيتاى البارود - البحيرة - ١٩)

١٣ إذا كان المقدار : ٩ سـ^{٢} + ك سـ + ٢٥ مربعًا كاملًا فإن : ك = ... (الدلنجات - البحيرة - ١٨)

١٤ إذا كان المقدار الثلاثى : سـ^{٢} + ك سـ + ٣٦ مربعًا كاملًا فإن : ك = ... (سوهاج - سوهاج - ١٨)

١٥ إذا كان : أ + ب = ٥ ، أ − ب = ٣ فإن : أ^{٢} − ب^{٢} = ... (روض الفرج - القاهرة - ١٩)

١٦ إذا كان : سـ^{٢} − ص^{٢} = ٢٤ ، سـ − ص = ٣ فإن : سـ + ص = ... (شرق مدينة نصر - القاهرة - ١٨)

١٧ سـ^{٣} − ٨ = (سـ − ٢) (..... + ... + ٤) (العمرانية - الجيزة - ١٩)

١٨ (٢ سـ - ٣ ص) (٤ سـ^{٢} + ٦ سـ ص + ٩ ص^{٢}) = ... (طوخ - القليوبية - ١٩)

١٩ إذا كان : سـ^{٣} + حـ = (سـ + ٢) (سـ^{٢} - ٢ سـ + ٤) فإن : حـ = ... (المطرية - القاهرة - ١٨)

٢٠ إذا كان : ٤ أ^{٢} - ٢ أ + ١ أحد عاملى المقدار : ٨ أ^{٣} + ١ فإن العامل الآخر هو .... (أسوان - أسوان - ١٧)

٢١ (أ + ب) سـ + (أ + ب) ص = (أ + ...) (..... + ...) (قليوب - القليوبية - ١٩)

٢٢ إذا كان : أ + ب = ٥ ، سـ - ص = ٣
فإن القيمة العددية للمقدار أ (سـ - ص) + ب (سـ - ص) = ... (غرب - الإسكندرية - ١٩)

٢٣ إذا كان المقدار : سـ ص + ٣ سـ + ص ع + ٣ ع = ١٥ ، ص + ٣ = ٥
فإن : سـ + ع = ... (أسوان - أسوان - ١٦)

٢٤ خارج قسمة : سـ^{٣} - ٨ على سـ - ٢ هو .... (حيث سـ ≠ ٢) (منوف - المنوفية - ١٨)

٢٥ يمكن تحليل المقدار : سـ^{٤} + ٦٤ بإكمال المربع بإضافة الحد .... ومعكوسه الجمعى.
(العامرية - الإسكندرية - ١٧)

٢٦ مجموعة حل المعادلة : سـ^{٢} + ٤ = صفر فى ح هى .... (شرق المنصورة - الدقهلية - ١٩)

٢٧ مجموعة حل المعادلة : ٣ سـ^{٢} - سـ = صفر هى .... (سنورس - الفيوم - ١٧)

٢٨ مجموعة حل المعادلة : (سـ - ٣) (سـ + ١) = ٠ هى .... (سـ ∈ ح) (الداخلة - الوادى الجديد - ١٨)

٢٩ عددان حاصل ضربهما ٦ ومجموعهما -٥ هما .... ، .... (أسيوط - أسيوط - ١٩)

٣٠ إذا كان : سـ ص عددين حقيقيين وكان : سـ ص = ٠ فإن : سـ = ... أ، ص = ...
(القاهرة الجديدة - القاهرة - ١٧)

ثالثاً الأسئلة المقالية

١ حلل تحليلاً كاملاً كلاً مما يأتى :

١ أ سـ + ب سـ + ٥ أ + ٥ ب (مصر القديمة - القاهرة - ١٧)

٢ سـ^{٢} + ٨ سـ + ١٥ (المنيا - المنيا - ١٨)

٣ سـ^{٢} - ٨ سـ + ١٢ (إطسا - الفيوم - ١٨)

٤ سـ^{٢} + ١٣ سـ - ٣٠ (توجيه - المنوفية - ١٧)

٥ سـ^{٢} - ٣ سـ - ١٨ (٦ أكتوبر - الجيزة - ١٩)

٦ (حـ + ء)^{٢} + ٥ (حـ + ء) + ٦ (تلا - المنوفية - ١٩)



٧ ٣ س^{٢} + ٧ س + ٢ (الإسماعيلية - الإسماعيلية - ١٨)

٨ ٢ س^{٢} + س − ٦ (شرق المحلة - الغربية - ١٨)

٩ ٢ س^{٢} − ٣ س + ١ (العمرانية - الجيزة - ١٩)

١٠ ٢ س^{٢} − ٥ س − ١٢ (أجا - الدقهلية - ١٨)

١١ س^{٢} − ٩ (المطرية - القاهرة - ١٨)

١٢ ١٦ س^{٢} − ٩ (مصر القديمة - القاهرة - ١٧)

١٣ ٨ س^{٣} + ١٢٥ (القاهرة الجديدة - القاهرة - ١٧)

١٤ ٣ س^{٣} − ٨١ (المنيا - المنيا - ١٩)

١٥ أ^{٣} + ٠,٠٠٨ (الوراق - الجيزة - ١٧)

١٦ ب س + ب ص + حـ س + حـ ص (٦ أكتوبر - الجيزة - ١٩)

١٧ س ص + ٣ ص + ٥ س + ١٥ (مطوبس - كفر الشيخ - ١٩)

١٨ أ^{٢} + ٢ أ ب + ب^{٢} − حـ^{٢} (القرين - الشرقية - ١٩)

١٩ س^{٤} + ٤ ص^{٤} (العمرانية - الجيزة - ١٨)

٢٠ ٨١ س^{٤} + ٤ ص^{٤} (المنتزه - الإسكندرية - ١٦)

٢ مستطيل بعداه س سم ، (س + ١) سم ومساحته ٣٠ سم^{٢} أوجد بعديه. (العامرية - الإسكندرية - ١٧)

٣ أوجد قيمة ك التى تجعل المقدار : س^{٢} + ك س + ٩ مربع كاملًا. (العمرانية - الجيزة - ١٩)

٤ استخدم التحليل فى تسهيل إيجاد قيمة كل مما يأتى :

١ (٧,٣)^{٢} + ٢ × ٧,٣ × ٢,٧ + (٢,٧)^{٢} (العمرانية - الجيزة - ١٩)

٢ (٩٩)^{٢} + ٢ × ٩٩ + ١ (القليوبية - ١٩)

٣ (٧٥)^{٢} − (٢٥)^{٢} (الدقهلية - ١٩)

٥ أوجد مجموعة الحل فى ح لكل من المعادلات الآتية :

١ س^{٢} − ٨ س + ١٥ = ٠ (توجيه - الإسماعيلية - ١٩)

٢ س^{٢} + س − ٦ = ٠ (سوهاج - سوهاج - ١٨)

٣ س^{٢} − ١٢ س = −٣٢ (كوم حمادة - البحيرة - ١٧)

٤ س^{٢} − س − ١٢ = ٠ (المنتزه - الإسكندرية - ١٦)

٦ عدد حقيقى موجب إذا أضيف مربعه إلى خمسة أمثاله كان الناتج ٣٦ أوجد هذا العدد. (الغنايم - أسيوط - ١٩)

٧ أوجد العدد الحقيقى الذى ضعفه يزيد عن معكوسه الضربى بمقدار الواحد الصحيح. (غرب - الإسكندرية - ١٥)

٨ عددان صحيحان أحدهما يزيد عن الآخر بمقدار ٣ وحاصل ضربهما ١٨ فما العددان ؟ (دسوق - كفر الشيخ - ١٦)

٩ مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٥ أمتار فإذا كانت مساحته ٨٤ م^{٢}. فأوجد بعدى المستطيل ومحيطه. (إسنا - الأقصر - ١٧)

١٠ ما العدد الموجب الذى إذا أضيف إلى مربعه كان الناتج ٢٠ ؟ (الدلنجات - البحيرة - ١٨)

ملخص الوحدة الثانية

القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة في ح

- إذا كان : $أ \in ح$ ، $ن \in ص_+$

  فإن : $أ^{ن} = أ \times أ \times أ \times \dots \times أ$ حيث أ مكرر كعامل ن من المرات.

- إذا كان : $أ \in ح^*$ فإن : $أ^{صفر} = ١$

- $(-أ)^{ن} = أ^{ن}$ إذا كان ن عددًا زوجيًا.

- $(-أ)^{ن} = -أ^{ن}$ إذا كان ن عددًا فرديًا.

- إذا كان : أ عددًا حقيقيًا لا يساوي الصفر ، ن عددًا صحيحًا موجبًا

  فإن : $أ^{-ن} = \frac{١}{أ^{ن}}$ ، $أ^{ن} = \frac{١}{أ^{-ن}}$

قوانين القوى الصحيحة في ح

١ $أ^{م} \times أ^{ن} = أ^{م+ن}$ ٢ $\frac{أ^{م}}{أ^{ن}} = أ^{م-ن}$

٣ $(أب)^{ن} = أ^{ن} ب^{ن}$ ٤ $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن} = \frac{أ^{ن}}{ب^{ن}}$

٥ $(أ^{م})^{ن} = أ^{م ن}$

- إذا كان : أ عددًا حقيقيًا ، م ، ن عددين صحيحين

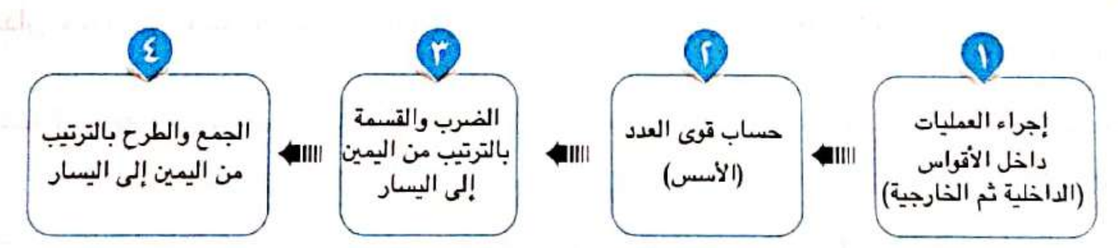
  وكان $أ^{م} = أ^{ن}$ فإن : م = ن حيث : $أ \neq ٠$ ، $أ \neq \pm ١$

- إذا كان : أ ، ب عددين حقيقيين ، م عددًا صحيحًا وكان : $أ^{م} = ب^{م}$ فإن :

  - أ = ب إذا كان م عددًا فرديًا.
  - $أ = \pm ب$ إذا كان م عددًا زوجيًا.
  - م = صفر إذا كان $أ \neq \pm ب$

- إذا كان : $أ^{ن} = ١$ فإن : ن = صفر حيث : $أ \neq ٠$ ، $أ \neq \pm ١$

- ترتيب إجراء العمليات الرياضية كما يلي :



الأسئلة الهامة على الوحدة الثانية

أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

١ نصف العدد $٢^{٥٠}$ هو .... (الوايلي - القاهرة - ١٦)

(أ) $٢^{٤٩}$ (ب) $٢^{٢٥}$ (جـ) $٢^{٤٣}$ (د) $٢^{٥١}$

---

٢ $٢^{٣} \times ٢^{٥} =$ .... (شرق - الإسكندرية - ١٦)

(أ) $٢^{٢}$ (ب) $٢^{٨}$ (جـ) $٢^{١٥}$ (د) $٢^{٥٣}$

---

٣ $س^{٤} \times س^{-٣} \times س = س^{.....}$ (شمال الجيزة - الجيزة - ١٦)

(أ) ٨ (ب) −٨ (جـ) ٢ (د) ٣

---

٤ إذا كانت : $٢^{س} = ٣$ ، $٢^{ص} = ٥$ فإن : $٢^{س + ص} =$ .... (غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ١٧)

(أ) ١٥ (ب) ٨ (جـ) ٢ (د) −٢

---

٥ إذا كان : $س^{-٣} = ١٢٥$ فإن : س = ... (كوم حمادة - البحيرة - ١٧)

(أ) ± ٠,٢ (ب) ٠,٠٢ (جـ) ٠,٢ (د) ٥

---

٦ $\left(\frac{\sqrt{٥}}{٣}\right)^{-٢} =$ .... (الإسماعيلية - الإسماعيلية - ١٨)

(أ) $\frac{٩}{٥}$ (ب) $\frac{-٥}{٩}$ (جـ) $\frac{٥}{٩}$ (د) $\frac{-٩}{٥}$

---

٧ $٢^{٥} + (\sqrt{٢})^{١٠} =$ .... (إطسا - الفيوم - ١٨)

(أ) $٢^{٦}$ (ب) $١٠^{١٠}$ (جـ) $(\sqrt{٢})^{١٥}$ (د) $(\sqrt{٢})^{٢٠}$

---

٨ $٢^{٨} + ٢^{٨} + ٢^{٨} + ٢^{٨} =$ .... (سمنود - الغربية - ١٩)

(أ) $٢^{٢٤}$ (ب) $٢^{١٠}$ (جـ) $٤^{٨}$ (د) $٨^{٢٤}$

---

٩ $\frac{(\sqrt{٣})^{٣} \times (\sqrt{٣})^{٥}}{(\sqrt{٣})^{٦}} =$ .... (السنبلاوين - الدقهلية - ١٩)

(أ) ٣ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) ٩ (د) $\frac{١}{٩}$

---

١٠ $٣^{٤} + ٣^{٤} + ٣^{٤} =$ .... (عين شمس - القاهرة - ١٦)

(أ) $٣^{٤}$ (ب) $٣^{٥}$ (جـ) $٣^{٣}$ (د) $٤^{٣}$

---

١١ إذا كان : $٢^{س - ٣} = ١$ فإن : س = ... (الهرم - الجيزة - ١٧)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) −٣

١٢ إذا كان : $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{س} = \frac{٨}{٢٧}$ فإن : س = ... (وسط - الإسكندرية - ١٧)

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ١ (د) ٨

---

١٣ ربع العدد $٤^{٣}$ = ... (الإبراهيمية - الشرقية - ١٧)

(أ) $٢^{٤}$ (ب) $٢^{٨}$ (جـ) $٢^{٣}$ (د) $٢^{٥}$

---

١٤ $س^{٣} ص^{-٣} = ٨$ فإن : $\frac{س}{ص}$ = ... (شرق المحلة - الغربية - ١٨)

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٨}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ٢

---

١٥ $٣^{س} + ٣^{س} = ٦$ فإن : س = ... (أجا - الدقهلية - ١٨)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٩

---

١٦ إذا كان : $٣^{س} = ٤$ فإن : $٩^{س}$ = ... (أسيوط - أسيوط - ١٩)

(أ) ٨ (ب) ١٨ (جـ) ٨١ (د) ١٦

---

١٧ سدس العدد $٢^{٤} \times ٣^{٤}$ = ... (إهناسيا - بني سويف - ١٩)

(أ) $٦^{١٠}$ (ب) $٦^{٤}$ (جـ) $٦^{٢٤}$ (د) $٦^{٩}$

---

١٨ إذا كان : $٣^{س} = ٥$ ، $\frac{١}{٣^{ص}} = ٧$ فإن : $٣^{س + ص}$ = ... (ديرب نجم - الشرقية - ١٦)

(أ) ٢ (ب) ١٢ (جـ) $\frac{٧}{٥}$ (د) $\frac{٥}{٧}$

---

١٩ $٤ \times ١٥ \div ١٢ - ٥$ = ... (طور سيناء - جنوب سيناء - ١٦)

(أ) صفر (ب) ٢ (جـ) ٧ (د) $\frac{٦٠}{٧}$

---

٢٠ $٤^{٢} - (\sqrt[٣]{٨})^{٢} + ١٦ \times (-٢)^{-٤}$ = ... (شرق مدينة نصر - القاهرة - ١٨)

(أ) ٨ (ب) ٩ (جـ) ١ (د) ٠

---

٢١ إذا كان : $(س - ٣)^{صفر} = ١$ فإن : س ∈ .... (بيلا - كفر الشيخ - ١٧)

(أ) ع (ب) ع − {٣} (جـ) ع − {−٣} (د) {٣}

---

٢٢ $٣^{صفر} + ٣^{-١}$ = ... (المطرية - القاهرة - ١٨)

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{٤}{٣}$ (جـ) −٣ (د) ٣

---

٢٣ $(\sqrt[٣]{٢} \times \sqrt[٣]{٤})^{٢}$ = ... (سنورس - الفيوم - ١٧)

(أ) ٦٤ (ب) ٣٦ (جـ) ٤ (د) ٨

ثانيا أسئلة الإكمال

1. $(\sqrt{5})^{-2} = \ldots\ldots$ (عين شمس - القاهرة ١٨)

2. إذا كان : $(س - 3)^{\text{صفر}} = 1$ فإن : س $\neq \ldots\ldots$ (دمياط - دمياط ١٨)

3. $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^{9} (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{9} = \ldots\ldots$ (شرق - الإسكندرية ١٨)

4. المعكوس الضربى للعدد $(\sqrt{3})^{4}$ هو ...... (غرب شبرا الخيمة - القليوبية ١٧)

5. $(\sqrt{5})^{0} \div 5\sqrt{5} = \ldots\ldots$ (فى أبسط صورة) (أسيوط - أسيوط ١٧)

6. $(0.1)^{-2} = \ldots\ldots$ (الداخلة - الوادى الجديد ١٦)

7. إذا كان : $\sqrt{\frac{أ}{ب}} = \frac{2}{3}$ فإن : $\frac{ب}{أ} = \ldots\ldots$ (القناطر الخيرية - القليوبية ١٩)

8. $(\sqrt{3}) \div (\sqrt{3})^{-1} = \ldots\ldots$ (كفر الدوار - البحيرة ١٩)

9. المعكوس الضربى للعدد $(-3)^{\text{صفر}}$ هو ...... (فوة - كفر الشيخ ١٩)

10. إذا كان : $\left(\frac{3}{5}\right)^{س + 4} = 1$ فإن : س = ... (شرق كفر الشيخ - كفر الشيخ ١٩)

11. $(-5)^{-3} = \ldots\ldots$ (شرق - بورسعيد ١٩)

12. إذا كان : $3^{س} \times 2^{-س} = 1.5$ فإن : س = ... (غرب الفيوم - الفيوم ١٩)

13. $(\sqrt{3})^{4} \times (\sqrt{3})^{2} = 3^{\cdots}$ (المنيا - المنيا ١٨)

14. إذا كان : $5^{س} = 7$ فإن : $5^{س + 1} = \ldots\ldots$ (الإسماعيلية - الإسماعيلية ١٨)

15. إذا كان : $2^{س} = 3$ فإن : $8^{-س} = \ldots\ldots$ (منوف - المنوفية ١٨)

16. إذا كان : $2^{س} = 3^{س}$ فإن : س = ... (الهرم - الجيزة ١٧)

17. إذا كان : $\left(\frac{5}{3}\right)^{س} = \frac{27}{125}$ فإن : س = ... (المنيا - المنيا ١٦)

18. إذا كان : 3 س = 6 فإن : $(2)^{-س} = \ldots\ldots$ (عين شمس - القاهرة ١٨)

19. $2^{\text{صفر}} + 2^{-1} - \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^{2} = \ldots\ldots$ (شرق المحلة - الغربية ١٨)

٢٠ $2^{-3} \times 3^{2} \div 4^{-2} = \dots\dots\dots\dots$ (المنيا - المنيا - ١٦)

٢١ ٢ صفر + $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\right) = \dots\dots\dots\dots$ (بيلا - كفر الشيخ - ١٧)

٢٢ إذا كان: $س + \frac{1}{س} = \sqrt{3}$ فإن: $س^2 + \frac{1}{س^2} = \dots\dots\dots\dots$ (أشمون - المنوفية - ١٩)

ثالثًا الأسئلة المقالية

١ اختصر لأبسط صورة كلًا مما يأتي:

١) $\frac{(\sqrt{5})^{3} \times (\sqrt{5})^{2}}{(\sqrt{5})^{-3} \times (\sqrt{5})^{4}}$ (إسنا - الأقصر - ١٧)

٢) $\frac{2^{2ن} \times 3^{2ن}}{6^{2ن}}$ (أسيوط - أسيوط - ١٦)

٣) $\frac{(\sqrt{3})^{-4} \times (\sqrt{3})^{-3}}{(\sqrt{3})^{-5} \times (\sqrt{3})}$ (سنورس - الفيوم - ١٧)

٤) $\frac{4^{ن} \times 6^{2ن}}{2^{ن+4} \times 3^{2ن}}$ (أسيوط - أسيوط - ١٧)

٥) $\frac{(\sqrt{3})^{-4} \times (\sqrt{3})^{-5}}{(\sqrt{3})^{-11}}$ (قنا - قنا - ١٦)

٦) $\frac{9^{س} \times 3^{س+2}}{(27)^{س}}$ (شرق المحلة - الغربية - ١٨)

٧) $\frac{(\sqrt{3})^{5} \times 3^{-3}}{3 \times (\sqrt{3})^{5}}$ (حدائق القبة - القاهرة - ١٩)

٨) $\frac{2^{2ن+1} \times 5^{2ن-1}}{(10)^{2ن}}$ (ديرب نجم - الشرقية - ١٨)

٢ اختصر لأبسط صورة: $\frac{4^{س+1} \times 9^{2-س}}{6^{2س}}$ ثم احسب قيمة الناتج عند: $س = 1$ (أشمون - المنوفية - ١٩)

٣ إذا كان: $5^{س-1} = 25$ أوجد قيمة: س (مصر القديمة - القاهرة - ١٧)

٤ إذا كان: $2^{س-2} = 16$ أوجد قيمة: س (الوراق - الجيزة - ١٧)

٥ إذا كان: $3^{س} = 27$ أوجد قيمة: $4^{س}$ (العامرية - الإسكندرية - ١٧)

٦ إذا كان: $2^{س} = 8$ ، $5^{س+ص} = 1$ فأوجد قيمة: س ، ص (جنوب الجيزة - الجيزة - ١٨)

٧ إذا كان: $\left(\frac{3}{2}\right)^{س-1} = 3\frac{3}{8}$ ، أوجد قيمة: س (الدلنجات - البحيرة - ١٨)

٨ إذا كان: $(\sqrt{3})^{س+1} = 9$ فأوجد قيمة: س (ديرب نجم - الشرقية - ١٦)

٩ أوجد قيمة س إذا كان: $3^{س-2} = \frac{1}{9}$ (توجيه - السويس - ١٦)

١٠ أوجد قيمة ن حيث ن ∈ ص : $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{ن - ١} = ٢\frac{١}{٤}$ (الحوامدية - الجيزة - ١٩)

١١ أوجد قيمة س إذا كانت : $\left(\sqrt{\frac{٢}{٣}}\right)^{س - ٢} = \frac{٤}{٩}$ (المنيا - المنيا - ١٩)

١٢ إذا كان : $\left(\frac{١}{٣}\right)^{س} = ٨١$ فأوجد قيمة : $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{س + ٢}$ (شبين الكوم - المنوفية - ١٩)

١٣ إذا كان : $\frac{٢^{س} \times ٣^{س}}{١٢^{س}} = \frac{١}{٢}$ فأوجد قيمة : س (غرب المحلة - الغربية - ١٩)

١٤ إذا كان : س = $\sqrt{٣}$ ، ص = $\sqrt{٧}$ أوجد قيمة : $(س + ص)^{٢} (س - ص)^{٢}$ (أسوان - أسوان - ١٦)

١٥ إذا كان : س = $\sqrt{٥}$ ، ص = $\sqrt{٣}$ أوجد قيمة : $\frac{س^{٤} - ص^{٤}}{س^{٢} - ص^{٢}}$ (غرب الفيوم - الفيوم - ١٦)

١٦ إذا كانت : س = ٣ ، ص = $\sqrt{٢}$ فأوجد القيمة العددية لكل مما يأتى فى أبسط صورة :

١ $س^{٢} + ص^{٤}$ ٢ $س^{-٢} \times ص^{٤}$ (ديرب نجم - الشرقية - ١٨)

١٧ س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، ص = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ ، ع = $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$ فأوجد قيمة : $س^{٢} + (س ع)^{٢} \times ص^{٢}$ (إسنا - الأقصر - ١٧)



ملخص الوحدة الثالثة
الاحتمال

- احتمال حدوث ناتج معين = $\frac{\text{عدد مرات تكرار هذا الناتج}}{\text{عدد جميع النواتج الممكنة}}$
- العدد المتوقع لحدوث نواتج معينة = احتمال حدوثها × العدد الكلى للمفردات المعطاة.

التجربة العشوائية :

هى تجربة نستطيع معرفة جميع نواتجها الممكنة قبل إجرائها وإن كنا لا نستطيع تحديد أى هذه النواتج سيتحقق فعلًا عند إجرائها.

فضاء العينة :

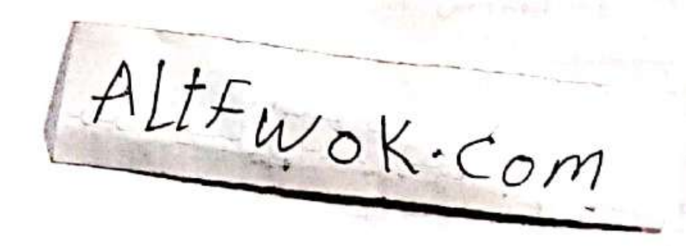
هو مجموعة كل النواتج الممكنة للتجربة العشوائية ويرمز لها بالرمز ف

الحدث :

هو مجموعة جزئية من فضاء العينة.

احتمال وقوع أى حدث أ ⊂ ف يُرمز له بالرمز ل (أ) ويُعطى بالعلاقة :

ل (أ) = $\frac{\text{عدد عناصر الحدث أ}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}}$ = $\frac{\text{ن (أ)}}{\text{ن (ف)}}$



أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

١ إذا كان أ حدث فى فضاء العينة ف فإن : أ .... ف (قوة - كفر الشيخ ١٩)

(أ) $\ni$ (ب) $\not\ni$ (جـ) $\supset$ (د) $\not\supset$

---

٢ عند إلقاء قطعة نقود فإن احتمال ظهور الصورة يساوى .... (الوايلى - القاهرة ١٦)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{١}{٤}$

---

٣ إذا كان احتمال نجاح طالب ٠,٧ فإن احتمال رسوبه هو .... (شمال الجيزة - الجيزة ١٩)

(أ) ٠,٧ (ب) ٠,١ (جـ) ٠,٢ (د) ٠,٣

---

٤ إذا كان احتمال أن يحل طالب مسألة هو ٠,٧ فإن عدد المسائل المتوقع أن يحلها من بين ٢٠ مسألة يساوى .... (أبو قرقاص - المنيا ١٥)

(أ) ٧ (ب) ١٠ (جـ) ١٤ (د) ٢٠

---

٥ احتمال الحدث المستحيل يساوى .... (المنتزه - الإسكندرية ١٦)

(أ) ١ (ب) ١- (جـ) صفر (د) $\varnothing$

---

٦ احتمال الحدث المؤكد يساوى .... (٦ أكتوبر - الجيزة ١٩)

(أ) ١ (ب) صفر (جـ) ٢ (د) ٣

---

٧ سُحبت بطاقة واحدة عشوائيًا من بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠ ، فإن احتمال البطاقة المسحوبة تحمل عددًا زوجيًا أكبر من ٣ يساوى .... (القوصية - أسيوط ١٩)

(أ) $\frac{٣}{١٠}$ (ب) $\frac{٤}{١٠}$ (جـ) $\frac{٥}{١٠}$ (د) $\frac{٧}{١٠}$

---

٨ صندوق يحتوي على عدد من الكرات نصفها بيضاء وثلثها خضراء ، وباقى الكرات زرقاء ، فإذا سُحبت واحدة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون الكرة المسحوبة زرقاء يساوى .... (كفر شكر - القليوبية ١٨)

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{١}{٢}$

---

٩ عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوى فإن احتمال ظهور عدد يقبل القسمة على ٣ يساوى .... (أوسيم - الجيزة ١٩)

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

10 ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور العدد ٧ يساوى .... (شرق الزقازيق - الشرقية - ١٩)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

11 عند إلقاء قطعة نقود مرة واحدة فإن احتمال ظهور الكتابة يساوى .... (أشمون - المنوفية - ١٩)

(أ) ٢ (ب) ١ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{١}{٤}$

12 عند إلقاء قطعة نقود احتمال ظهور صورة يساوى .... (أبو حمص - البحيرة - ١٩)

(أ) ٥ ٪ (ب) ٥٠ ٪ (جـ) ٠,٠٥ ٪ (د) ٥٠

13 عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد أولى يساوى .... (بسيون - الغربية - ١٩)

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

14 أى من الآتى يمكن أن يكون احتمالًا لأحد الأحداث ؟ (سمسطا - بنى سويف - ١٩)

(أ) −٠,٧٣ (ب) ١,٢٣ (جـ) ٧٩ ٪ (د) $\frac{٤}{٣}$

15 عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال أن يكون العدد الظاهر على الوجه العلوى عددًا زوجيًا يساوى .... (ملوى - المنيا - ١٩)

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{١}{٥}$

16 إذا كان احتمال نجاح طالب فى أحد الاختبارات ٧٥ ٪ فإن احتمال رسوبه يساوى .... (ملوى - المنيا - ١٩)

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{١}{٤}$

17 ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور العدد ٥ يساوى .... (عين شمس - القاهرة - ١٩)

(أ) صفر (ب) $\frac{١}{٦}$ (جـ) $\frac{-٥}{٦}$ (د) $\frac{٥}{٦}$

ثانيًا أسئلة الإكمال

1 .... ≥ احتمال أى حدث ≥ .... (الشيخ زايد - الجيزة - ١٩)

2 لأى حدث أ ⊂ ف يكون ل (أ) ∈ الفترة .... (ميت غمر - الدقهلية - ١٩)

3 أُلقى حجر نرد مرة واحدة ، فإن احتمال ظهور العدد ٢ يساوى .... (المنتزه - الإسكندرية - ١٦)

4 احتمال ظهور عدد أكبر من ١٠ عند رمى حجر نرد منتظم مرة واحدة يساوى .... (كوم حمادة - البحيرة - ١٩)

٥ إذا كان احتمال نجاح طالب هو $\frac{٧}{١٠}$ فإن احتمال رسوبه .... (الوايلى - القاهرة - ١٦)

٦ إذا كان احتمال النجاح لطالب هو ٩٥ ٪ فإن احتمال الرسوب يساوى .... ٪ (غرب الفيوم - الفيوم - ١٩)

٧ فصل دراسى به ٢٥ ولدًا ، ٢٠ بنتًا فإذا اختير أحدهم عشوائيًا فإن احتمال أن تكون بنت هو ....

(ميت غمر - الدقهلية - ١٩)

٨ إذا اختير عشوائيًا أحد أرقام العدد ٣٧٤٥٢ فإن احتمال أن يكون الرقم المختار زوجيًا يساوى ....

(عين شمس - القاهرة - ١٦)

٩ كيس به ٩ بطاقات مرقمة من ١ إلى ٩ ، سُحبت منه بطاقة واحدة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون هذه البطاقة تحمل عددًا أوليًا فرديًا يساوى .... (إيتاى البارود - البحيرة - ١٩)

١٠ سُحبت كرة عشوائيًا من صندوق به كرات مرقمة من ٥ إلى ١٩ فإن احتمال أن تحمل الكرة عددًا أوليًا يساوى .... (دسوق - كفر الشيخ - ١٦)

ثالثًا الأسئلة المقالية

١ ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فما احتمال ظهور كل من الحدثين الآتيين :

١ ظهور عدد أقل من ١   ٢ ظهور عدد أكبر من ٤ (الفشن - بنى سويف - ١٩)

٢ إذا سُحبت بطاقة عشوائيًا من ١٠ بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠ **أوجد احتمال سحب بطاقة تحمل رقمًا :**

١ زوجيًا.   ٢ لا يقبل القسمة على ٥ (الساحل - القاهرة - ١٦)

٣ يحتوى صندوق على ١٢ كرة حمراء ، ١٨ كرة بيضاء ، ٢٠ كرة زرقاء سحبت كرة واحدة عشوائيًا ،

احسب احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :

١ حمراء.   ٢ ليست بيضاء. (غرب الفيوم - الفيوم - ١٩)

٤ سُحبت بطاقة واحدة عشوائيًا من كيس يحتوى على ١٠ بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠

أوجد احتمال أن يكون العدد المكتوب على البطاقة المسحوبة :

١ يقبل القسمة على ٣   ٢ عددًا أوليًا. (ديرب نجم - الشرقية - ١٦)

٥ كيس به عدد من الكرات المتماثلة منها ٢ باللون الأخضر ، ٤ باللون الأزرق والباقى باللون الأحمر فإذا كان احتمال سحب كرة باللون الأخضر هو $\frac{١}{٦}$ فأوجد عدد الكرات الحمراء. (سيدى سالم - كفر الشيخ - ١٩)

٦ ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فما احتمال ظهور كل من الحدثين الآتيين : (أبو تشت - قنا - ١٩)

١ ظهور عدد يقبل القسمة على ٧ ٢ ظهور عدد أولى ≥ ٤

٧ مدرسة بها ٣٢٠ تلميذًا وتلميذة إذا كان احتمال أن يكون التلميذ المثالى ولدًا هو ٠,٦ فأوجد عدد بنات المدرسة. (فوة - كفر الشيخ - ١٩)

٨ من مجموعة الأرقام {٢ ، ٣ ، ٥} كون مجموعة الأعداد المكونة من رقمين مختلفين ثم أوجد احتمال أن يكون أحد الأعداد المكونة زوجيًا. (شرق كفر الشيخ - كفر الشيخ - ١٥)

٩ يلعب نادى ٣٠ مباراة فى الدورى العام فإذا كان احتمال تعادله فى إحدى المباريات هو ٠,٣ واحتمال فوزه هو ٠,٦ . أوجد : (صدفا - أسيوط - ١٩)

١ عدد المباريات المتوقع أن يتعادل فيها. ٢ عدد المباريات المتوقع أن يخسرها.

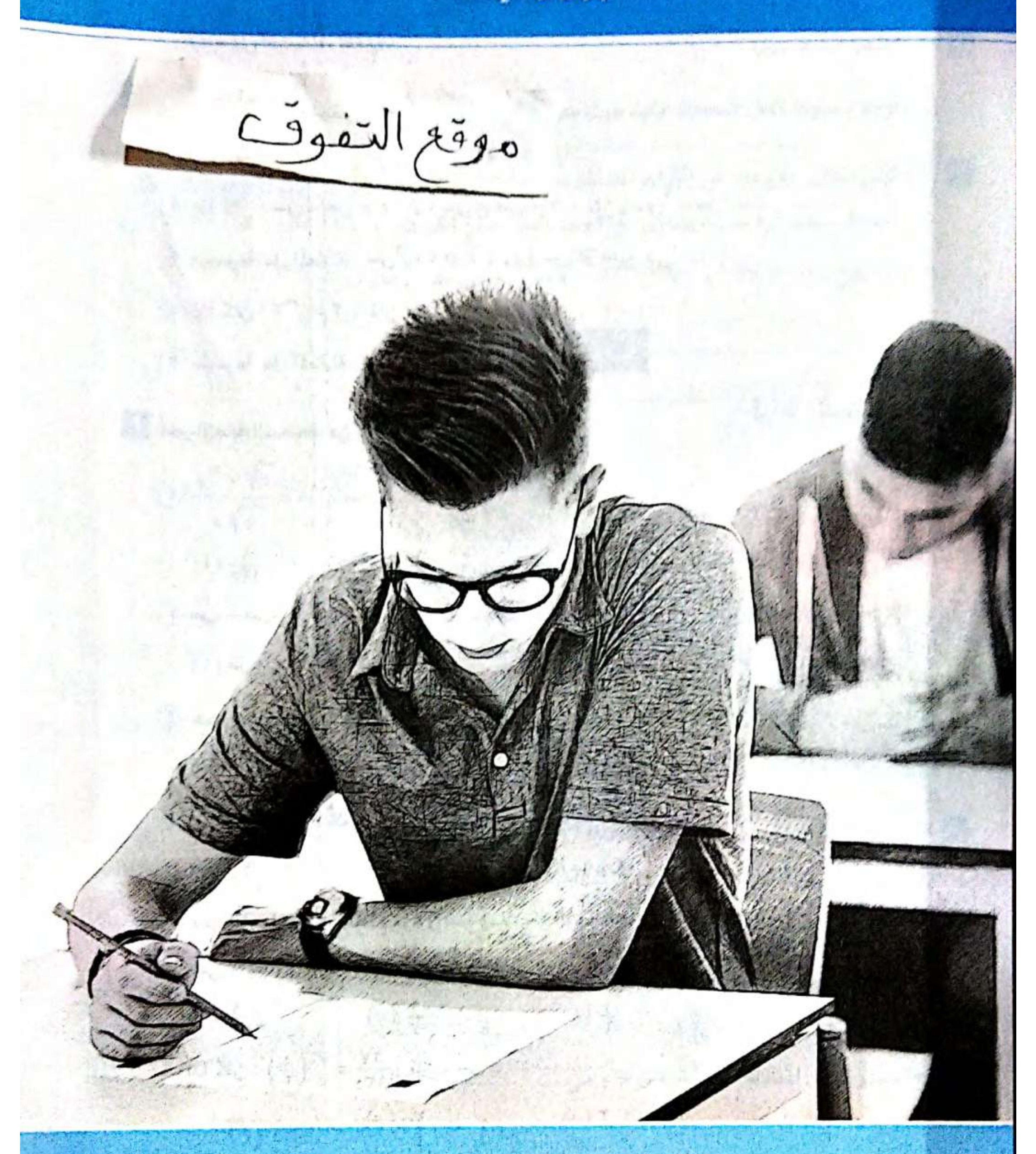
١٠ مجموعة من البطاقات مرقمة من ١ إلى ٢٤ فإذا سُحبت منها بطاقة واحدة عشوائيًا.

أوجد احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة عليها :

١ عدد مضاعف للعدد ٦ ٢ عدد مربع كامل. (العمرانية - الجيزة - ١٩)

الامتحانات النهائيـة

فى الجبر والإحصاء



نموذج ١

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ أكمل ما يأتى :

١ إذا كانت : $٢^{س+٣} = ١$ فإن : س = ...

٢ إذا كان : س + ص = ٤ ، س − ص = ٢ فإن : $س^٢ - ص^٢$ = ...

٣ مجموعة حل المعادلة : $س^٢ - ١ = ٨$ ، حيث س ∋ $ص_+$ هى ....

٤ إذا كان : $٢^س = ٣$ فإن : $٨^{-س}$ = ...

٥ مجموعة حل المعادلة : $س^٢ - ٣ = ٠$ فى ح هى ....

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $\frac{٥^{-٢} \times \sqrt{٥}}{٥ \sqrt{٥}}$ = ...

(أ) $\frac{١}{١٢٥}$ (ب) $\frac{١}{٢٥}$ (جـ) ٢٥ (د) ١٢٥

٢ $ص - ص_-$ = ...

(أ) $ص_+$ (ب) ط (جـ) ∅ (د) {٠}

٣ حجم مكعب طول حرفه ٣ سم يساوى .... $سم^٣$

(أ) ٩ (ب) ١٢ (جـ) ٢٧ (د) ٨١

٤ إذا كان المقدار الثلاثى : $س^٢ + ك س + ٣٦$ مربعًا كاملاً فإن : ك = ...

(أ) ± ٦ (ب) ± ٨ (جـ) ± ١٢ (د) ± ١٨

٥ عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوى فإن احتمال ظهور عدد يقبل القسمة على ٣ يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

٦ إذا كان : $\left(\frac{٥}{٣}\right)^س = \frac{٢٧}{١٢٥}$ فإن : س = ...

(أ) −٥ (ب) −٣ (جـ) ٣ (د) ٥

٣ حلل كلًا من المقادير الآتية :

١ $س^٢ + ٨ س + ١٥$ ٢ $٢ س^٢ + ٧ س + ٣$

٣ $س^٣ - ١$ ٤ $أ س - ٧ أ + ٣ س - ٢١$

---

٤ (أ) اختصر لأبسط صورة : $\frac{٤^ن \times ٦^{٢ن}}{١٢^ن \times ٣^{٢ن}}$

(ب) أوجد مجموعة الحل للمعادلة الآتية حيث $س \in ح$: $س^٢ - ٨ س + ١٢ = ٠$

---

٥ (أ) كيس يحتوى على عدد من الكرات المتماثلة منها ٥ كرات بيضاء والباقى من اللون الأحمر ، فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء يساوى $\frac{٢}{٣}$ فأوجد العدد الكلى للكرات.

(ب) إذا كان : $٣^س = ٢٧$ ، $٤^{س + ص} = ١$ فأوجد : قيمتى س ، ص

نموذج ٢

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ أكمل ما يأتى :

١ $٩ أ^٢ - ٤ ب^٢ = (٣ أ - ....) (.............. + ٢ ب)$

٢ $س^٣ - .... = (س - ٢) (.............. + ٢ س + ٤)$

٣ $(٥ س - ٢ ص) (٢٥ س^٢ + ١٠ س ص + ٤ ص^٢) = ...$

٤ إذا كان : $\frac{٢ س}{٥} = ٦$ فإن : س = ...

٥ كيس به ٩ بطاقات مرقمة من ١ إلى ٩ ، سحبت منه بطاقة واحدة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون هذه البطاقة تحمل عددًا أوليًا فرديًا يساوى ....

---

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $س^٣ ص^{-٣} = ٨$ فإن : $\frac{ص}{س} = ...$

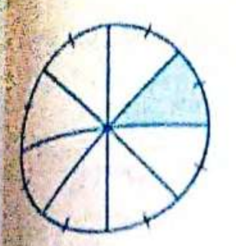
(أ) ٨   (ب) $\frac{١}{٨}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ٢

٢ المقدار : $س^٢ + ٤ س + أ$ يكون مربعًا كاملًا إذا كانت أ = ...

(أ) ٣   (ب) ٤   (جـ) ٨   (د) ١٦

٣ مجموعة حل المعادلة : $س^٢ - س = ٠$ هى .... $(س \in ح)$

(أ) $\{٠\}$ (ب) $\varnothing$ (جـ) $\{٠ ، ١\}$ (د) $\{١\}$



٤ في الشكل المقابل :

الجزء المظلل يمثل .... الدائرة.

(أ) $\frac{١}{٨}$ (ب) $\frac{١}{٦}$

(جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{١}{٣}$

٥ إذا كان : $٣^{س} + ٣^{س} + ٣^{س} = ١$ فإن : س = ...

(أ) -١ (ب) ٠ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) ١

٦ إذا كان : $٦^{س} = ١١$ فإن : $٦^{س+١} = $ ....

(أ) ١٢ (ب) ٢٢ (جـ) ٦٦ (د) ٧٢

٣ حلل كلًا مما يأتي :

١ $٤ س^{٢} - ٩$

٢ $س^{٣} + ٨$

٣ $س^{٢} - ٥ س$

٤ $س^{٢} - ٧ س + ١٢$

٤ (أ) أوجد مجموعة الحل في ح للمعادلة : $س^{٢} - س - ٦ = ٠$

(ب) اختصر لأبسط صورة : $\frac{(\sqrt{٢})^{٥} \times (٣)^{-٢}}{٣ \times (\sqrt{٢})^{٩}}$

٥ (أ) إذا كان : $\frac{٢^{س} \times ٣^{س}}{(١٢)^{س}} = \frac{١}{٢}$ فأوجد : قيمة س

(ب) كيس به عدد من الكرات المتماثلة منها ٢ باللون الأخضر ، ٤ باللون الأزرق والباقي باللون الأحمر ، فإذا كان احتمال سحب كرة باللون الأخضر هو $\frac{١}{٦}$ فأوجد عدد الكرات الحمراء.

نموذج امتحان للطلاب المدمجين

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموعة حل المعادلة : $س^{٢} + ٢٥ = ٠$ في ح هي ....

(أ) {٥ ، -٥} (ب) {٥} (جـ) {-٥} (د) Ø

٢ إذا كان المقدار : $س^{٢} + أ س + ٩$ مربعًا كاملاً فإن : أ = ...

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ٩ (د) ١٨

٣ إذا كان (س − ١) أحد عاملي المقدار : $س^{٢} - ٤ س + ٣$ فإن العامل الآخر هو ....

(أ) (س + ٣) (ب) (س + ١) (جـ) (س − ٣) (د) (س − ٤)

٤ إذا كان : $\left(\frac{٥}{٣}\right)^{س} = \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٢}$ فإن : س = ...

(أ) -٢ (ب) ٢ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{-١}{٢}$

٥ احتمال الحدث المؤكد يساوى ....

(أ) صفر (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) ١ (د) ٢

٢ صل من العمود (أ) بما يناسبه من العمود (ب) :

العمود (أ)	العمود (ب)
١ إذا كان : $أ^{٢} - ب^{٢} = ١٥$ ، أ + ب = ٣ فإن : أ − ب = ...	• ٥
٢ إذا اختير عشوائيًا أحد أرقام العدد ٣٧٤٥٠ فإن احتمال أن يكون الرقم المختار زوجيًا يساوى	• ٦
٣ إذا كان : $(س + ٣ ص)^{٢} = س^{٢} + ك س ص + ٩ ص^{٢}$ فإن : ك = ...	• $\frac{٢}{٥}$
٤ $٤^{٣} + ٤^{٣} + ٤^{٣} + ٤^{٣} =$	• صفر
٥ احتمال الحدث المستحيل يساوى	• $٤^{٤}$

٣ أكمل ما يلي :

١ س٢ − ص٢ = (.............. − ....) (.............. + ...)

٢ س٣ − ٨ = (.............. − ....) (س٢ + ٢ س + ...)

٣ س٢ − ٥ س + ٦ = (س − ....) (.............. − ٣)

٤ (أ + ب) س + (أ + ب) ص = (أ + ...) (.............. + ...)

٤ ضع علامة (✓) أو (✗) :

١ مدرسة بها ٣٢٠ تلميذًا وتلميذة ، إذا كان احتمال أن يكون التلميذ المثالي ولدًا هو ٠.٦
فإن عدد البنات يساوي ١٢٨ ( )

٢ إذا كانت : ٣^س = ٢٧ فإن : س = $\frac{١}{٣}$ ( )

٣ سحبت بطاقة عشوائيًا من بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠
فإن احتمال أن تكون البطاقة تحمل عددًا فرديًا أكبر من ٣ هو $\frac{٣}{١٠}$ ( )

٤ العدد الحقيقي الموجب الذي إذا أضيف مربعه إلى ثلاثة أمثاله كان الناتج ٢٨ هو ٤ ( )

٥ مجموعة حل المعادلة : س (س − ٣) (س + ٥) = ٠ في ح هي {٠ ، ٣ ، −٥} ( )

٥ أكمل الحل ليصبح المقدار $\frac{٤^{ن} \times ٦^{٢ن}}{٢^{٤ن} \times ٣^{٢ن}}$ في أبسط صورة :

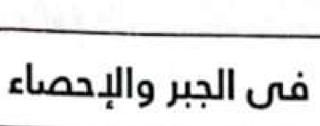
$$\frac{(٢^{......})^{ن} \times (...... \times ٣)^{٢ن}}{٢^{٤ن} \times ٣^{٢ن}} = \frac{٢^{......} \times ......^{٢ن} \times ٣^{٢ن}}{٢^{٤ن} \times ٣^{٢ن}}$$

$$= ٢^{...... + ٢ن - ......} \times ٣^{٢ن - ......}$$

$$= ٢^{......} \times ٣^{......}$$

$$= ....$$





١ محافظة القاهرة



إدارة البساتين ودار السلام
توجيه الرياضيات

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : س + ص = ٣ ، س − ص = ١ فإن : $س^٢ − ص^٢$ = ...

٢ مجموعة حل المعادلة : $س^٢ − ٢ = ٠$ فى ح هى ....

٣ $س^٣$ + ... = (س + ١) (.............. − س + ١)

٤ $٤ أ^٢ − ٩ ب^٢$ = (.............. − ٣ ب) (٢ أ + ...)

٥ إذا كان : $٣^{س} = ٢$ فإن : $٣^{-س}$ = ...

٦ $\sqrt{٥} + \sqrt{٥}$ = ...

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $٢^{س} = ٥$ فإن : $٢^{س+١}$ = ...

(أ) ٧ (ب) ١٠ (جـ) ١٢ (د) ٣

٢ مجموعة حل المعادلة : $س^٢ + ١ = ٠$ فى ح هى ....

(أ) {١} (ب) {−١} (جـ) ∅ (د) {١ ، −١}

٣ نصف العدد $٢^{١٠}$ = ...

(أ) $٢^٥$ (ب) $٤^٥$ (جـ) $٢^٩$ (د) ١٠

٤ إذا كانت نسبة نجاح طالب فى الامتحان هى ٨٥ ٪ فإن نسبة رسوبه هى ....

(أ) ١٥ (ب) ٠,١٥ (جـ) ١,٥ (د) ٠,٠١٥

٥ المقدار : $س^٢$ + ك س + ٩ يكون مربعًا كاملًا إذا كانت ك = ...

(أ) ٦ (ب) ٣ (جـ) ± ٦ (د) ± ٣

٣ حلل تحليلًا كاملًا :

١ $٢ س^٣ − ٥٠ س$

٢ $س^٣ − ٨$

٣ أ ب − ٣ ب + ٥ أ − ١٥

٤ $س^٢ − ٥ س + ٦$

٤ (أ) اختصر لأبسط صورة : $\frac{٣^{ن+١} \times ٢^{ن}}{٦^{ن+١}}$

(ب) أوجد مجموعة الحل للمعادلة الآتية فى ح : $س^٢ + ٣ س − ٢٨ = ٠$

٥ (أ) إذا كان : $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{س - ٢} = \frac{٨}{٢٧}$ **أوجد قيمة :** س + ٣

(ب) أُلقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فقط مع ملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى.

احسب احتمال أن يكون العدد الظاهر :

١ عددًا فرديًا أوليًا. ٢ عددًا زوجيًا. ٣ عددًا يقبل القسمة على ٥



٢ محافظة الجيزة

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : س − ص = ٣ ، $س^٢ - ص^٢ = ٢١$ فإن : س + ص = ...

(أ) ٧ (ب) ٦٣ (جـ) ١٨ (د) ٢٤

٢ إذا كان المقدار : $س^٢ + ك س + ٣٦$ مربعًا كاملًا فإن : ك = ...

(أ) ± ٦ (ب) ± ٨ (جـ) ± ١٢ (د) ± ١٨

٣ نصف العدد $٢^{١٨}$ = ...

(أ) $٢^٩$ (ب) $٢^{١٩}$ (جـ) $٢^{١٧}$ (د) $٢^٨$

٤ مجموعة حل المعادلة : $س^٢ - س = ٠$ فى ح هى ....

(أ) {٠} (ب) ∅ (جـ) {٠ ، ١} (د) {١}

٥ إذا كان : $\left(\frac{٥}{٣}\right)^{س} = \frac{١٢٥}{٢٧}$ فإن : س = ...

(أ) ٣ (ب) −٣ (جـ) ٥ (د) − ٥

٦ إذا كان عمر فريدة الآن س سنة فإن عمرها بعد خمس سنوات .... سنة.

(أ) ٥ س (ب) س − ٥ (جـ) س (د) س + ٥

٢ أكمل ما يأتى :

١ $٤^٢ + ٤^٢ + ٤^٢ + ٤^٢$ = ...

٢ احتمال وقوع الحدث المؤكد يساوى ....

٣ إذا كان : (٢ س + ١) أحد عاملى المقدار : $٢ س^٢ + ٣ س + ١$ فإن العامل الآخر هو ....

٤ إذا كان : $٥^{س + ٢} = ٧^{س + ٢}$ فإن : س = ...

٥ إذا كان : $٢^{س} = ٣$ ، $٢^{ص} = ٥$ فإن : $٢^{س + ص}$ = ...

٣ حلل كلًا مما يأتى تحليلًا كاملًا :

١ $س^٢ + ٨ س + ١٥$ ٢ $٢ س^٣ + ١٦$

٣ $س ص - ٧ ص + ٣ س - ٢١$ ٤ $٤ س^٢ - ٩$

٤ (أ) اختصر لأبسط صورة : $\frac{٤^ن \times ٦^{٢ن}}{٢^{٤ن} \times ٣^{٢ن}}$

(ب) عدد حقيقى إذا أضيف إلى مربعه كان الناتج ٤٢ فما هو العدد ؟

٥ (أ) إذا كان : $٣^{س - ١} = ٨١$ فأوجد قيمة : س

(ب) يحتوى صندوق على ١٢ كرة حمراء ، ١٨ كرة بيضاء ، ٢٠ كرة زرقاء ، سُحبت كرة واحدة عشوائيًا ، احسب احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :

١ حمراء. ٢ ليست بيضاء.



أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : $س^٢ + ص^٢ = ٧$ ، $س ص = ٣$ فإن : $(س - ص)^٢ = $ ....

(أ) ١- (ب) ١ (جـ) ١± (د) ١٠

٢ إذا كان : $س^٣ + ٢٧ = (س + ٣)(س^٢ + ك + ٩)$ فإن : ك = ...

(أ) - ٦ س (ب) -٣ س (جـ) ٣ س (د) ٦ س

٣ إذا كان : $س^٣ ص^{-٣} = ٨$ فإن : $\frac{ص}{س} = $ ....

(أ) $\frac{١}{٥١٢}$ (ب) $\frac{١}{٨}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ٢

٤ إذا كان : $٣^س = ٥$ فإن : $(٢٧)^س = $ ....

(أ) ٩ (ب) ٢٥ (جـ) ١٢٥ (د) ٧٢٩

٥ المقدار : $س^٢ + ٤ س + أ$ يكون مربعًا كاملًا إذا كانت : أ = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) ١٦

٦ إذا كان (س - ١) أحد عاملى المقدار : $س^٢ - ٤ س + ٣$ فإن العامل الآخر هو ....

(أ) س + ٣ (ب) س - ٣ (جـ) س + ١ (د) س - ٤

٢ أكمل ما يأتى :

١ ٩ $س^٢$ − ٣ س = ٣ س (٣ س − ....)

٢ إذا كانت : $س^٢$ − $ص^٢$ = ٣٥ ، س − ص = ٥ فإن : س + ص = ...

٣ مجموعة حل المعادلة : $س^٢$ + ١٦ = ٠ فى ن هى ....

٤ احتمال وقوع الحدث المستحيل يساوى ....

٥ $٣^{-٢}$ = ...

٣ حلل كلًا من المقادير الآتية :

١ $س^٢$ − ٧ س + ١٢ ٢ ٤ $م^٤$ + $ن^٤$

٣ $س^٤$ − ٨ س ٤ أ م − أ ن + م − ن

٤ (أ) أوجد مجموعة الحل فى ح :

١ $س^٢$ − ٦ س = ٠ ٢ $س^٢$ = ٩

(ب) اختصر لأبسط صورة : $\frac{(\sqrt{٣})^{-٢} \times (\sqrt{٢})^{-٤}}{(\sqrt{٣} \times \sqrt{٢})^{-٥}}$ مع توضيح الخطوات.

٥ (أ) إذا كان : $\frac{٨^{س} \times ٩^{س}}{(١٨)^{س}} = ٦٤$ فأوجد قيمة : $(٤)^{-س}$

(ب) سلة بها كرات متماثلة مرقمة من ١ إلى ١٥ ، سُحبت كرة عشوائيًا فما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :

١ تحمل عددًا زوجيًا. ٢ تحمل عددًا يقبل القسمة على ٣

٣ تحمل عددًا أوليًا.

٤ محافظة القليوبية

إدارة غرب شبرا الخيمة
صباحى

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموعة حل المعادلة : $س^٢$ + ٢٥ = ٠ فى ح هى ....

(أ) {٥} (ب) {٥ ، −٥} (جـ) ∅ (د) {−٢٥}

٢ $٣^٤$ + $٣^٤$ + $٣^٤$ = ...

(أ) $٣^٥$ (ب) $٣^{١٢}$ (جـ) $٩^٤$ (د) $٩^{١٢}$

٣ إذا كان احتمال نجاح طالب فى الامتحان هو ٠,٨ فإن احتمال رسوبه هو ....

(أ) ٨ ٪ (ب) ٢ ٪ (جـ) ٢٠ ٪ (د) ٨٠ ٪

٤ المقدار : $س^٢ + ٤ س + أ$ يكون مربعًا كاملًا إذا كانت : أ = ...

(أ) −٤ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) ١٦

٥ $[١ ، ٥] \cap]١ ، ٥[$ = ...

(أ) $\varnothing$ (ب) $\{١ ، ٥\}$ (جـ) $]١ ، ٥[$ (د) $[١ ، ٥]$

٦ إذا كان : $\left(\frac{٥}{٣}\right)^{س} = \frac{٩}{٢٥}$ فإن : س = ...

(أ) ٣ (ب) ٢ (جـ) −٣ (د) −٢

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : $س^٢ - أ = (س + ٤)(س - ٤)$ فإن : أ = ...

٢ إذا كان : $٦^{س} = ٧$ فإن : $٦^{س+١}$ = ...

٣ إذا كان : $٣^{س+١} = ٢٧$ فإن : س = ...

٤ $٢ ص^٣ + ٢$ = ... (ص + ...) ($ص^٢$ − ص + ...)

٥ احتمال ظهور كتابة عند إلقاء قطعة نقود مرة واحدة يساوى ....

٣

(أ) اختصر لأبسط صورة : $\frac{٨^{س} \times ٥^{س}}{(٢٠)^{س}}$

(ب) حلل تحليلًا كاملًا : ١ $س^٤ - ١٣ س^٢ + ٣٦$ ٢ $أ^٢ - ٢ أ ب + ب^٢ - ١$

٤

(أ) أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة : $س^٢ - ٥ س + ٤ = ٠$

(ب) صندوق به ٤ كرات حمراء ، ٣ كرات بيضاء ، كرتان خضراوان. فإذا سحبت كرة واحدة عشوائيًا فاحسب احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :

١ ليست خضراء. ٢ حمراء.

٥

(أ) مستطيل طوله ثلاثة أمثال عرضه فإذا كانت مساحة سطحه تساوى ١٢ $سم^٢$ فأوجد بعدى المستطيل.

(ب) أوجد قيمة م إذا كان : $\frac{٢^{م} \times ٣^{م}}{(١٨)^{م}} = ٩$



٥ محافظة الشرقية

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $٥^{-٢}$ = ...

(أ) -٢٥ (ب) ٢٥ (جـ) $\frac{-١}{٢٥}$ (د) $\frac{١}{٢٥}$

٢ إذا كان المقدار : $٤ س^{٢} + م س + ٩$ مربعًا كاملًا فإن : م = ...

(أ) ٦ (ب) ١٢ (جـ) ٣٦ (د) ٣

٣ إذا كانت : $(س - ٣)^{صفر} = ١$ فإن : س $\in$ ....

(أ) ح (ب) $\{-٣\}$ (جـ) ح $- \{٣\}$ (د) $\{٣\}$

٤ إذا كانت ثلاثة أمثال عدد يساوى ٣٦ فإن : $\frac{١}{٢}$ هذا العدد يساوى ....

(أ) ٤ (ب) ٦ (جـ) ٨ (د) ١٢

٥ أى من الآتى يمكن أن يكون احتمال أحد الأحداث ؟

(أ) $-٠,٥$ (ب) $١,٢$ (جـ) $\frac{٤}{٣}$ (د) ٣٧٪

٦ الزوج المرتب (−٣ ، −٥) يقع فى الربع ....

(أ) الأول. (ب) الثانى. (جـ) الثالث. (د) الرابع.

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ مجموعة حل المعادلة : $س^{٢} + ٤ = ٠$ فى ح هى ....

٢ إذا كان : $٣^{س} = ٥$ فإن : $٣^{س + ١}$ = ...

٣ إذا كان (س − ١) أحد عاملى المقدار : $س^{٢} - ٥ س + ٤$ فإن العامل الآخر هو ....

٤ أبسط صورة للمقدار : $٣^{صفر} + ٣^{-١} - \left(\frac{١}{\sqrt{٣}}\right)^{٢}$ هى ....

٥ إذا كان : $٧^{س - ٢} = ٥^{س - ٢}$ فإن : س = ...

---

٣ (أ) أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة : $س^{٢} - ٥ س + ٦ = ٠$.

(ب) حل كلًا مما يأتى تحليلًا كاملًا :

١ أ س + ٥ س + ٧ أ + ٣٥

٢ $س^{٣} + ٨$

٣ $س^{٢} - ص^{٢}$

٤ $س^{٨} - ١٦$

٤ (أ) اختصر لأبسط صورة :

١) $\frac{٢^{س} \times ٩^{س ١٠}}{(١٨)^{س}}$ ٢) $\frac{(\sqrt{٣})^{٤} \times (\sqrt{٣})^{٣}}{(\sqrt{٣})^{٥}}$

(ب) أوجد العدد الحقيقى الموجب الذى إذا أضيف مربعه إلى ثلاثة أمثاله كان الناتج مساويًا ٢٨

٥ (أ) أوجد قيمة س إذا كان : $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{٢س - ١} = \frac{٨}{١٢٥}$

(ب) صندوق يحتوى على ٣ كرات حمراء ، ٤ صفراء ، ٥ خضراء. سحبت كرة واحدة عشوائيًا.

أوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :

١) حمراء. ٢) ليست صفراء.



أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) إذا كان : $أ^{٢} - ب^{٢} = ١٦$ ، $أ - ب = ٢$ فإن : $أ + ب =$ ....

(أ) ٤ (ب) −٨ (جـ) ٨ (د) ٢

٢) إذا كان : $\sqrt{س + ٥} = ٣$ فإن : $\sqrt{س} =$ ....

(أ) صفر (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٩

٣) مجموعة حل المعادلة : $س^{٢} + ٤ = ٠$ فى ح هى ....

(أ) $\varnothing$ (ب) {−٤} (جـ) {−٢ ، ٢} (د) {−٤ ، ٤}

٤) سُدس العدد $٢^{١٢} \times ٣^{١٢}$ هو ....

(أ) $٦^{٢}$ (ب) $٦^{١١}$ (جـ) $٦^{٤}$ (د) $٦^{٢٣}$

٥) المقدار $٤ س^{٢} + ١٢ س + أ$ يكون مربعًا كاملًا عندما أ = ...

(أ) ٦ (ب) ١٦ (جـ) ١ (د) ٩

٦) إذا كان : $٥^{س} = ٤$ فإن : $٥^{س - ١} =$ ....

(أ) ١,٢٥ (ب) ٠,١٢٥ (جـ) ٠,٨ (د) ٠,٠٨

٢ أكمل العبارات الآتية لتصبح صحيحة :

١) إذا كان : $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{س} = \frac{٢٧}{١٢٥}$ فإن : س = ...

٢) $(٥ س - ٢ ص)(٢٥ س^{٢} + ١٠ س ص + ٤ ص^{٢}) =$ ....

٣ إذا كانت : $س = (\sqrt{٢} + ٣)^{٥}$ ، $ص = (\sqrt{٢} + ٣)^{-٥}$ فإن : س ص = ...

٤ مدرسة بها ٣٠٠ تلميذ فإذا كان احتمال أن يكون التلميذ المثالى ولدًا هو ٠.٦

فإن عدد البنات يساوى ....

٥ إذا كان : $أ^{٢} + ٢ أ ب + ب^{٢} = ٢٥$ فإن : أ + ب = ...

٣ (أ) حلل كلًا مما يأتى تحليلًا كاملًا :

١ $٤ م^{٤} - ٩ م^{٢} + ٦ م - ١$

٢ $٤٩ س^{٢} - ٢٥$

(ب) أوجد العدد الحقيقى الذى ضعفه يزيد عن معكوسه الضربى بمقدار الواحد الصحيح.

٤ (أ) أوجد مجموعة الحل للمعادلة : $(س - ٤)^{٥} = ٣٢$ فى ح

(ب) إذا كان : $٣^{ن - ٢} = ٢٧$ فأوجد قيمة : ن

٥ (أ) إذا كان : $٣^{س} = ٢٧$ ، $٤^{س + ص} = ١$ فأوجد قيمتى : س ، ص

(ب) صندوق به ٧ كرات سوداء ، ٨ كرات حمراء ، ٥ كرات زرقاء ، سُحبت كرة واحدة عشوائيًا.

أوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :

١ حمراء. ٢ بيضاء. ٣ سوداء أو حمراء.

٧ محافظة الدقهلية

ادارة ميت سلسيل
توجيه الرياضيات

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $س^{٢} - ص^{٢} = ١٨$ ، س + ص = ٦ فإن : س − ص = ...

(أ) ٣ (ب) ١٢ (جـ) ٢٤ (د) ٢

٢ إذا كان : $٣^{س} = ٥$ فإن : $٣^{س + ١} =$ ....

(أ) ٩ (ب) ٢٥ (جـ) ١٥ (د) ١٠

٣ إذا كان : $س^{٢} + ك س - ٦ = (س + ٣)(س - ٢)$ فإن : ك = ...

(أ) −١ (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٤ المقدار : $٩ س^{٢} + ك س + ٢٥$ يكون مربعًا كاملاً إذا كانت : ك = ...

(أ) ٣٠ (ب) −٣٠ (جـ) ± ٣٠ (د) ١٥

٥ ثلث العدد $٣^{٩}$ = ...

(أ) $٣^{٣}$ (ب) $٣^{١٠}$ (جـ) $٣^{٦}$ (د) $٣^{٨}$

٦ إذا كان احتمال نجاح طالب فى امتحان ما هو ٠,٧ فإن احتمال رسوبه هو ....

(أ) ١,٣ (ب) ٠,٣ (جـ) -٠,٣ (د) ٠,٧

٢ أكمل ما يأتى :

١ مجموعة حل المعادلة : $س^{٢}$ + ٤ = صفر فى ح هى ....

٢ إذا كان : $٣^{س+١} = ٥^{س+١}$ فإن : س = ...

٣ عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور العدد ٢ هو ....

٤ مجموعة حل المعادلة : $س^{٢}$ + ٣ س = صفر فى ح هى ....

٥ إذا كان المنوال لمجموعة القيم : ٥ ، ٧ ، ٣ ، س + ٢ ، ٤ هو ٥ فإن : س = ...

٣ حلل تحليلاً كاملاً :

١ $س^{٢}$ – ٥ س + ٦

٢ ٣ $ص^{٢}$ + ٧ ص – ٦

٣ $س^{٣}$ – ٣ $س^{٢}$ + ٦ س – ١٨

٤ ٨ $س^{٤}$ + ٢٧ س $ص^{٣}$

٤ (أ) أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية فى ح : س (س + ٢) = ٢٨

(ب) إذا كان : $\frac{٤^{س} \times ٩^{س}}{٦^{٢س}} = ٢^{ص+١}$ أوجد : قيمة ص

٥ (أ) أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية فى ح : ٢٥ × $٣^{س-١}$ = ٩ × $٥^{س-١}$

(ب) سلة بها بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٥ ، سحبت بطاقة عشوائيًا فما احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة :

١ تحمل عددًا أوليًا.

٢ تحمل عددًا يقبل القسمة على ٣

٣ تحمل عددًا زوجيًا.

٤ تحمل العدد ٢٠

٨ محافظة الإسماعيلية

مديرية التربية والتعليم
توجيه الرياضيات

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموعة الحل فى ح للمعادلة : $س^{٢}$ + ١٦ = ٠ هى ....

(أ) {-٤} (ب) ∅ (جـ) {٤} (د) {٤ ، -٤}

٢ $٢^{٩} + ٢^{٩}$ = ...

(أ) $٢^{١٠}$ (ب) $٤^{٩}$ (جـ) $٢^{١٨}$ (د) $٤^{١٨}$

٣ ٧ أمتار = ... سم

(أ) ٧٠ (ب) ٧٠٠٠ (جـ) ١٠٠ (د) ٧٠٠

٤ إذا كان المقدار : ٩ $س^٢$ + ك س + ١٦ مربعًا كاملًا فإن : ك = ± ....

(أ) ١٢ (ب) ٣٦ (جـ) ٢٤ (د) ١٤٤

٥ إذا كان : $٣^{س}$ = ٥ فإن : $٩^{س}$ = ...

(أ) ٢٥ (ب) ٤٥ (جـ) ١٥ (د) ١٠

٦ ٠,٠٠٢ × ٠,٠٥ = ...

(أ) $١٠^{-٥}$ (ب) $١٠^{-٤}$ (جـ) $١٠^{٥}$ (د) $١٠^{٤}$

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : س + ص = ٧ ، ص − س = ٣ فإن : $س^٢$ − $ص^٢$ = ...

٢ أصغر عدد طبيعى مكون من ثلاثة أرقام مختلفة هو ....

٣ إذا كان المقدار الثلاثى : $س^٢$ + ل س + ٣ قابلًا للتحليل فإن قيمة ل الموجبة تساوى ....

٤ إذا كان : $٤^{س - ٢}$ = $٧^{س - ٢}$ فإن : س = ...

٥ إذا كان احتمال نجاح طالب ٠,٧ فإن احتمال رسوبه يساوى ....

٣ حلل المقادير الآتية تحليلًا كاملًا :

١ ٤ $س^٢$ − ٢٥ $ص^٢$

٢ ٥ $س^٢$ + ٩ س − ٢

٣ ٨ $س^٣$ + ٢٧

٤ س ص + ٥ ص + ٤ س + ٢٠

٤

(أ) اختصر لأبسط صورة : $\frac{(\sqrt{٢})^{٧} \times (\sqrt{٢})^{٣}}{٢^{٢}}$

(ب) إذا كانت : س = ٢ $\sqrt{٥}$ ، ص = $\sqrt{٢}$ أوجد قيمة المقدار : $س^٢$ × $ص^{-٤}$

(جـ) كيس يحتوى على عدد من الكرات المتماثلة منها ٥ كرات حمراء والباقى من اللون الأبيض ، فإذا كان احتمال سحب كرة بيضاء = $\frac{٢}{٣}$ فأوجد العدد الكلى للكرات.

٥

(أ) أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة : $س^٢$ − ٩ س + ١٤ = ٠

(ب) اختصر لأبسط صورة : $\frac{٦^{س} \times ٢^{س + ٢}}{(١٢)^{س}}$

٩ محافظة كفر الشيخ

إدارة دسوق
توجيه الرياضيات

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان المقدار : $س^٢ + ك\ س + ٤٩$ مربعًا كاملاً فإن : ك = ...

(أ) ٩ (ب) ٦ (جـ) ١٠ (د) ١٤

٢ $\sqrt{٢٥ \times ٩}$ = ...

(أ) ١٦ (ب) ٧ (جـ) ١٥ (د) ٤

٣ عددان فرديان متتاليان أحدهما س فإن الآخر هو ....

(أ) س – ١ (ب) س + ١ (جـ) س + ٢ (د) ٢ س

٤ إذا كان : $٧^{س} = ٣٤٣$ فإن : س = ...

(أ) ٣ (ب) ٢ (جـ) –٦ (د) $\frac{١}{٢}$

٥ احتمال الحدث المستحيل يساوى ....

(أ) ٢ (ب) ١ (جـ) صفر (د) –١

٦ ربع العدد $٤^{٤٠}$ = $٤^{.........}$

(أ) ٥ (ب) ٢٠ (جـ) ٣٩ (د) ١٠

٢ أكمل ما يأتى :

١ $س^٣ \times س^٥$ = ...

٢ إذا كان : س – ص = ٦ ، س + ص = ٢ فإن : $س^٢ - ص^٢$ = ...

٣ $س^٢ + ٧ س + ١٠$ = (س + ٢) (س + ...)

٤ $٣^٢ + ٣^٢ + ٣^٢$ = ...

٥ إذا كان : $٢^{س} = ٣$ فإن : $٢^{س + ١}$ = ...

٣ حلل كلًا مما يأتى تحليلاً كاملاً :

١ $س^٢ + ٣ س - ١٨$

٢ $٥ س^٢ - ٤٥$

٣ $ل^٣ + ٨$

٤ $س^٢ + ٤ س - ص^٢ + ٤ ص$

٤ (أ) اختصر لأبسط صورة : $\frac{٣^{٢ س + ١} \times ٢^{٢ س - ٢}}{٦^{٢ س}}$

(ب) أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة : $س^٢ + ٤ س = ٢١$

٥ (أ) أوجد قيمة س إذا كان : $٣^{٢س + ١} = ٨١$

(ب) صندوق به ٦ كرات سوداء ، ١٠ حمراء ، ٤ زرقاء ، سحبت كرة واحدة عشوائيًا.

أوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :

١ حمراء. ٢ بيضاء.

١٠ محافظة البحيرة

إدارة بندر دمنهور - مدرسة عمرو بن العاص الرسمية للغات

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان المقدار : ٤ $س^٢$ + ك س + ١ مربعًا كاملًا فإن : ك = ...

(أ) ٤ (ب) ‎-٤ (جـ) ± ٤ (د) ٢

٢ إذا كان : $س^٣ - ص^٣ = ٢٦$ ، $س^٢ + س ص + ص^٢ = ١٣$ فإن : س − ص = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ١٣ (د) ٣٩

٣ إذا كان : $٥^س = ٤$ فإن : $٥^{س+١}$ = ...

(أ) ٨ (ب) ١,٢٥ (جـ) ٠,٨ (د) ٢٠

٤ مجموعة حل المعادلة : $س^٢ + ١ = ٠$ فى ح هى ....

(أ) {١} (ب) {١ ، -١} (جـ) {٠ ، ١} (د) ∅

٥ $٢^٥ + (\sqrt{٢})^{١٠}$ = ...

(أ) $٢^٦$ (ب) $٢^{١٠}$ (جـ) $(\sqrt{٢})^{١٥}$ (د) $(\sqrt{٢})^{٢٠}$

٦ إذا كان : ٢ < س < ٥ فإن : ٢ س − ١ ∈ ....

(أ)]٣ ، ١٢[(ب)]٦ ، ١٤[(جـ)]٥ ، ١٥[(د)]٥ ، ١٤[

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : $٣^س + ٣^س + ٣^س = ١$ فإن : س = ...

٢ إذا كان : (٣ س + ٤) أحد عاملى المقدار ١٥ $س^٢$ + ١٧ س − ٤ فإن العامل الآخر هو ....

٣ إذا كان : $(س + ص)^٢ = ٦٤$ ، س ص = ١٥ فإن : $س^٢ + ص^٢$ = ...

٤ المعكوس الجمعى للعدد $(١ - \sqrt{٢})$ هو ....

٥ إذا كان : $\sqrt{\frac{أ}{ب}} = \frac{٢}{٣}$ فإن : $\frac{ب}{أ}$ = ...

٣ (أ) حلل ما يأتى :

١ ٤ س^{٢} − ٤٩
٢ س^{٣} − ٨
٣ ٦ س^{٢} + ٢٠ س + ١٦
٤ أ س − ٧ أ + ٣ س − ٢١

(ب) باستخدام التحليل أوجد قيمة المقدار : $(٢٥)^{٢} - (١٥)^{٢}$

٤ (أ) إذا كان : $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{س + ٥} = \left(٣\frac{٣}{٨}\right)^{-٢}$ فأوجد قيمة : س

(ب) أوجد عددًا حقيقيًا إذا أضيف إلى مربعه كان الناتج ٤٢

٥ (أ) إذا كان : $\frac{٤٩^{ن} \times ٢٥^{٢ن} \times ٣^{٤ن}}{٧^{-ن} \times ١٥^{٤ن}} = ٣٤٣$ أوجد قيمة ن ثم احسب قيمة : $٦^{٢ن}$

(ب) مجموعة من البطاقات مرقمة من ١ إلى ٢٤ فإذا سُحبت منها بطاقة واحدة عشوائيًا ،
أوجد احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة عليها :

١ عدد مضاعف للعدد ٦
٢ عدد مربع كامل.

١١ محافظة بنى سويف

إدارة أهناسيا
توجيه الرياضيات

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموعة حل المعادلة : س^{٢} + ٢٥ = ٠ فى ح هى ....

(أ) {٥} (ب) {−٥} (جـ) {٥ ، −٥} (د) ∅

٢ إذا كان : س^{٢} − ص^{٢} = ١٢ ، س + ص = ٤ فإن : س − ص = ...

(أ) ١٦ (ب) ٨ (جـ) ٣ (د) ٢

٣ ٥ + ٢ × ٧ = ...

(أ) ١٤ (ب) ١٩ (جـ) ٤٩ (د) ٧٠

٤ احتمال الحدث المؤكد يساوى ....

(أ) ٠ (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٥٠ ٪

٥ إذا كان المقدار : ٤ س^{٢} + ك س + ٩ مربعًا كاملًا فإن : ك = ...

(أ) ٦ (ب) ± ٦ (جـ) ± ١٢ (د) ٣٦

٦ $\left(\sqrt{٣}\right)^{-٤}$ = ...

(أ) ٨١ (ب) −٩ (جـ) $\frac{١}{٩}$ (د) $\frac{١}{٨١}$

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : $٦^{س} = ١١$ فإن : $٦^{س+١} = ...$

٢ العدد النسبى الذى ليس له معكوس ضربى هو ....

٣ إذا كان : أ − ب = ٥ ، $أ^{٢} + أ ب + ب^{٢} = ٧$ فإن : $أ^{٣} - ب^{٣} = ...$

٤ ١ ، ٤ ، ٨ ، ١٣ ، .... ، .... (بنفس التسلسل)

٥ إذا كان : $٥^{س+٢} = ١$ فإن : س = ...

٣ حلل ما يأتى تحليلاً تامًا :

١ $٤ س^{٢} - ٩$

٢ $٢ س^{٢} + س - ٦$

٣ $س^{٣} + ٢٧$

٤ س ص + ٢ ص + ٥ س + ١٠

٤ (أ) إذا كان : $٣^{س-٢} = ٨١$ **أوجد : قيمة س**

(ب) صندوق به ١٥ كرة متماثلة مرقمة من ١ : ١٥ ، سحبت كرة عشوائيًا.

احسب احتمال أن تحمل الكرة المسحوبة :

١ عددًا زوجيًا.

٢ عددًا يقبل القسمة على ٣

٥ (أ) عدد صحيح موجب يزيد مربعه عن خمسة أمثاله بمقدار ٣٦ فما هو العدد ؟

(ب) اختصر لأبسط صورة : $\frac{٩^{س+١} \times ٤^{س}}{٦^{٢س}}$

١٢ محافظة المنيا

إدارة ملوى
مدرسة رمسيس (مسائى)

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ المقدار : $س^{٢} + ٤ س + ك$ يكون قابلاً للتحليل إذا كانت : ك = ...

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ٢ (د) ٣

٢ إذا كان احتمال نجاح طالب فى أحد الاختبارات ٨٥٪ فإن احتمال رسوبه ....

(أ) ١٠٪ (ب) ١٥٪ (جـ) ١٥ (د) ١٠

٣ مجموعة حل المعادلة : ٥ س (س + ٢) = صفر فى ح هى ....

(أ) {٢ ، ٥} (ب) {٠ ، ٢} (جـ) {−٢ ، ٠} (د) {٠ ، −١}

٤ المقدار : ٩ $س^٢$ + ك س + ١٦ مربع كامل عندما ك = ...

(أ) ٢٤ (ب) -١٢ (جـ) ± ١٢ (د) ± ٢٤

٥ إذا كان : $أ^٢ + أب + ب^٢ = ٥$ ، أ - ب = ٣ فإن : $أ^٣ - ب^٣$ = ...

(أ) ٨ (ب) ٢ (جـ) -٢ (د) ١٥

٦ إذا كان : $س^٢$ = ٢٥ فإن : س = ...

(أ) ٥ (ب) ± ٥ (جـ) -٥ (د) ١٠

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : $٢^{س}$ = ٥ فإن : $٢^{س+١}$ = ...

٢ المعكوس الضربى للعدد $٢^{-٣}$ هو ....

٣ إذا كان (أ - ب) أحد عاملى المقدار : $أ^٢ - ب^٢$ فإن العامل الآخر هو ....

٤ فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة احتمال ظهور العدد ٥ يساوى ....

٥ إذا كان : $٧^{س-٢}$ = ١ فإن : س = ...

٣ (أ) **اختصر لأبسط صورة :** $\frac{٤^{س} \times ٩^{س}}{١٢^{س}}$ ثم أوجد قيمة الناتج عندما س = -١

(ب) **أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية فى ح :** $س^٢$ - س = ١٢

٤ حلل كلاً مما يأتى تحليلاً كاملاً :

١ ٢ $س^٢$ - س - ١٥

٢ ٢ س ص - ١٠ س + ٣ ص - ١٥

٣ ٨ $س^٣$ + ١

٤ $س^٤$ - ٥ $س^٢$ + ٤

٥ (أ) إذا كان : $٣^{س-٢} = \frac{١}{٩}$ **أوجد : قيمة س**

(ب) كيس به ٩ بطاقات مرقمة من ١ إلى ٩ ، سحبت منه بطاقة واحدة عشوائيًا **أوجد :**

١ احتمال سحب بطاقة تحمل عددًا يقبل القسمة على ٣

٢ احتمال سحب بطاقة تحمل عددًا أوليًا فرديًا.



١٣ محافظة أسيوط

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $س - ص = ٣$ ، $س^{٢} - ص^{٢} = ٢١$ فإن : $س + ص =$ ....

(أ) ٦٣ (ب) ‎-٧ (جـ) ٧ (د) ١٨

٢ خارج قسمة ٦٠٤ ÷ ٠٫٦٠٤ هو ....

(أ) ١ (ب) ١٠ (جـ) ١٠٠ (د) ١٠٠٠

٣ $(س + ١)(س^{٢} - س + ١) =$ ....

(أ) $س^{٣} - ١$ (ب) $س^{٣} + ١$ (جـ) $س - ١$ (د) $س + ١$

٤ إذا كان س هو العنصر المحايد الجمعى ، ص هو العنصر المحايد الضربى

فإن : $٢^{س} + ٣^{ص} =$ ....

(أ) ٥ (ب) ٤ (جـ) ٣ (د) ٢

٥ إذا كانت : $س^{٢} ص^{-٣} = ٨$ فإن : $\frac{س}{ص} =$ ....

(أ) $\frac{١}{١٢}$ (ب) $\frac{١}{٨}$ (جـ) $\frac{-١}{٢}$ (د) ٢

٦ إذا كانت : $أ^{س} = ٤$ ، $أ^{ص} = ٥$ فإن : $أ^{س + ص} =$ ....

(أ) ٩ (ب) ٢٠ (جـ) $\frac{٤}{٥}$ (د) $\frac{٥}{٤}$

٢ أكمل ما يأتى :

١ دخل ٢٠ تلميذًا امتحانًا وكان احتمال أن يكون التلميذ ناجحًا هو ٠٫٨ فإن عدد الناجحين يساوى ....

٢ $س (أ + ب) - ص (أ + ب) = (أ + ب)$ (.............. - ....)

٣ $٩ أ^{٤} - ٤ ب^{٤} = (٣ أ^{٢} -$ ....$)$ (.............. $+ ٢ ب^{٢})$

٤ إذا كان : $٣^{س - ٢} = \frac{١}{٩}$ فإن : $س =$ ....

٥ إذا كان : $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{س} = ١\frac{١}{٢}$ فإن : $س =$ ....

٣ (أ) عددان فرديان متتاليان حاصل ضربهما ٩٩ أوجد العددين.

(ب) اختصر المقدار : $\frac{٢^{٢} \times ٣^{س}}{(١٢)^{س}}$ ثم أوجد قيمة الناتج عندما $س = ١$

٤ حلل كلًا من المقادير الآتية :

١ $س^٤ - ٢٥ ص^٤$

٢ $٦٤ س^٣ + ٨$

٣ $٢ س^٢ - ٥ س - ٣$

٤ س ص + ٥ ص + ٧ س + ٣٥

٥ (أ) إذا كان : $٤^{س + ٢} = \frac{١}{١٦}$ أوجد : قيمة س

(ب) ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة أوجد احتمال ظهور كل من :

١ عدد لا يقبل القسمة على ٥

٢ عدد يقبل القسمة على ٧



أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان المقدار : $س^٢ + ٢ س + ٨١$ مربعًا كاملًا فإن : أ = ...

(أ) ١٨ (ب) ± ١٨ (جـ) ± ٩ (د) ٩

٢ $\frac{١}{٤}$ العدد $٢^٨$ هو ....

(أ) $٢^٢$ (ب) $٢^٤$ (جـ) $٢^٧$ (د) $٢^٦$

٣ أى من الآتى يمكن أن يكون احتمال أحد الأحداث ؟

(أ) -٠,٧٣ (ب) ١,٢٣ (جـ) ٧٩٪ (د) $\frac{٤}{٣}$

٤ مجموعة حل المعادلة : $س^٢ + ٤ = ٠$ فى ح هى ....

(أ) {٢} (ب) {-٢} (جـ) ∅ (د) {٢ ، -٢}

٥ $٣^٢ + ٣^٢ + ٣^٢ = ...$

(أ) $٣^٣$ (ب) $٣^٢$ (جـ) $٣^٦$ (د) $٣^٨$

٦ ٢٥٪ من ٣٠٠ .... ١٥٪ من ١٥٠

(أ) > (ب) < (جـ) = (د) ≥

٢ أكمل ما يأتى :

١ ١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦ ، .... (بنفس النمط)

٢ إذا كان : $س^٢ - ص^٢ = ١٥$ ، س + ص = ٥ فإن : س - ص = ...

٣ إذا كان : $٢^{س - ٣} = ٥^{س - ٣}$ فإن : س = ...

٤ إذا كان : $س^٢ + ص^٢ = ٥$ ، $س ص = ٢$ فإن : $(س + ص)^٢ =$ ....

٥ إذا كان : $٣^س = ٥$ فإن : $٣^{س+١} =$ ....

٣ (أ) حلل كلًا من المقادير الآتية تحليلًا تامًا :

١ $\frac{١}{٤} س^٢ - ١٦$

٢ ٥ ل + ١٠ م + ٢ ل + ٢ ل م

٣ $س^٢ - ٢ س + ١$

٤ $س^٢ + ١٣ س + ٣٦$

(ب) أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية في ح : $(س - ٣)(س + ١) = ٥$

٤ (أ) أوجد مجموعة حل كل من المعادلتين الآتيتين في ح :

١ $٤ س^٢ - ٩ = ٠$

٢ $س^٢ + ٤ س + ٤ = ٠$

(ب) اختصر لأبسط صورة : $\frac{(\sqrt{٧})^{-٤} \times (\sqrt{٧})^{٩}}{(\sqrt{٧})^{٣}}$

٥ (أ) أوجد مجموعة حل كل من المعادلتين الآتيتين في ح :

١ $٢^{س-١} = ٣٢$

٢ $٣^{س-٤} = ١$

(ب) يلعب نادى ٣٠ مباراة فى الدورى العام فإذا كان احتمال تعادله فى إحدى المباريات هو ٠,٣ واحتمال فوزه ٠,٦ **أوجد :**

١ عدد المباريات المتوقع أن يتعادلها النادى.

٢ عدد المباريات المتوقع أن يخسرها النادى.



أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $٣^س = ٢$ فإن : $٢٧^س =$ ....

(أ) ٦ (ب) ١٨ (جـ) ٨ (د) ٥٤

٢ إذا كان احتمال نجاح طالب هو ٠,٦ فإن احتمال رسوبه هو ....

(أ) ٤ (ب) $\frac{٢}{٥}$ (جـ) ١ (د) صفر

٣ مجموعة حل المعادلة : $س^٢ - ٩ =$ صفر فى ح هى ....

(أ) {٣} (ب) {-٣ ، ٣} (جـ) {٩} (د) $\varnothing$

٤ إذا كان المقدار : ٩ $س^٢$ + ك س + ٢٥ مربعًا كاملًا فإن : ك = ...

(أ) ± ١٥ (ب) ± ١٢ (جـ) ± ٣٠ (د) ١٦

٥ إذا كان : $\sqrt{س + ٩}$ = ٥ فإن : $\sqrt{س}$ = ...

(أ) ٤ (ب) ١٦ (جـ) ٢٥ (د) ٣

٦ إذا كان : $س^٢ - ص^٢$ = ٢١ ، س + ص = ٧ فإن : س − ص = ...

(أ) ٢٨ (ب) −٣ (جـ) ١٤ (د) ٣

٢ أكمل ما يأتى :

١ عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد أولى يساوى ....

٢ مجموعة حل المعادلة : $\frac{س}{٢} = \frac{٨}{س}$ فى ح هى ....

٣ إذا كان : $(٢٥)^٢ - (١٥)^٢$ = ١٠ س فإن : س = ...

٤ إذا كان : (س + ٣) أحد عاملى المقدار : $س^٢$ + س − ٦ فإن العامل الآخر هو ....

٥ إذا كان : $٥^{س}$ = ٤ فإن : $٥^{س+٢}$ = ...

٣ حلل كلاً من المقادير الآتية تحليلاً تامًا :

١ $س^٢$ − ٣ س + ٢

٢ ٤ $س^٢$ − ٢٥

٣ س ص − ٧ ص + ٣ س − ٢١

٤ ٢ $س^٢$ + س − ٦

٤ (أ) اختصر لأبسط صورة : $\frac{٤^{س+١} \times ٣^{٢س}}{٦^{٢س}}$

(ب) عدد صحيح موجب إذا أضيف مربعه إلى ثلاثة أمثاله كان الناتج ٤٠ أوجد هذا العدد.

(جـ) اختصر : (س + ٣) ($س^٢$ − ٣ س + ٩) − ٢٧ ثم أوجد القيمة العددية عندما س = ٢

٥ (أ) إذا كان : $٣^{س-١}$ = ٨١ أوجد : قيمة س

(ب) أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة : $س^٢$ + ٢ س − ٣ = صفر

(جـ) صندوق به ٢٥ بطاقة مرقمة من ١ إلى ٢٥ ، سحبت بطاقة واحدة عشوائيًا.

احسب احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل :

١ عددًا أوليًا.

٢ عددًا يقبل القسمة على ٥

٣ عددًا مربعًا كاملاً.

٤ عددًا مكعبًا كاملاً.

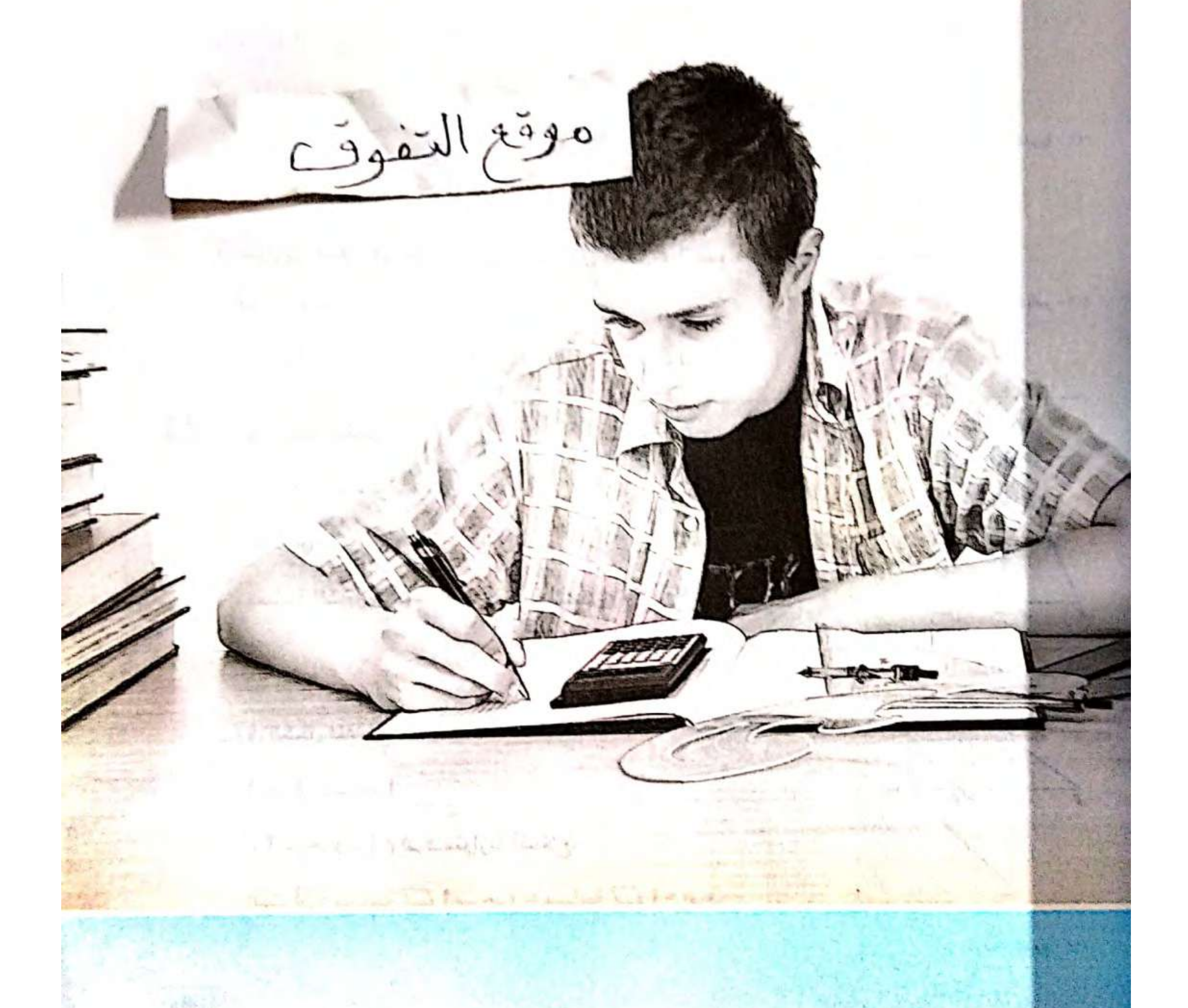


الهندسة

الاختبارات التراكمية

في الهندسة

من امتحانات الإدارات التعليمية



١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] متوازى أضلاع طول قاعدته ٧ سم وارتفاعه المناظر ٥ سم

تكون مساحته .... سم^2

(أ) ١٢ (ب) ٢٥ (جـ) ٧٠ (د) ١٠٠

[٢] إذا كان طولا ضلعين متجاورين فى متوازى أضلاع هما ٨ سم ، ٦ سم وارتفاعه الأكبر يساوى ١٢ سم

فإن مساحته = ... سم^2

(أ) ٧٢ (ب) ٨٤ (جـ) ٩٦ (د) ١٦٨

[٣] متوازى أضلاع مساحته ٤٨ سم وطول قاعدته ١٢ سم

فإن ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة = ... سم

(أ) ٤ (ب) ٢ (جـ) ٥ (د) ٦

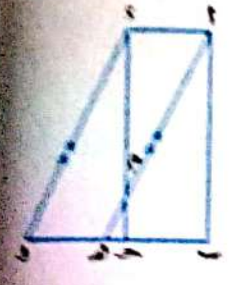
[٤] متوازى أضلاع فيه طولا ضلعين متجاورين ٩ سم ، ٦ سم ، ارتفاعه الأصغر ٤سم

فإن ارتفاعه الأكبر = ... سم



(أ) ٣٦ (ب) ٢٤ (جـ) ١٢ (د) ٦

٢ (أ) فى الشكل المقابل :

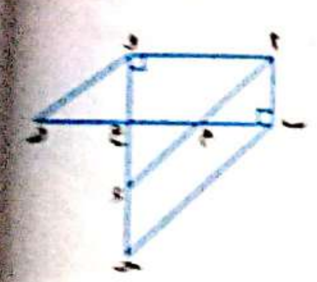


أ ب حـ ء مستطيل ، $\overline{\text{أهـ}} // \overline{\text{ءو}}$

أثبت أن :

مساحة الشكل أ ب حـ م = مساحة الشكل ء م هـ و

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب ع و مستطيل

، أ ب حـ ء ، أ م هـ و متوازيا أضلاع.

أثبت أن : مساحة ▱ أ ب حـ ء = مساحة ▱ أ م هـ و

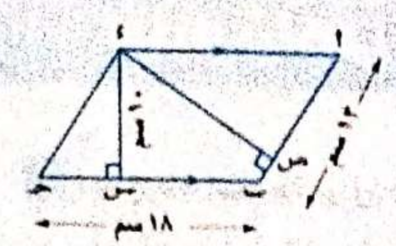
٣ (أ) في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء متوازي أضلاع ، أ ب = ١٢ سم

، ب حـ = ١٨ سم ، ء س = ١٠ سم

أوجد : ١ مساحة المتوازي.

٢ طول $\overline{ءص}$



(الإسماعيلية - الإسماعيلية - ١٨)

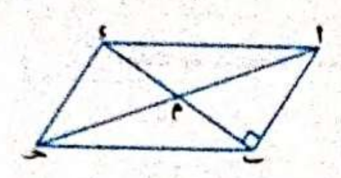
(ب) في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء متوازي أضلاع فيه :

أ حـ = ٢٠ سم ، ب ء = ١٢ سم

، ق (∠ أ ب ء) = ٩٠° ، أ ب = ٨ سم

أوجد : مساحة متوازي الأضلاع أ ب حـ ء



(شرق الزقازيق - الشرقية - ١٩)

اختبار تراكمى ٢ حتى الدرس الثانى الوحدة الرابعة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مثلث مساحته ٢٤ سم^2 وارتفاعه ٨ سم فإن طول قاعدته المناظرة لهذا الارتفاع بالسم .... (قليوب - القليوبية - ١٩)

(أ) ١٦ (ب) ٦ (جـ) ٣ (د) ٢

٢ مثلث مساحته ١٥ سم^2 وطول قاعدته ٥ سم يكون ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة .... سم (أسيوط - أسيوط - ١٨)

(أ) ٥ (ب) ٣ (جـ) ١٠ (د) ٦

٣ مساحة المثلث .... مساحة متوازى الأضلاع المشترك معه فى القاعدة ورأسه على المستقيم الموازى لهذه القاعدة. (العمرانية - الجيزة - ١٩)

(أ) تساوى (ب) نصف (جـ) ضعف (د) ربع

٤ مساحة متوازى الأضلاع الذى فيه طولى ضلعين متجاورين فيه : ٧ سم ، ٥ سم وارتفاعه الأصغر ٤ سم تساوى .... سم^2 (العمرانية - الجيزة - ١٩)

(أ) ٣٥ (ب) ٢٥ (جـ) ٢٨ (د) ٤٩

٥ مساحة المستطيل الذى بعداه ٣ سم ، ٨ سم .... مساحة المثلث الذى طول قاعدته ٨ سم وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة ٦ سم. (تلا - المنوفية - ١٩)

(أ) $<$ (ب) $>$ (جـ) $=$ (د) $\neq$

٦ أ ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته ٦٠ سم^2 فإن مساحة Δ أ ب حـ = ... سم^2. (شرق المحلة - الغربية - ١٩)

(أ) ١٠ (ب) ١٥ (جـ) ٣٠ (د) ٦٠

٧ فى الشكل المقابل :

أ ب × .... = ب حـ × أ ء

(أ) أ حـ (ب) ب ء

(جـ) ء حـ (د) ب حـ

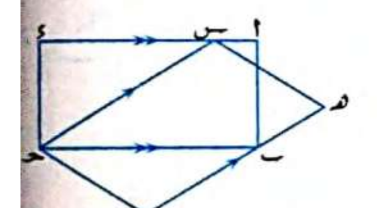
(العمرانية - الجيزة - ١٩)

٢ (أ) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء مستطيل ، س هـ و حـ متوازى أضلاع

أثبت أن : مساحة المستطيل أ ب حـ ء

= مساحة متوازى الأضلاع س هـ و حـ

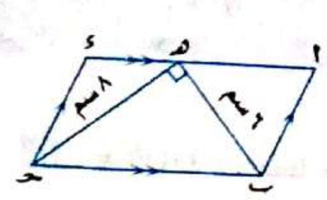


(الجمرك - الإسكندرية - ١٥)





(ب) فى الشكل المقابل :



$\overline{أ ب ح ء}$ متوازى أضلاع ، هـ ∈ $\overline{أ ء}$

، هـ ب = ٦ سم ، هـ ح = ٨ سم

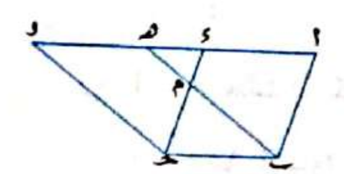
١ أوجد : مساحة Δ هـ ب ح

٢ أوجد بالبرهان : مساحة متوازى الأضلاع أ ب ح ء

(دسوق - كفر الشيخ - ١٨)

---

٣ (أ) فى الشكل المقابل :



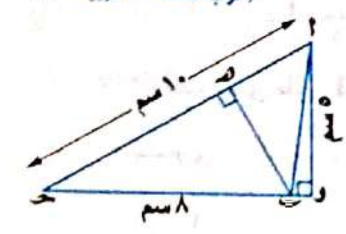
أ ب ح ء ، هـ ب ح و متوازيا أضلاع

، ء ∈ $\overline{أ و}$ ، هـ ∈ $\overline{أ و}$ ، $\overline{ح ء}$ ∩ $\overline{ب هـ}$ = {م}

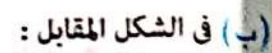
أثبت أن : مساحة الشكل أ ب م ء = مساحة الشكل هـ م ح و

(غرب طنطا - الغربية - ١٩)

(ب) فى الشكل المقابل :



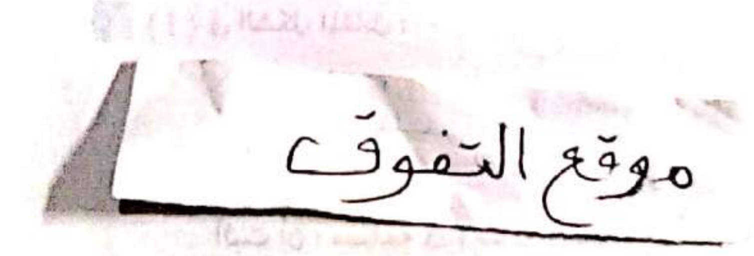
$\overline{أ و}$ ⊥ $\overleftrightarrow{ح ب}$ ، أ ح = ١٠ سم ، ب ح = ٨ سم



، أ و = ٥ سم

احسب : مساحة Δ أ ب ح وأوجد : طول $\overline{ب هـ}$

(الخانكة - القليوبية - ١٩)



١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ أ ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته ٨٠ سم^2 ، هـ ∈ $\overline{\text{أ ء}}$

فإن مساحة المثلث هـ ب حـ = ... سم^2

(حوش عيسى - البحيرة - ١٩)

(أ) ٤٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٨٠ (د) ١٦٠

٢ أ ب حـ مثلث إذا كان $\overline{\text{أ ء}}$ متوسط فإن مساحة Δ أ ب حـ = ...

(يوسف الصديق - الفيوم - ١٩)

(أ) م (Δ أ ب ء) (ب) م (Δ أ حـ ء)

(جـ) ٢ م (Δ أ ب ء) (د) ٣ م (Δ أ حـ ء)

٣ المثلث الذى طول قاعدته ٧ سم ومساحته ٢٨ سم^2 يكون ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة يساوى .... سم

(الدقى - الجيزة - ١٩)

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

٤ فى الشكل المقابل :

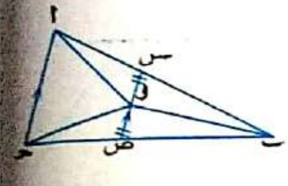
م (Δ أ هـ ء) = ... م (Δ أ ب حـ)

(أ) $\frac{1}{2}$ (ب) $\frac{1}{3}$

(جـ) $\frac{1}{4}$ (د) $\frac{1}{8}$

(منيا القمح - الشرقية - ١٥)

٢ (أ) فى الشكل المقابل :



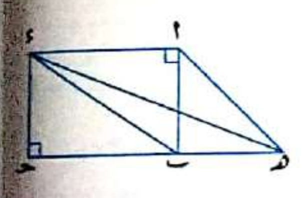
$\overline{\text{أ حـ}}$ // $\overline{\text{س ص}}$

، و منتصف $\overline{\text{س ص}}$

أثبت أن : مساحة Δ أ ب و = مساحة Δ حـ ب و

(أبو قرقاص - المنيا - ١٩)

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء مستطيل ، هـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{حـ ب}}$

أثبت أن : مساحة Δ ء ب حـ = مساحة Δ أ ء هـ

(حدائق القبة - القاهرة - ١٨)

٣ (أ) فى الشكل المقابل :



$\overline{أ ء} // \overline{ب ح}$ ، هـ $\in \overline{ب ح}$

، و $\in \overline{ب ح}$ حيث ب هـ = ح و

، $\overline{أ و} \cap \overline{هـ ء} = \{م\}$

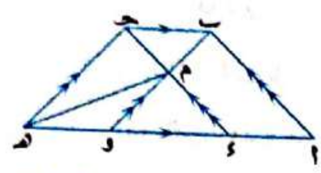
برهن أن :

١ مساحة Δ أ م هـ = مساحة Δ ء م و

٢ مساحة الشكل أ ب هـ م = مساحة الشكل ء ح و م

(الهرم - الجيزة - ١٨)

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب ح ء ، ب ح هـ و متوازيا أضلاع

أثبت أن : مساحة Δ ح هـ م

= نصف مساحة متوازى الأضلاع أ ب ح ء

(ساقلتة - سوهاج - ١٩)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ النسبة بين مساحة متوازى الأضلاع ومساحة المثلث المشترك معه فى القاعدة والمحصوران بين مستقيمين متوازيين تساوى .... (الجمرك - الإسكندرية - ١٥)

(أ) ٢ : ١ (ب) ٢ : ١ (جـ) ١ : ٢ (د) ١ : ٣

٢ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين .... (العجوزة - الجيزة - ١٥)

(أ) متطابقين. (ب) متشابهين. (جـ) متساويين فى المساحة. (د) مختلفين.

٣ فى الشكل المقابل :

إذا كان : مساحة △ أ ب جـ = مساحة △ د ب جـ

فإن : ....

(أ) $\overline{أب} // \overline{جـ د}$ (ب) أ ب = جـ د

(جـ) $\overline{أد} // \overline{ب جـ}$ (د) أ د = ب جـ

(الساحل - القاهرة - ١٨)

٤ فى الشكل المقابل :

إذا كان : أ ب جـ د متوازى أضلاع مساحته = ٢٤ سم^2

فإن : مساحة △ أ ب هـ = ... سم^2

(أ) ٢٤ (ب) ١٢ (جـ) ٨ (د) ٦

(الساحل - القاهرة - ١٨)

---

٢ (أ) فى الشكل المقابل :

أ ب جـ د متوازى أضلاع تقاطع قطراه فى م

، ب منتصف $\overline{هـ جـ}$

أثبت أن : مساحة △ هـ ب د = مساحة △ أ جـ د

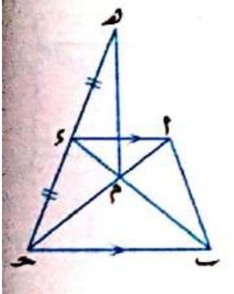
(جنوب الجيزة - الجيزة - ١٧)

(ب) فى الشكل المقابل :

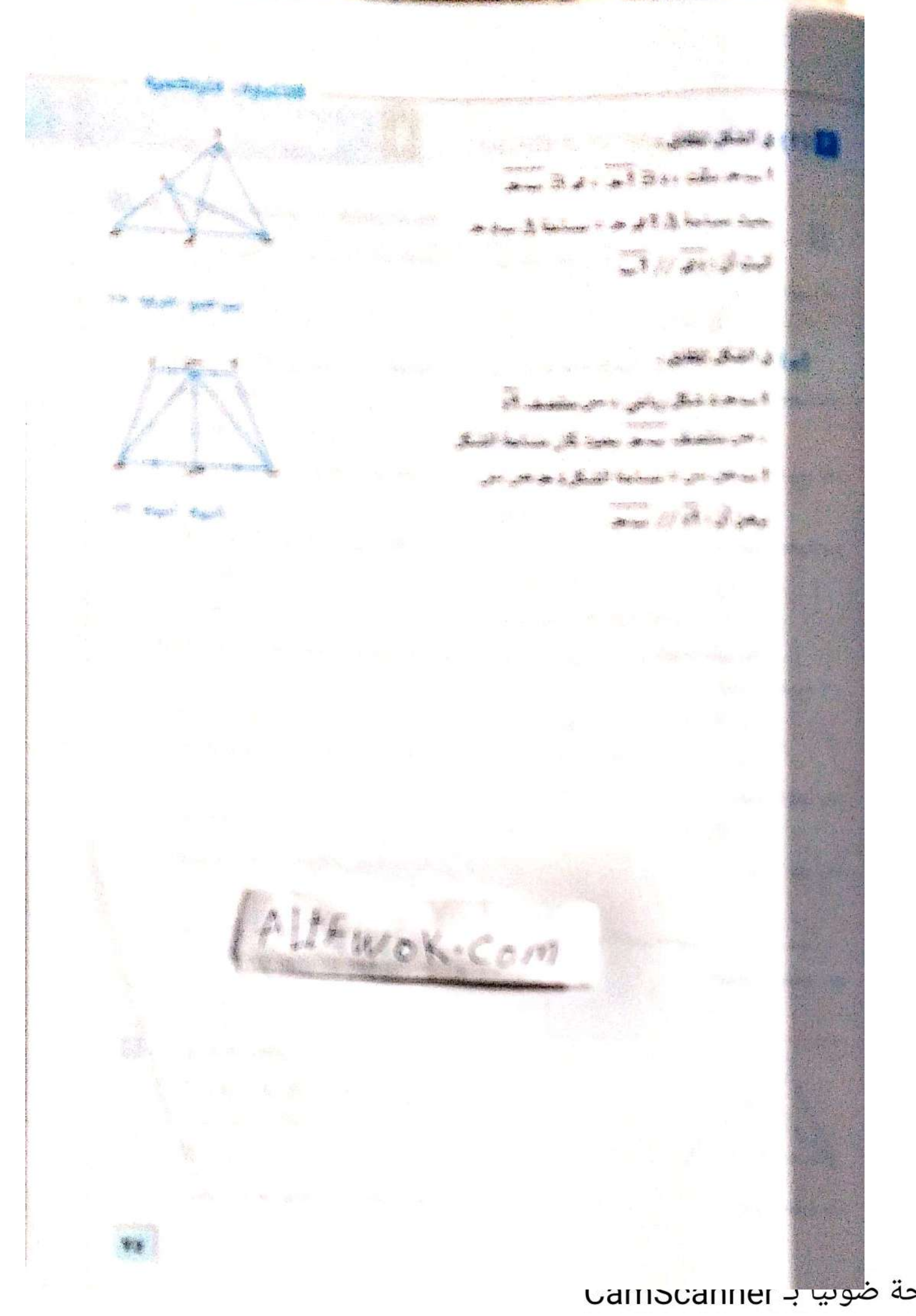
$\overline{أد} // \overline{ب جـ}$

، د منتصف $\overline{جـ هـ}$

أثبت أن : مساحة △ أ م ب = مساحة △ هـ م د



(ناصر - بنى سويف - ١٩)



اختبار تراكمى ٥

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ معين مساحته ٣٠ سم^2 وطول أحد قطريه ٦ سم فإن طول القطر الآخر = ... سم. (إبشواى - الفيوم ٠٩)

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ١٠ (د) ٨

٢ شبه المنحرف الذى طول قاعدته المتوسطة = ٩ سم ، وارتفاعه = ٦ سم تكون مساحته .... سم^2. (غرب - القاهرة ٠٥)

(أ) ٤٥ (ب) ٢٧ (جـ) ٧٢ (د) ٥٤

٣ مربع مساحته ٩٨ سم^2 فإن طول قطره = ... سم. (كفر شكر - القليوبية ٠٥)

(أ) ٧ (ب) ١٤ (جـ) ٢١ (د) ٤٩

٤ قطرا شبه المنحرف المتساوى الساقين .... (المرج - القاهرة ٠٨)

(أ) متطابقان. (ب) متعامدان.

(جـ) متوازيان. (د) ينصف كلًا منهما الآخر.

٥ شبه المنحرف الذى طولا قاعدتيه المتوازيتين ١٥ سم ، ١١ سم يكون طول قاعدته المتوسطة .... (وسط - الإسكندرية ١٦)

(أ) ١١ سم (ب) ١٣ سم (جـ) ١٥ سم (د) ٢٦ سم

٦ إذا كانت مساحة ▱ أ ب جـ د = ٤٨ سم^2 فإن مساحة Δ أ ب جـ = ... سم^2. (الشهداء - المنوفية ١٩)

(أ) ٩٦ (ب) ٤٨ (جـ) ٢٤ (د) ١٢

٧ مربع محيطه ٢٠ سم تكون مساحته بالسم^2 = ... (توجيه - أسوان ١٩)

(أ) ٢٠ (ب) ٢٥ (جـ) ٥٠ (د) ١٠٠

٨ مساحة المثلث القائم الزاوية الذى طولا ضلعى القائمة فيه ٦ سم ، ٩ سم تساوى .... سم^2. (الجمرك - الإسكندرية ١٥)

(أ) ٥٤ (ب) ٦٠ (جـ) ٢٧ (د) ١٥

---

٢ (أ) فى الشكل المقابل :

$\overline{أ د}$ متوسط فى Δ أ ب جـ

، هـ منتصف $\overline{أ د}$

أثبت أن :

مساحة Δ هـ ب جـ = $\frac{1}{2}$ مساحة Δ أ ب جـ (السلام - القاهرة ١٥)

(ب) شبه منحرف مساحته ٤٥٠ سم^{٢} وطولا قاعدتيه المتوازيتين ٢٤ سم ، ١٢ سم أوجد ارتفاعه.

(المرج - القاهرة - ١٨)

٣ (أ) أ ب حـ ء معين محيطه يساوى ٢٠ سم تقاطع قطراه فى م وكان أ حـ = ٨ سم أوجد بالبرهان مساحة المعين أ ب حـ ء

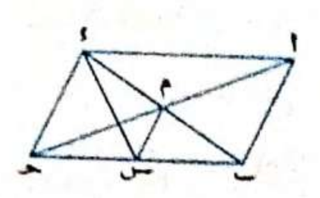
(٦ أكتوبر - الجيزة - ١٩)

(ب) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه :

م (Δ أ ب م) = م (Δ ء س حـ)

اثبت أن : $\overline{\text{م س}}$ // $\overline{\text{ء حـ}}$



(السنبلاوين - الدقهلية - ١٧)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين متشابهين تساوى .... كان المثلثان متطابقين. (العجوزة - الجيزة - ١٥)

(أ) ٢ (ب) ١ (جـ) ٤ (د) ٦

٢ معين طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم وارتفاعه ٤,٨ سم

فإن طول ضلعه = ... سم. (غرب - الفيوم - ١٨)

(أ) ١٠ (ب) ٥ (جـ) ٢٠ (د) ١٢

٣ زاويتا قاعدة شبه المنحرف المتساوى الساقين تكونان .... (توجيه - دمياط - ١٩)

(أ) متطابقتين. (ب) متكاملتين. (جـ) متتامتين. (د) مختلفتين.

٤ إذا كان : Δ ا ب حـ $\sim$ Δ ء هـ و ، ا ب = $\frac{١}{٤}$ ء هـ (٦ أكتوبر - الجيزة - ١٦)

فإن : محيط Δ ا ب حـ = ... محيط Δ ء هـ و

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{١}{٢}$

٥ مثلثان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٥ : ٣

فإذا كان محيط المثلث الأكبر ٦٠ سم فإن محيط الأصغر = ... سم. (النزهة - القاهرة - ١٦)

(أ) ٣ (ب) ٣٦ (جـ) ١٠٠ (د) ٥

٦ المضلعان المتشابهان أضلاعهما المتناظرة .... فى الطول. (وسط - الإسكندرية - ١٩)

(أ) متبادلة (ب) مختلفة (جـ) متناسبة (د) متساوية

٧ جميع .... متشابهة. (الزينية - الأقصر - ١٦)

(أ) المثلثات (ب) المربعات (جـ) المعينات (د) المستطيلات

٨ العمود المرسوم من رأس القائمة فى المثلث القائم الزاوية على الوتر يقسمه إلى مثلثين ....

(أ) منفرجى الزاوية. (ب) حادى الزوايا.

(جـ) متساويى الأضلاع. (د) متشابهين. (شرق - كفر الشيخ - ١٦)

---

٢ (أ) شبه منحرف مساحته ١٨٠ سم^{٢} والنسبة بين طولى قاعدتيه المتوازيتين هى ٣ : ٢ ، وارتفاعه ١٢ سم

فما طول كل منهما ؟ (دمياط - دمياط - ١٦)

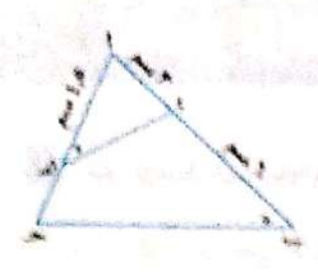
(ب) في الشكل المقابل :

ق (∠ ا هـ ء) = ق (∠ ب) ، ا ء = ٢ سم

، ا هـ = ٤,٥ سم ، ب ء = ٦ سم

برهن أن : Δ ا ء هـ ~ Δ ا حـ ب

وأوجد : طول $\overline{هـ حـ}$



(الداخلة - الوادي الجديد - ١٩)

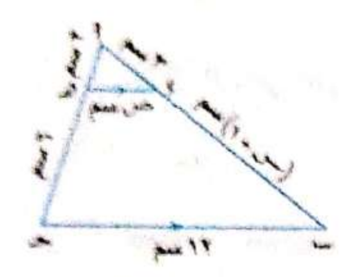
٣ (أ) في الشكل المقابل :

$\overline{ء هـ}$ // $\overline{ب حـ}$ ، ء ب = (س + ١) سم ، هـ حـ = ٦ سم

، ء هـ = ص سم ، ب حـ = ١٢ سم ، ا ء = ٢ سم

، ا هـ = ٢ سم

أوجد قيمة كل من : س ، ص



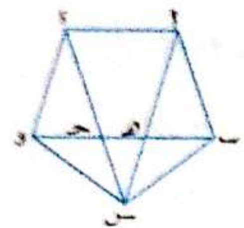
(غرب - الفيوم - ١٨)

(ب) في الشكل المقابل :

ا ب حـ ء ، ا هـ و ء متوازيا أضلاع

، $\overleftrightarrow{ا هـ}$ ∩ $\overleftrightarrow{ء حـ}$ = {س}

أثبت أن : مساحة Δ ا ب س = مساحة Δ ء و س



(شرق - الإسكندرية - ١٥)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مثلث س ص ع فيه : $(س ص)^2 = (ع ص)^2 + (س ع)^2$ ، ق (د ص) = ٤٠°

فإن : ق (د س) = ... (العريش - شمال سيناء - ١٦)

(أ) ٤٠° (ب) ٥٠° (جـ) ٩٠° (د) ١٣٠°

٢ الشكل الرباعى الذى مساحته تساوى نصف مربع طول قطره هو .... (الطود - الأقصر - ١٩)

(أ) معين. (ب) مربع. (جـ) مستطيل. (د) متوازى أضلاع.

٣ المضلعان المشابهان لثالث .... (الخانكة - القليوبية - ١٩)

(أ) متطابقان. (ب) متشابهان. (جـ) متساويان. (د) غير ذلك.

٤ إذا كان أ ب جـ ء متوازى أضلاع مساحته ١٠٠ سم٢ ، هـ ∈ $\overline{أ ء}$ ، و منتصف $\overline{ب جـ}$

، فإن مساحة سطح المثلث هـ ب و = ... سم٢. (شمال - الجيزة - ١٨)

(أ) ١٠٠ (ب) ٥٠ (جـ) ١٠ (د) ٢٥

٥ Δ س ص ع ~ Δ ل م ن فإن $\frac{\text{محيط } \Delta \text{ س ص ع}}{\text{محيط } \Delta \text{ ل م ن}}$ = ... (غرب طنطا - الغربية - ١٩)

(أ) $\frac{\text{س ص}}{\text{ل م}}$ (ب) $\frac{\text{س ع}}{\text{ص س}}$ (جـ) $\left(\frac{\text{س ص}}{\text{ل م}}\right)^2$ (د) $\frac{\text{ن م}}{\text{ع ص}}$

٦ إذا كان مجموع مساحتى المربعين المنشأين على ضلعين فى مثلث يساوى مساحة المربع المنشأ على

الضلع الثالث كانت الزاوية المقابلة لهذا الضلع .... (شرق - الغربية - ١٩)

(أ) قائمة. (ب) حادة. (جـ) منفرجة. (د) منعكسة.

---

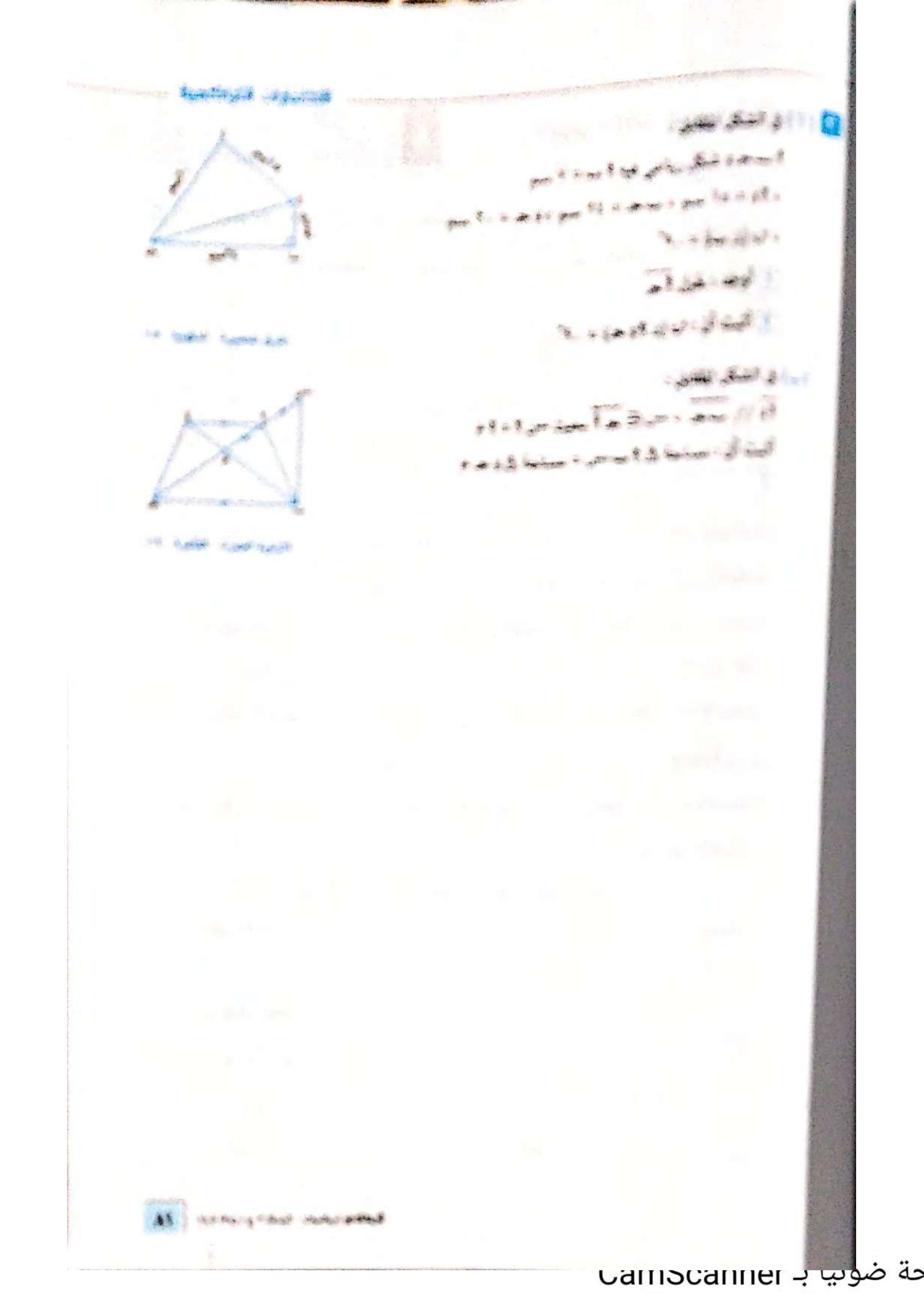
٢ (أ) قطعتا أرض متساويتان فى المساحة الأولى على شكل معين طولا قطريه ٤٨ مترًا ، ٤٠ مترًا والثانية

على شكل شبه منحرف ارتفاعه ٢٠ مترًا والنسبة بين طولى قاعدتيه المتوازيتين ٥ : ٧

أوجد : طول كل من هاتين القاعدتين. (تلا - المنوفية - ١٧)

(ب) أ ب جـ ء متوازى أضلاع فيه : أ ب = ٨ سم ، أ جـ = ٢٠ سم ، ب ء = ١٢ سم

أثبت أن : ق (د أ ب ء) = ٩٠° (غرب - الفيوم - ١٨)



اختبار تراكمي ٨ حتى الدرس الثالث الوحدة الخامسة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم .... طول القطعة المستقيمة نفسها. (أطفيح - الجيزة - ١٥)

(أ) ≥ (ب) < (جـ) ≤ (د) =

٢ إذا كان $\overline{\text{أء}} \parallel \overleftrightarrow{\text{سص}}$ فإن : طول مسقط $\overline{\text{أء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{سص}}$ .... طول $\overline{\text{أء}}$ (السلام - القاهرة - ١٥)

(أ) = (ب) < (جـ) > (د) ≤

٣ إذا كانت : $\overline{\text{أب}} \perp \overline{\text{بحـ}}$ فإن مسقط $\overline{\text{أب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{بحـ}}$ هو .... (شبين الكوم - المنوفية - ١٦)

(أ) $\overline{\text{أب}}$ (ب) $\overline{\text{بحـ}}$ (جـ) $\overline{\text{أحـ}}$ (د) النقطة ب

٤ مسقط النقطة (٥ ، -٤) على محور السينات هي النقطة .... (غرب - الفيوم - ١٩)

(أ) (٥ ، ٤) (ب) (٥ ، -٤) (جـ) (٥ ، ٠) (د) غير ذلك

٥ إذا كان أ ب حـ ء مربع فإن مسقط $\overline{\text{أء}}$ على $\overline{\text{بحـ}}$ هو .... (إبشواى - الفيوم - ١٩)

(أ) $\overline{\text{أب}}$ (ب) $\overline{\text{بحـ}}$ (جـ) $\overline{\text{حـء}}$ (د) $\overline{\text{ءأ}}$

٦ معين طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم فإن محيطه يساوى .... سم. (شرق المنصورة - الدقهلية - ١٨)

(أ) ١٦ (ب) ٢٠ (جـ) ٢٤ (د) ٤٨

٧ مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٥

تكون النسبة بين محيطيهما .... (بورفؤاد - بورسعيد - ١٨)

(أ) ١ : ١ (ب) ١ : ٢ (جـ) ٥ : ٣ (د) ٣ : ٥

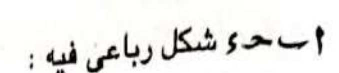
٨ فى الشكل المقابل :

مسقط $\overline{\text{أب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{بحـ}}$ هو ....

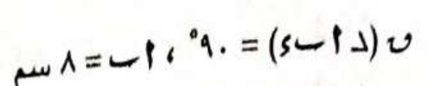
(أ) $\overline{\text{بحـ}}$ (ب) $\overline{\text{ءحـ}}$

(جـ) $\overline{\text{ءب}}$ (د) $\overline{\text{أء}}$ (٦ أكتوبر - الجيزة - ١٦)

٢ (أ) فى الشكل المقابل :

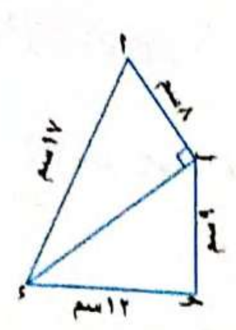


أ ب ح ء شكل رباعى فيه :



ق (∠ أ ب ء) = ٩٠° ، أ ب = ٨ سم

، أ ء = ١٧ سم ، ب ح = ٩ سم ، ح ء = ١٢ سم



١ أوجد : طول مسقط $\overline{أء}$ على $\overleftrightarrow{ب ء}$

٢ أثبت أن : ق (∠ ب ح ء) = ٩٠°

(غرب - الفيوم - ١٨)

(ب) شبه منحرف مساحته ٨٨ سم^{٢} ، وارتفاعه ٨ سم وطول إحدى قاعدتيه المتوازيتين ١٠ سم أوجد طول القاعدة الأخرى.

(وسط - الإسكندرية - ١٩)

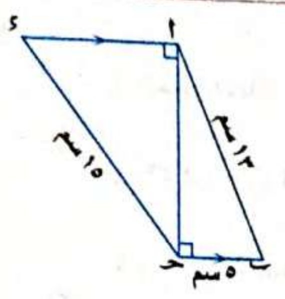
٣ (أ) فى الشكل المقابل :

$\overline{أء}$ // $\overline{ب ح}$ ، أ ب = ١٣ سم

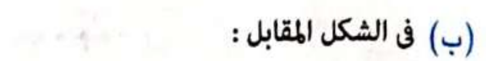
، ب ح = ٥ سم ، ح ء = ١٥ سم

، ق (∠ أ ح ب) = ق (∠ ء أ ح) = ٩٠°

أوجد بالبرهان : طول مسقط $\overline{ح ء}$ على $\overleftrightarrow{أء}$



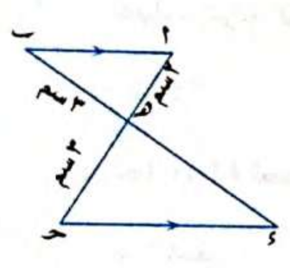
(قليوب - القليوبية - ١٩)



(ب) فى الشكل المقابل :

أثبت أن : Δ أ ب هـ ~ Δ ح ء هـ

ثم أوجد : طول $\overline{ء هـ}$



(غرب الزقازيق - الشرقية - ١٦)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مساحة المربع المنشأ على أحد ضلعى القائمة فى المثلث القائم الزاوية تساوى مساحة .... الذى بعداه طول مسقط هذا الضلع على الوتر وطول الوتر. (العريش - شمال سيناء ١٦)

(أ) المربع (ب) المستطيل (جـ) المعين (د) متوازى الأضلاع

٢ إذا كان ا ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، ب ء ⊥ ا حـ فإن مسقط ب ء على ا حـ هو النقطة .... (دمياط - دمياط ١٦)

(أ) ا (ب) ب (جـ) حـ (د) ء

٣ فى الشكل المقابل :

Δ ا ء هـ ~ Δ ا ب حـ

فإن نسبة التصغير .... (روض الفرج - القاهرة ١٦)

ا، ء، هـ، ٥سم، حـ، ١٠سم، ب

(أ) ٢ : ١ (ب) ١ : ١ (جـ) ١ : ٢ (د) ١ : ٣

٤ مساحة المربع الذى طول قطره ٨ سم تساوى .... $سم^٢$. (العمرانية - الجيزة ١٩)

(أ) ٦٤ (ب) ٣٢ (جـ) ١٦ (د) ١٢

٥ طول مسقط قطعة مستقيمة عمودية على مستقيم معلوم = ... سم. (يوسف الصديق - الفيوم ١٩)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٦ فى الشكل المقابل :

Δ ا ب حـ قائم الزاوية فى ب

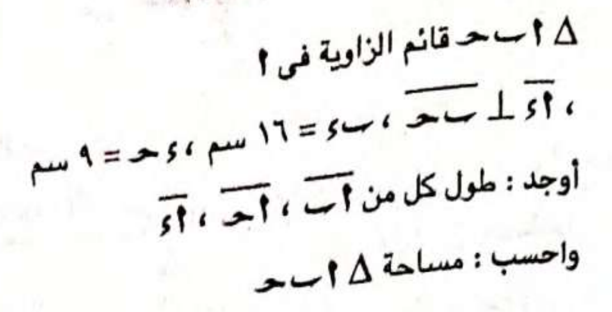
، ب ء ⊥ ا حـ

فإن : $(ا ب)^٢$ = ا ء × .... (السلام - القاهرة ١٥)

ا، ء، ب، حـ

(أ) ا حـ (ب) ء ب (جـ) ب حـ (د) حـ ء

٢ (أ) فى الشكل المقابل :

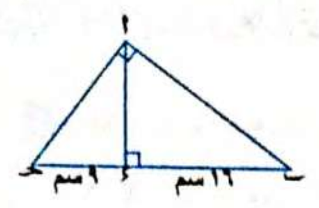


Δ أ ب جـ قائم الزاوية فى أ

، أ ء ⊥ ب جـ ، ب ء = ١٦ سم ، ء جـ = ٩ سم

أوجد : طول كل من أ ب ، أ جـ ، أ ء

واحسب : مساحة Δ أ ب جـ



(الداخلة - الوادى الجديد - ١٨)

(ب) فى الشكل المقابل :

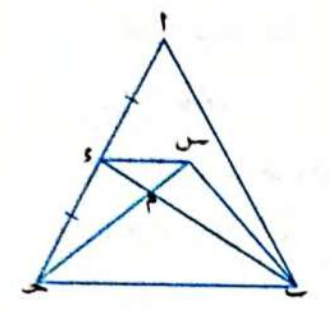
أ ب جـ ء مثلث فيه : ء منتصف أ جـ :

، مساحة Δ س ب جـ = $\frac{١}{٢}$ مساحة Δ أ ب جـ

أثبت أن :

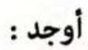
١ س ء // ب جـ

٢ مساحة Δ س ب م = مساحة Δ ء م جـ

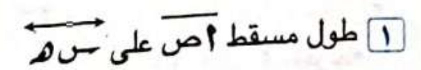


(غرب - الفيوم - ١٨)

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

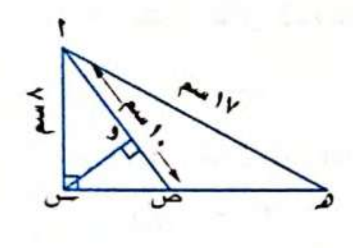


أوجد :



١ طول مسقط أ ص على س هـ

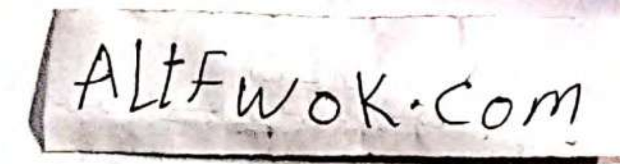
٢ طول كل من : س و ، أ و ، هـ ص



(النزهة - القاهرة - ١٦)

(ب) أ ب جـ ء شبه منحرف متساوى الساقين فيه أ ء // ب جـ فإذا كان : ب جـ = ٢ أ ء = ٢٠ سم ومساحته ١٨٠ سم^{٢} أوجد طول كل من ساقيه.

(إبشواى - الفيوم - ١٩)



١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ Δ أب حـ فيه : (أب)^2 > (أحـ)^2 + (ب حـ)^2 فإن : ∠ حـ تكون .... (الجمرك - الإسكندرية - ١٥)

(أ) منفرجة. (ب) حادة. (جـ) قائمة. (د) مستقيمة.

٢ Δ أب حـ فيه : (أب)^2 = (أحـ)^2 + (ب حـ)^2 + ٥ (غرب المحلة - الغربية - ١٨)

فإن : ∠ حـ تكون ....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

٣ المثلث أب حـ حاد الزوايا فيه : أب = ٦ سم ، ب حـ = ٨ سم (قليوب - القليوبية - ١٦)

فإن : طول $\overline{\text{أحـ}}$ = ... سم.

(أ) ٢ (ب) ٦ (جـ) ١٠ (د) ١٤

٤ المثلث الذى أطوال أضلاعه ٦ سم ، ١١ سم ، ٨ سم يكون .... (برج العرب - الإسكندرية - ١٦)

(أ) حاد الزوايا. (ب) قائم الزاوية. (جـ) منفرج الزاوية. (د) غير ذلك.

٥ مثلث أطوال أضلاعه ٣ سم ، ٤ سم ، ٥ سم تكون مساحته = ... (إطسا - الفيوم - ١٩)

(أ) ١٢ سم^2 (ب) ٧,٥ سم^2 (جـ) ٦ سم^2 (د) ٥ سم^2

٦ س ص ع مثلث فيه س ص = ٣ سم ، ص ع = ٤ سم ، ∠ س ص ع منفرجة (غرب - الإسكندرية - ١٩)

فإن : س ع = ... سم.

(أ) ٨ (ب) ٧ (جـ) ٦ (د) ٥

٧ معين محيطه ٤٠ سم وطول أحد قطريه ١٢ سم يكون طول قطره الآخر .... سم. (إسنا - الأقصر - ١٨)

(أ) ١٦ (ب) ١٢٠ (جـ) ٣٦٠ (د) ١٨

٨ فى المثلث أب حـ إذا كان : (أب)^2 = (ب حـ)^2 + (أحـ)^2 وكان ق (∠ ب) = ٢ ق (∠ أ) (قويسنا - المنوفية - ١٩)

فإن : ق (∠ أ) = ...°

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (جـ) ٦٠ (د) ٩٠

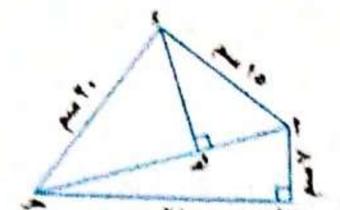
---

٢ (أ) حدد الزاوية التى لها أصغر قياس فى المثلث أب حـ حيث أب = ٧ سم ، ب حـ = ٨ سم ، أحـ = ١٠ سم ثم حدد نوع المثلث بالنسبة لزواياه. (وسط - الإسكندرية - ١٩)

(ب) معين النسبة بين طولى قطريه ٣ : ٤ ومساحة سطحه ٥٤ سم^2

أوجد طول كل من قطريه. (غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ١٩)

٣ (أ) فى الشكل المقابل :



ق (∠ ب) = ٩٠° ، $\overline{\text{ده}} \perp \overline{\text{أحـ}}$

، أب = ٧ سم ، ب حـ = ٢٤ سم

، أ ء = ١٥ سم ، ء حـ = ٢٠ سم

[١] اثبت أن : ق (∠ أ ء حـ) = ٩٠°

[٢] أوجد : طول مسقط $\overline{\text{أء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أحـ}}$

(الهرم - الجيزة - ١٨)

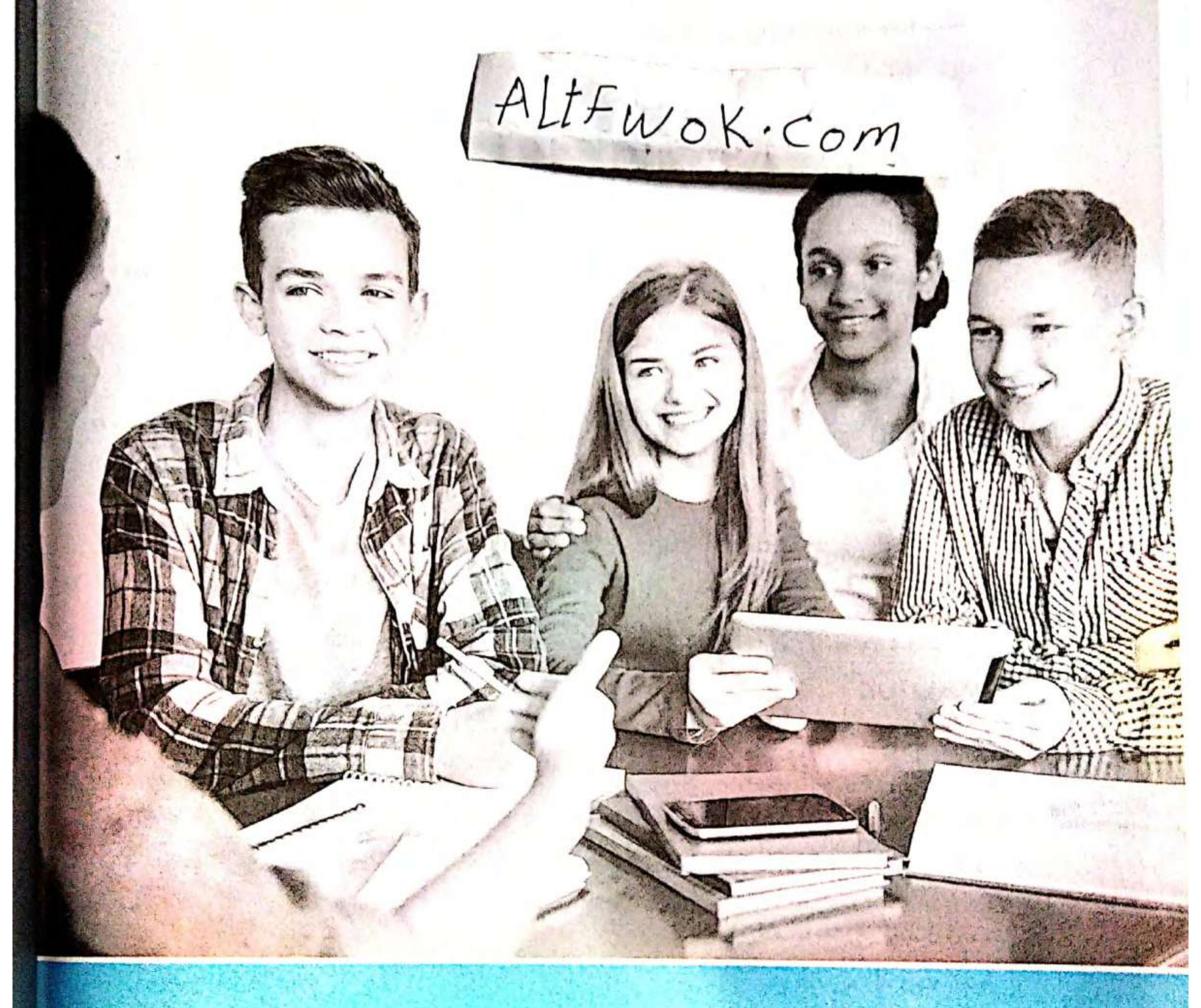
(ب) مثلثان متشابهان أطوال أضلاع أحدهما ٣ سم ، ٤ سم ، ٥ سم ومحيط الآخر ٣٦ سم أوجد أطوال أضلاع المثلث الآخر.

(الداخلة - الوادى الجديد - ١٨)

الأسئلة الهامة

فى الهندسة

من امتحانات الإدارات التعليمية



ملخص الوحدة الرابعة
المساحات

نظرية (١) :

سطحا متوازيي الأضلاع المشتركين فى القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة متساويان فى المساحة.

نتيجة (١) :

مساحة متوازى الأضلاع تساوى مساحة المستطيل المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين.

نتيجة (٢) :

مساحة متوازى الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها.

نتيجة (٣) :

متوازيات الأضلاع المحصورة بين مستقيمين متوازيين وقواعدها التى على أحد هذين المستقيمين متساوية فى الطول تكون مساحاتها متساوية.

نتيجة (٤) :

مساحة المثلث تساوى نصف مساحة متوازى الأضلاع المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل القاعدة المشتركة.

نتيجة (٥) :

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها.

نظرية (٢) :

المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة يكونان متساويين فى المساحة.

نتيجة (١) :

المثلثات التى قواعدها متساوية فى الطول والمحصورة بين مستقيمين متوازيين تكون متساوية فى المساحة.

نتيجة (٢) :

متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين متساويين فى المساحة.

نتيجة (٣) :

المثلثات التى أطوال قواعدها متساوية ، وعلى مستقيم واحد ومشتركة فى الرأس تكون متساوية فى المساحة.

نظرية (٣) :

المثلثان المتساويان فى مساحتيهما ، المرسومان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة من هذه القاعدة ، يكون رأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة.

- إذا كان هناك مثلثان متساويان فى المساحة ومحصوران بين مستقيمين وقاعدتاهما الواقعتان على أحد هذين المستقيمين متساويتان فى الطول ، كان المستقيمان متوازيين.

- مساحة المعين = طول ضلعه × ارتفاعه

= $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب طولى قطريه.

- مساحة المربع = مربع طول ضلعه

= $\frac{١}{٢}$ مربع طول قطره.

- زاويتا كل من قاعدتى شبه المنحرف المتساوى الساقين متساويتان فى القياس.

- قطرا شبه المنحرف المتساوى الساقين متساويان فى الطول.

- شبه المنحرف المتساوى الساقين له محور تماثل واحد هو المستقيم الذى ينصف قاعدتيه.

- القاعدة المتوسطة لشبه المنحرف توازى كلًا من قاعدتيه المتوازيتين وطولها يساوى نصف مجموع طوليهما.

- مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ مجموع طولى القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع

= طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع.

أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

١ إذا كان طول قاعدة متوازى أضلاع ٧ سم وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة ٤ سم فإن مساحته = ... (البساتين ودار السلام - القاهرة - ١٧)

(أ) ١١ سم^2 (ب) ١٤ سم^2 (جـ) ٢٢ سم^2 (د) ٢٨ سم^2

٢ إذا كانت مساحة متوازى أضلاع ٣٥ سم^2 وطول أحد أضلاعه ٧ سم فإن الارتفاع المناظر لهذا الضلع = ... سم. (شبرا - القاهرة - ١٧)

(أ) ١٠ (ب) ٥ (جـ) ٧ (د) $\frac{٥}{٢}$

٣ متوازى أضلاع طولا ضلعين متجاورين فيه : ٥ سم ، ٧ سم وارتفاعه الأصغر ٤ سم تكون مساحته = ... سم^2 (شمال الجيزة - الجيزة - ١٩)

(أ) ١٢٠ (ب) ٢٨ (جـ) ٣٥ (د) ٢٠

٤ طولا ضلعين متجاورين فى متوازى أضلاع ٦ سم ، ٧ سم وارتفاعه الأكبر ٥ سم فتكون مساحته = ... سم^2 (جنوب الجيزة - الجيزة - ١٧)

(أ) ٣٠ (ب) ٣٥ (جـ) ٤٢ (د) ٤٩

٥ متوازى أضلاع فيه طولا ضلعين متجاورين ٩ سم ، ٦ سم ، وارتفاعه الأصغر ٤ سم فإن ارتفاعه الأكبر= .... سم (إسنا - الأقصر - ١٨)

(أ) ٣٦ (ب) ٢٤ (جـ) ١٢ (د) ٦

٦ مساحة المثلث .... مساحة متوازى الأضلاع المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل القاعدة المشتركة. (مصر الجديدة - القاهرة - ١٧)

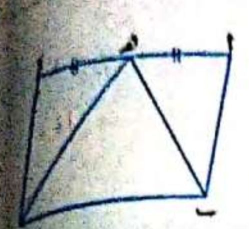
(أ) تساوى (ب) نصف (جـ) ضعف (د) ربع

٧ النسبة بين مساحة متوازى الأضلاع ومساحة المثلث المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين هى .... (العجمى - الإسكندرية - ١٧)

(أ) ١ : ٢ (ب) ١ : ٣ (جـ) ٢ : ١ (د) ٢ : ٣

٨ أ ب جـ ء متوازى أضلاع ، هـ ∈ $\overline{أء}$ فإذا كانت مساحة △ هـ ب جـ = ٣٥ سم^2 فإن مساحة متوازى الأضلاع أ ب جـ ء = ... سم^2 (بنها - القليوبية - ١٧)

(أ) ٣٥ (ب) ٧٠ (جـ) ١٧ (د) ١٧,٥



٩ فى الشكل المقابل :

إذا كان : ا ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته = ٢٤ سم^2

فإن : مساحة Δ ا ب هـ = ... سم^2

(أ) ٢٤ (ب) ١٢

(جـ) ٨ (د) ٦

(الساحل - القاهرة - ١٨)

١٠ المثلث الذى طول قاعدته ١٢ سم ومساحته ٤٨ سم^2 يكون ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة = ...

(المنتزه - الإسكندرية - ١٧)

(أ) ٣ سم (ب) ٤ سم (جـ) ٦ سم (د) ٨ سم

١١ مثلث مساحته ٢٤ سم^2 وارتفاعه ٨ سم فإن طول قاعدته المناظرة لهذا الارتفاع بالسم = ...

(المرج - القاهرة - ١٩)

(أ) ١٦ (ب) ٦ (جـ) ٣ (د) ٢

١٢ مساحة المستطيل الذى بعداه ٦ سم ، ٤ سم .... مساحة المثلث الذى طول قاعدته ١٢ سم وارتفاعه المناظر لها ٤ سم

(أوسيم - الجيزة - ١٧)

(أ) $>$ (ب) $<$ (جـ) $=$ (د) $\neq$

١٣ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين ....

(المنتزه - الإسكندرية - ١٨)

(أ) متطابقين. (ب) متساويين فى المساحة.

(جـ) متشابهين. (د) منطبقين.

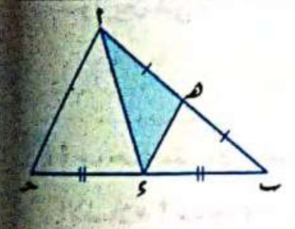
١٤ Δ ا ب حـ فيه ء منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$ فإن Δ ا ب ء ، Δ ا حـ ء يكونان ....

(منشأة القناطر - الجيزة - ١٩)

(أ) متشابهين. (ب) متساويين فى المساحة.

(جـ) متطابقين. (د) كل ما سبق.

١٥ فى الشكل المقابل :



م (Δ ا هـ ء) = ... م (Δ ا ب حـ)

(أ) $\frac{1}{2}$ (ب) $\frac{1}{3}$

(جـ) $\frac{1}{4}$ (د) $\frac{1}{8}$

(تلا - المنوفية - ١٧)

١٦ إذا كان : أ ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته ١٠٠ سم^٢ ، هـ ∈ أء ، و منتصف ب حـ
، فإن مساحة سطح المثلث هـ ب و = ... سم^٢. (شمال الجيزة - الجيزة - ١٩)

(أ) ١٠٠ (ب) ٥٠ (جـ) ١٠ (د) ٢٥

١٧ فى الشكل المقابل :

إذا كان : مساحة Δ أ ب حـ = مساحة Δ ء ب حـ فإن : ....

(أ) أب // حـ ء (ب) أب = حـ ء

(جـ) أء // ب حـ (د) أء = ب حـ

(الساحل - القاهرة - ١٩)

١٨ مساحة المربع الذى طول قطره ٦ سم تساوى .... سم^٢ (النزهة - القاهرة - ١٦)

(أ) ١٢ (ب) ١٨ (جـ) ٢٤ (د) ٣٦

١٩ إذا كان مساحة مربع ٥٠ سم^٢ فإن طول قطره = ... (روض الفرج - القاهرة - ١٦)

(أ) ٥ سم (ب) ١٠ سم (جـ) ٢٠ سم (د) ٢٥ سم

٢٠ مساحة المستطيل الذى بعديه ٥ سم ، ٣ سم هى .... سم^٢ (جنوب الجيزة - الجيزة - ١٧)

(أ) ٨ (ب) ١٦ (جـ) ١٥ (د) ٢

٢١ معين طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم فإن مساحته = ... سم^٢ (غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ١٨)

(أ) ١٤ (ب) ٢٤ (جـ) ٢٨ (د) ٤٨

٢٢ معين طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم وارتفاعه ٤,٨ سم فإن طول ضلعه = ... سم (غرب - الفيوم - ١٨)

(أ) ١٠ (ب) ٥ (جـ) ٢٠ (د) ١٢

٢٣ قطرا شبه المنحرف المتساوى الساقين .... (المرج - القاهرة - ١٨)

(أ) متطابقان. (ب) متعامدان.

(جـ) متوازيان. (د) ينصف كلًا منهما الآخر.

٢٤ شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ٨ سم فإن طول قاعدته المتوسطة = ... (المطرية - القاهرة - ١٩)

(أ) ٧ سم (ب) ٦ سم (جـ) ١٤ سم (د) ٢٤ سم

٢٥ شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين هى ٨ سم ، ١٢ سم وارتفاعه ٦ سم تكون مساحته .... سم^٢

(أ) ٧٢٠ (ب) ١٢٠ (جـ) ٦٠ (د) ٧٢ (الزيتون - القاهرة - ١٩)

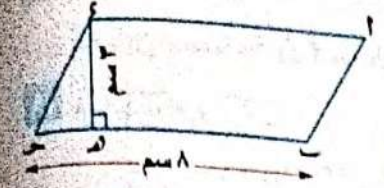
٢٦ شبه منحرف مساحته ٤٨ سم^٢ وارتفاعه ٦ سم يكون طول قاعدته المتوسطة = ... سم

(أ) ٦ (ب) ٨ (جـ) ٣ (د) ٢٨ (قطور - الغربية - ١٩)

ثانيا أسئلة الإكمال

1 إذا كان : أ ب جـ ء متوازى أضلاع فيه أ ب = ٥ سم ، ب جـ = ١٠ سم وارتفاعه الأصغر ٤ سم فإن ارتفاعه الأكبر يساوى .... (مصر الجديدة - القاهرة - ١٩)

2 فى الشكل المقابل :



مساحة متوازى الأضلاع أ ب جـ ء = ... سم^{٢}

(العمرانية - الجيزة - ١٩)

3 سطحا متوازيى الأضلاع المشتركين فى القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة يكونان .... (غرب - الإسكندرية - ١٩)

4 متوازى أضلاع مساحته ٤٨ سم^{٢} وطول قاعدته ١٢ سم فإن ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة = ... سم (الدقى - الجيزة - ١٩)

5 مساحة المثلث تساوى نصف مساحة متوازى الأضلاع المشترك معه فى .... والمحصور معه بين .... (المرج - القاهرة - ١٩)

6 مثلث طول قاعدته ٨ سم والارتفاع المناظر لهذه القاعدة ٥ سم تكون مساحته .... سم^{٢} (المرج - القاهرة - ١٨)

7 مثلث مساحته ١٥ سم^{٢} وارتفاعه ٣ سم فإن طول قاعدته = ... سم (دمياط - دمياط - ١٦)

8 إذا كان : أ ب جـ ء متوازى أضلاع مساحته ١٠٠ سم^{٢} فإن مساحة Δ أ ب جـ = ... سم^{٢} (الزاوية الحمراء - القاهرة - ١٩)

9 المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة .... (شبرا - القاهرة - ١٧)

10 المثلثات التى قواعدها متساوية فى الطول والمحصورة بين مستقيمين متوازيين تكون .... (حدائق القبة - القاهرة - ١٩)

11 المثلثان المتساويان فى مساحتيهما ، والمرسومان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة منها يكون .... (جنوب الجيزة - الجيزة - ١٧)

12 معين طولا قطريه ١٠ سم ، ٦ سم فإن مساحته = ... سم^{٢} (بولاق الدكرور - الجيزة - ١٩)

13 معين طول ضلعه ١٢ سم ، وارتفاعه ٨ سم فإن مساحته = ... سم^{٢} (شرق - الإسكندرية - ١٩)

14 معين مساحته ٢٤ سم^{٢} وطول أحد قطريه ٦ سم فإن طول القطر الآخر = ... سم (المرج - القاهرة - ١٩)

15 المعين الذى محيطه ٢٠ سم وارتفاعه ٦ سم تكون مساحته .... سم^{٢} (مطوبس - كفر الشيخ - ١٥)

١٦ مربع محيطه = ٢٠ سم فإن مساحة سطحه = ... سم٢ (غرب الزقازيق - الشرقية - ١٦)

١٧ مربع مساحته ٣٢ سم٢ فإن طول قطره = ... سم (شبرا - القاهرة - ١٧)

١٨ شبه منحرف ارتفاعه ٥ سم ومساحته ٣٠ سم٢ فإن طول قاعدته المتوسطة = ... سم
(روض الفرج - القاهرة - ١٦)

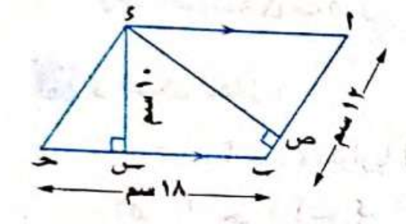
١٩ شبه المنحرف الذى طول قاعدته المتوسطة ٧ سم ومساحة سطحه ٣٥ سم٢ يكون ارتفاعه .... سم
(شرق المنصورة - الدقهلية - ١٨)

٢٠ شبه منحرف مساحته ١٠٨ سم٢ وطول إحدى قاعدتيه المتوازيتين ١٥ سم وارتفاعه ٨ سم
فإن طول قاعدته الأخرى = ... سم (بولاق - الجيزة - ١٦)

ثالثًا الأسئلة المقالية

١ أوجد مساحة سطح متوازى الأضلاع الذى فيه طولى ضلعين متجاورين ٦ سم ، ٨ سم وارتفاعه الأكبر ٥ سم
(وسط - الإسكندرية - ١٨)

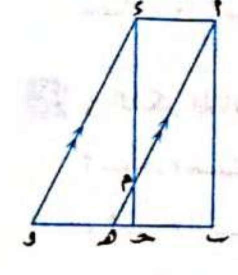
٢ فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، أ ب = ١٢ سم
، ب حـ = ١٨ سم ، ء س = ١٠ سم
أوجد : [١] مساحة المتوازى.
[٢] طول $\overline{\text{ء ص}}$

(توجيه - الإسماعيلية - ١٨)

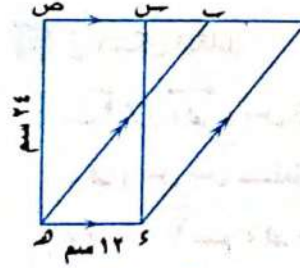
٣ فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء مستطيل
، $\overline{\text{أ هـ}}$ // $\overline{\text{ء و}}$ ، هـ ∈ $\overline{\text{ب حـ}}$ ، و ∈ $\overleftarrow{\text{ب حـ}}$
أثبت أن :
مساحة الشكل أ ب حـ م = مساحة الشكل ء م هـ و

(ملوى - المنيا - ١٧)

٤ فى الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ء هـ}}$ ، س ∈ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، ص ∈ $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ، س ء هـ ص مستطيل
، $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب هـ}}$ ، ء هـ = ١٢ سم ، ص هـ = ٢٤ سم
أوجد : مساحة الشكل أ ب هـ ء

(قليوب - القليوبية - ١٩)

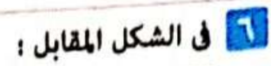
٥ في الشكل المقابل :

أ ب ع و مستطيل

، أ ب حـ ء ، أ م هـ و متوازيا أضلاع.

أثبت أن : مساحة ▱ أ ب حـ ء = مساحة ▱ أ م هـ و

(غرب - الفيوم - ١٨)

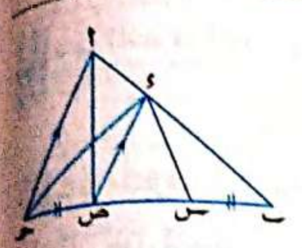


٦ في الشكل المقابل :

$\overline{ءص} \parallel \overline{أحـ}$

، ب س = ص حـ

أثبت أن : مساحة △ ب ء س = مساحة △ أ ص ء



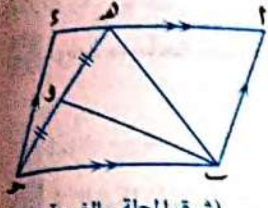
(غرب المحلة - الغربية - ١٨)

٧ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته ٤٠ سم^2

، و منتصف $\overline{هـ حـ}$ ، هـ $\in \overline{أء}$

أوجد : مساحة △ ب هـ و



(شرق المحلة - الغربية - ١٧)

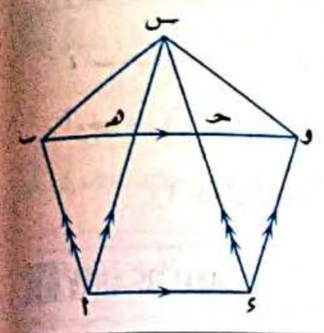
٨ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء ، أ هـ و ء متوازيا أضلاع

، $\overleftrightarrow{أهـ} \cap \overleftrightarrow{ءحـ} = \{س\}$

برهن أن :

مساحة △ أ ب س = مساحة △ ء و س



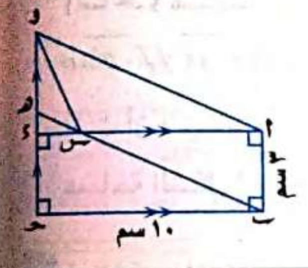
(توجيه - البحيرة - ١٧)

٩ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء مستطيل ، أ و هـ ب متوازى أضلاع

، أ ب = ٣ سم ، ب حـ = ١٠ سم

أوجد بالبرهان : مساحة △ أ و س



(أوسيم - الجيزة - ١٧)

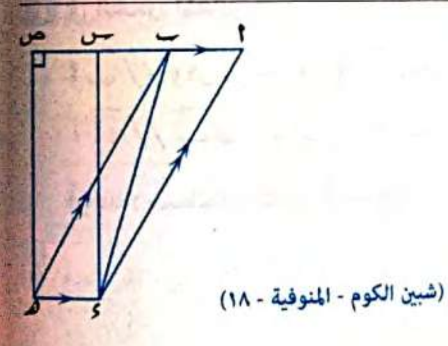
١٠ في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{ب أ} \parallel \overleftrightarrow{ءهـ}$ ، س $\in \overleftrightarrow{ب أ}$ ، ص $\in \overleftrightarrow{ب أ}$

، هـ ء س ص مستطيل ، $\overline{أء} \parallel \overline{هـ ب}$

، هـ ء = ٣ سم ، هـ ص = ١٠ سم

أوجد بالبرهان : مساحة △ أ ء ب



(شبين الكوم - المنوفية - ١٨)

١١ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء ، أ ب م ن متوازيا أضلاع

برهن أن :

مساحة Δ هـ ب حـ = $\frac{1}{2}$ مساحة متوازي الأضلاع أ ب م ن

(الدخلة - الوادي الجديد - ١٨)

١٢ في الشكل المقابل :

أء // ب حـ

أثبت أن :

مساحة Δ أ م ب = مساحة Δ ء م حـ

(العمرانية - الجيزة - ١٩)

١٣ في الشكل المقابل :

ء منتصف ب حـ ، هـ ∈ أء

أثبت أن :

مساحة Δ أ هـ ب = مساحة Δ أ هـ حـ

(نجع حمادي - قنا - ١٧)

١٤ في الشكل المقابل :

أء // ب حـ

، هـ منتصف ب حـ

أثبت أن : [١] مساحة Δ أ م ب = مساحة Δ ء م حـ

[٢] مساحة الشكل أ ب هـ م = مساحة الشكل ء م هـ حـ

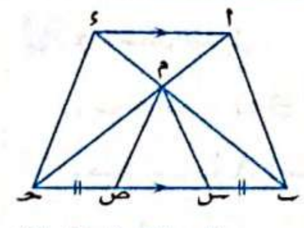
(وسط - الإسكندرية - ١٩)

١٥ في الشكل المقابل :

أء // ب حـ ، أحـ ∩ ب ء = {م}

، ب س = ص حـ

أثبت أن : مساحة الشكل أ ب س م = مساحة الشكل ء حـ ص م



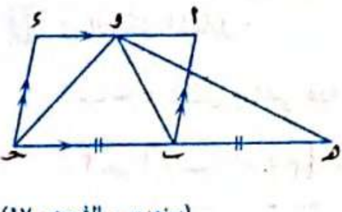
(العمرانية - الجيزة - ١٩)

١٦ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء متوازي أضلاع ، هـ ∈ حـ ب

حيث : ب حـ = ب هـ

برهن أن : مساحة Δ و هـ حـ = مساحة متوازي الأضلاع أ ب حـ ء



(سنورس - الفيوم - ١٧)

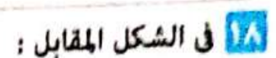
١٧ في الشكل المقابل :

ا ب ح مثلث ، س ∈ ا ب ، ص ∈ ا ح

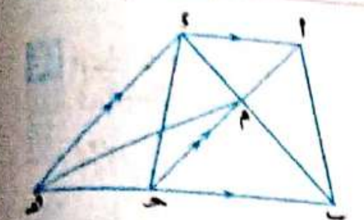
، م ∈ ب ح ، س ص // ب ح

برهن أن : مساحة الشكل ا س م ص = مساحة Δ ا س ح

(كفر سعد - دمياط - ١٧)



١٨ في الشكل المقابل :



ا ب ح ء شكل رباعي فيه : ا ء // ب ح

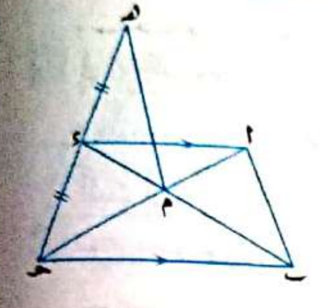
، هـ ∈ ب ح ، ا ح ∩ ب ء = {م}

، م ح // ء هـ

برهن أن : مساحة Δ ا م ب = مساحة Δ م ح هـ

(وسط - الإسكندرية - ١٨)

١٩ في الشكل المقابل :



ا ء // ب ح

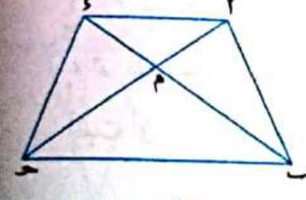
، ا ح ∩ ب ء = {م}

، ء منتصف هـ ح

أثبت أن : مساحة Δ م ء هـ = مساحة Δ ا م ب

(بنها - القليوبية - ١٧)

٢٠ في الشكل المقابل :



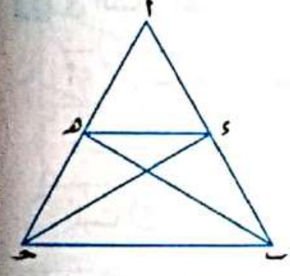
ا ح ∩ ب ء = {م}

، مساحة المثلث ا ب م = مساحة المثلث ء ح م

أثبت أن : ا ء // ب ح

(٦ أكتوبر - الجيزة - ١٩)

٢١ في الشكل المقابل :



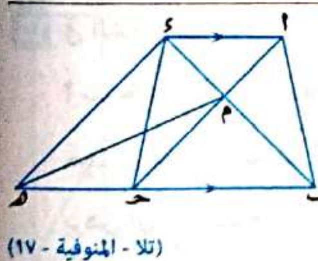
ا ب ح مثلث ، ء ∈ ا ب ، هـ ∈ ا ح

بحيث مساحة Δ ا ب هـ = مساحة Δ ا ح ء

أثبت أن : ء هـ // ب ح

(الدقى - الجيزة - ١٩)

٢٢ في الشكل المقابل :



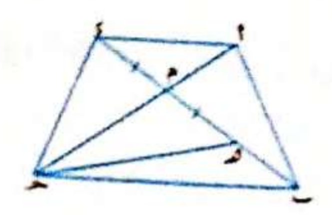
ا ب ح ء شكل رباعي فيه : ا ء // ب ح ، هـ ∈ ب ح

، ا ح ∩ ب ء = {م} ، مساحة Δ ا ب م = مساحة Δ هـ ح م

برهن أن : ء هـ // ا ح

(تلا - المنوفية - ١٧)

في الشكل المقابل :



أ ب جـ ء شكل رباعي تتقاطع قطراه في م

، هـ ∈ $\overline{\text{ب م}}$ حيث م هـ = م ء

، مساحة Δ أ م ب = مساحة Δ جـ م هـ

برهن أن : $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

(الهرم - الجيزة - ١٨)

أوجد طول قطر المربع الذي مساحة سطحه تساوي ١٨ سم²

(الساحل ودار السلام - القاهرة - ١٧)

معين حاصل ضرب قطريه ٧٢ سم² وارتفاعه ٩ سم أوجد طول ضلعه.

(المرج - القاهرة - ١٨)

معين النسبة بين طولي قطريه ٥ : ٨ فإذا كانت مساحته ٢٠٠٠ سم²

فأوجد طول كل من قطريه

(العريش - شمال سيناء - ١٩)

أ ب جـ ء معين تتقاطع قطراه في م فإذا كان أ ب = ١٣ سم ، أ جـ = ١٠ سم

فأوجد مساحة المعين : أ ب جـ ء

(الزاوية الحمراء - القاهرة - ١٩)

أوجد مساحة سطح شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٩ سم وارتفاعه ٦ سم

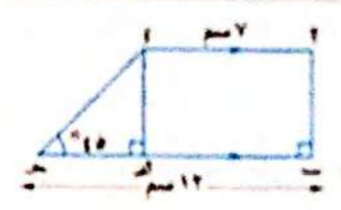
(مصر الجديدة - القاهرة - ١٧)

شبه منحرف مساحته ١٨٠ سم² والنسبة بين طولي قاعدتيه المتوازيتين هي ٣ : ٢ ، وارتفاعه ١٢ سم

فما طول كل منهما ؟

(دمياط - دمياط - ١٦)

في الشكل المقابل :



أ ب جـ ء شبه منحرف فيه :

$\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overline{\text{ء هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{ب جـ}}$

، أ ء = ٧ سم ، ب جـ = ١٢ سم ، ق(∠ جـ) = ٤٥°

أوجد : مساحة سطح شبه المنحرف أ ب جـ ء

(غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ١٨)



ملخص الوحدة الخامسة

التشابه وعكس نظرية فيثاغورث ونظرية إقليدس

تشابه مضلعين :

• يُقال لمضلعين (لهما نفس العدد من الأضلاع) إنهما متشابهان إذا تحقق الشرطان الآتيان معًا :

(١) زواياهما المتناظرة متساوية فى القياس.

(٢) أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.

• المضلعات المتطابقة تكون متشابهة ، ولكن المضلعات المتشابهة ليس من الضرورى أن تكون متطابقة.

• كل المضلعات المنتظمة التى لها نفس العدد من الأضلاع تكون متشابهة.

• المضلعان المشابهان لثالث متشابهان.

• النسبة بين محيطى مضلعين متشابهين = النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما.

تشابه مثلثين :

• يتشابه المثلثان إذا توفر أحد الشرطين التاليين :

(١) تساوت قياسات زواياهما المتناظرة.

(٢) تناسبت أطوال أضلاعهما المتناظرة.

عكس نظرية فيثاغورث :

إذا كان مجموع مساحتى المربعين المنشأين على ضلعين فى مثلث يساوى مساحة المربع المنشأ على الضلع الثالث كانت الزاوية المقابلة لهذا الضلع قائمة.

المساقط :

(١) مسقط نقطة على مستقيم :

• المسقط العمودى لنقطة ما على مستقيم هو موقع العمود المرسوم من هذه النقطة على المستقيم.

• إذا كانت النقطة تقع على المستقيم فإن مسقطها العمودى على هذا المستقيم هو نفس النقطة.

(٢) مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم :

• مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم هو القطعة المستقيمة التى طرفاها هما مسقطا طرفى القطعة المستقيمة الأصلية على هذا المستقيم.

• طول مسقط قطعة مستقيمة معلومة على مستقيم معلوم $\leq$ طول القطعة نفسها.

(٣) مسقط شعاع على مستقيم :

- مسقط شعاع على مستقيم غير عمودى عليه هو شعاع ⊂ المستقيم.
- الشعاع العمودى على مستقيم يكون مسقطه على هذا المستقيم نقطة تنتمى إلى المستقيم.

(٤) مسقط مستقيم على مستقيم :

- مسقط مستقيم على مستقيم آخر غير عمودى عليه هو ذلك المستقيم الآخر.
- مسقط مستقيم على مستقيم آخر عمودى عليه هو نقطة تقاطع المستقيمين.

نظرية إقليدس :

مساحة المربع المنشأ على أحد ضلعى القائمة فى المثلث القائم الزاوية تساوى مساحة المستطيل الذى بعداه طول مسقط هذا الضلع على الوتر ، وطول الوتر.

التعرف على نوع المثلث بالنسبة لزواياه متى علمت أطوال أضلاعه :

- إذا كان مربع طول الضلع الأكبر يساوى مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين فإن المثلث قائم الزاوية.
- إذا كان مربع طول الضلع الأكبر أكبر من مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين فإن المثلث منفرج الزاوية.
- إذا كان مربع طول الضلع الأكبر أقل من مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين فإن المثلث حاد الزوايا.
- لتحديد نوع زاوية فى مثلث نقارن بين مربع طول الضلع المقابل للزاوية المراد تحديد نوعها ومجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين.
- أكبر زوايا المثلث قياسًا تقابل أكبر أضلاع المثلث طولًا.

الأسئلة الهامة على الوحدة الخامسة

أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

١ المضلعان المتشابهان زواياهما المتناظرة .... فى القياس. (غرب المنصورة - الدقهلية - ١٦)

(أ) متساوية (ب) مختلفة (جـ) متناسبة (د) متبادلة

٢ جميع المضلعات المنتظمة التى لها نفس العدد من الأضلاع تكون .... (منيا القمح - الشرقية - ١٧)

(أ) متطابقة. (ب) متشابهة. (جـ) متساوية المساحة. (د) كل ما سبق.

٣ جميع .... متشابهة. (الزينية - الأقصر - ١٦)

(أ) المثلثات (ب) المربعات (جـ) المعينات (د) المستطيلات

٤ إذا كانت نسبة التكبير بين مضلعين متشابهين = ... فإن المضلعان متطابقين. (مصر الجديدة - القاهرة - ١٧)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٠,٥ (د) ٠,٢٥

٥ المضلعان المشابهان لمضلع ثالث يكونان .... (توجيه - البحيرة - ١٧)

(أ) متطابقين. (ب) متساويين فى المساحة.
(جـ) متشابهين. (د) منطبقين.

٦ مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٥ تكون النسبة بين محيطيهما .... (بورفؤاد - بورسعيد - ١٨)

(أ) ١ : ١ (ب) ١ : ٢ (جـ) ٥ : ٣ (د) ٣ : ٥

٧ مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ١ : ٣ ، فإذا كان محيط المضلع الأكبر ٤٥ سم فإن محيط المضلع الأصغر .... سم. (الداخلة - الوادى الجديد - ١٨)

(أ) ١٥ (ب) ٣٠ (جـ) ٢٥ (د) ١٠

٨ يتشابه المثلثان إذا كانت أطوال أضلاعهما المتناظرة .... (العمرانية - الجيزة - ١٩)

(أ) غير متساوية. (ب) متناسبة. (جـ) متساوية. (د) متوازية.

٩ العمود المرسوم من رأس القائمة لمثلث قائم الزاوية على الوتر يقسمه لمثلثين .... (مصر الجديدة - القاهرة - ١٧)

(أ) متطابقين. (ب) حادين. (جـ) متشابهين. (د) منفرجى الزاوية.

١٠ إذا كان : Δ أ ب حـ $\sim \Delta$ ء هـ و ، أ ب $= \frac{1}{4}$ ء هـ

فإن : محيط Δ أ ب حـ = ... محيط Δ ء هـ و (٦ أكتوبر - الجيزة - ١٦)

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) $\frac{1}{4}$ (د) $\frac{1}{2}$

١١ إذا كان : Δ س ص ع ~ Δ ء هـ و بحيث كان ق (∠ س) = ٤٠° والنسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٢ : ١ فإن : ق (∠ ء) = ...

(العجوزة - الجيزة ١٥)

(أ) ٢٠° (ب) ٨٠° (جـ) ٤٠° (د) ١٨٠°

١٢ فى الشكل المقابل :

Δ ا ء هـ ~ Δ ا ب جـ

فإن نسبة التصغير ....

ا ، ء ، هـ ، ب ، جـ ، ٥ سم ، ١٠ سم

(روض الفرج - القاهرة - ١٦)

(أ) ٢ : ١ (ب) ١ : ١ (جـ) ١ : ٢ (د) ١ : ٣

١٣ إذا كان : Δ س ص ع ~ Δ ا ب جـ ، ق (∠ ص) = ٦٠° ، ق (∠ جـ) = ٤٠°

فإن : ق (∠ س) = ...

(العمرانية - الجيزة ١٩)

(أ) ٨٠° (ب) ٤٠° (جـ) ١٠٠° (د) ١٢٠°

١٤ إذا كان : Δ ا ب جـ فيه : (ا ب)^2 + (ب جـ)^2 = (ا جـ)^2 فإن : ∠ ب تكون ....

(٦ أكتوبر - الجيزة - ١٦)

(أ) حادة. (ب) منفرجة. (جـ) قائمة. (د) منعكسة.

١٥ طول مسقط قطعة مستقيمة معلومة على مستقيم معلوم .... طول القطعة المستقيمة نفسها.

(روض الفرج - القاهرة - ١٦)

(أ) $\leq$ (ب) $<$ (جـ) $>$ (د) $\geq$

١٦ إذا كان مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم هو نقطة ، فإن القطعة المستقيمة .... المستقيم.

(روض الفرج - القاهرة - ١٦)

(أ) // (ب) $\perp$ (جـ) $\equiv$ (د) $<$

١٧ إذا كانت : $\overline{\text{ا ب}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$ فإن مسقط $\overline{\text{ا جـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ هى ....

(مصر الجديدة - القاهرة - ١٧)

(أ) $\overline{\text{ا ب}}$ (ب) $\overline{\text{ب جـ}}$ (جـ) $\overline{\text{ا جـ}}$ (د) {ا}

١٨ فى الشكل المقابل :

مسقط $\overline{\text{ا ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ هو ....

ا ، ب ، ء ، جـ

(أ) $\overline{\text{ب جـ}}$ (ب) $\overline{\text{ء جـ}}$ (جـ) $\overline{\text{ء ب}}$ (د) $\overline{\text{ا ء}}$

(٦ أكتوبر - الجيزة - ١٦)

١٩ إذا كان : $\overline{أب}$ // $\overleftrightarrow{سص}$ فطول مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{سص}$ .... طول $\overline{أب}$ (شرق المحلة - الغربية - ١٧)

(أ) $<$ (ب) $>$ (جـ) $=$ (د) $\leq$

٢٠ Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب ، $\overline{بء}$ ⊥ $\overline{أحـ}$ فإن مسقط $\overline{بء}$ على $\overline{أحـ}$ هو .... (الهرم - الجيزة - ١٨)

(أ) {أ} (ب) {ب} (جـ) {حـ} (د) {ء}

٢١ إذا كان : $\overline{أب}$ ∩ $\overleftrightarrow{حـء}$ = {س} ، أب = ٦ سم

فإن : طول مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{حـء}$ لا يمكن أن يساوى .... سم. (بنها - القليوبية - ١٧)

(أ) ٦ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) ٥

٢٢ إذا كان أ ب حـ ء مربع فإن مسقط $\overline{أء}$ على $\overline{بحـ}$ هو .... (أبشواى - الفيوم - ١٩)

(أ) $\overline{أب}$ (ب) $\overline{بحـ}$ (جـ) $\overline{حـء}$ (د) $\overline{ءأ}$

٢٣ فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء مستطيل

فإن مسقط $\overline{أحـ}$ على $\overleftrightarrow{حـء}$ هو .... (الزاوية الحمراء - القاهرة - ١٩)

(أ) $\overline{ءحـ}$ (ب) $\overline{أء}$ (جـ) $\overline{بحـ}$ (د) $\overline{أحـ}$

٢٤ مسقط النقطة (−٣ ، ٥) على محور الصادات هى .... (ملوى - المنيا - ١٧)

(أ) (٠ ، ٥) (ب) (٥ ، ٠) (جـ) (٠ ، −٣) (د) (−٣ ، ٠)

٢٥ مساحة المربع المنشأ على أحد ضلعى القائمة فى المثلث القائم الزاوية تساوى مساحة .... الذى بعداه طول مسقط هذا الضلع على الوتر وطول الوتر. (العريش - شمال سيناء - ١٦)

(أ) المربع (ب) المستطيل (جـ) المعين (د) متوازى الأضلاع

٢٦ إذا كان : Δ أ ب حـ فيه : $(أحـ)^2 < (أب)^2 + (بحـ)^2$ فإن : ∠ب تكون .... (المرج - القاهرة - ١٨)

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

٢٧ فى المثلث أ ب حـ إذا كان : $(أب)^2 > (بحـ)^2 + (أحـ)^2$ فإن : زاوية حـ تكون .... (روض الفرج - القاهرة - ١٦)

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

٢٨ مثلث أ ب حـ فيه ق(∠أ) = ٩٠° ، $\overline{أء}$ ⊥ $\overline{بحـ}$ فإن : $(أب)^2$ = ... (الواسطى - بنى سويف - ١٥)

(أ) أب × ءحـ (ب) حـء × بء (جـ) بء × بحـ (د) حـء × حـب

٢٩ إذا كان : ٩ ب حـ مثلثًا فيه : $(٩حـ)^٢ - (حـ ب)^٢ = (٩ب)^٢$ فإن : ده ب .... (مصر الجديدة - القاهرة ١٧)

(أ) حادة. (ب) مستقيمة. (جـ) منفرجة. (د) قائمة.

٣٠ فى Δ ٩ ب حـ إذا كانت زاوية ٩ تتمم زاوية حـ فإن : $(٩حـ)^٢$ .... $(٩ب)^٢ + (ب حـ)^٢$

(القناطر الخيرية - القليوبية ١٩)

(أ) > (ب) < (جـ) = (د) ≤

٣١ الأطوال ١٣ سم ، ١١ سم ، ٢٠ سم تصلح أن تكون أطوالًا لأضلاع مثلث .... (تلا - المنوفية ١٧)

(أ) قائم الزاوية. (ب) منفرج الزاوية.

(جـ) حاد الزوايا. (د) متساوى الساقين.

٣٢ فى Δ ٩ ب حـ إذا كان : ٩ب = ٦ سم ، ب حـ = ٨ سم ، ٩حـ = ١٠ سم

فإن : ق(د ....) = ٩٠° (شرق - الغربية ١٩)

(أ) ٩ (ب) ب (جـ) حـ (د) ء

٣٣ إذا كان : Δ ٩ ب حـ منفرج الزاوية فى ٩ فيه ٩ب = ٧ سم ، ٩حـ = ٨ سم

فإن : ب حـ يمكن أن تساوى .... سم. (أجا - الدقهلية ١٩)

(أ) ٥ (ب) ٧ (جـ) ٨ (د) ١٣

٣٤ فى Δ ٩ ب حـ إذا كان : $(٩حـ)^٢ + (ب حـ)^٢ = (٩ب)^٢ - ٣$ فإن : زاوية حـ تكون ....

(تلا - المنوفية ١٧)

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) مستقيمة. (د) منفرجة.

٣٥ فى Δ ٩ ب حـ إذا كان : $(٩حـ)^٢ + (ب حـ)^٢ = (٩ب)^٢ + ٥$

فإن : د حـ تكون زاوية .... (منفلوط - أسيوط ١٦)

(أ) حادة. (ب) منفرجة. (جـ) قائمة. (د) مستقيمة.

ثانيًا أسئلة الإكمال

١ يتشابه المثلثان إذا كانت .... المتناظرة متناسبة. (ديرب نجم - الشرقية ١٩)

٢ يتشابه المثلثان إذا كانت .... المتناظرة متطابقة. (بسيون - الغربية ١٩)

٣ إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين متشابهين تساوى واحد فإن المثلثين .... (غرب شبرا الخيمة - القليوبية ١٩)

٤ مثلثان متشابهان أطوال أضلاع أحدهما ٣ سم ، ٥ سم ، ٧ سم ومحيط الآخر ٧٥ سم فإن أطوال أضلاع المثلث الآخر هى .... سم ، .... سم ، .... سم. (تلا - المنوفية ١٧)

٥ إذا كان : Δ أ ب حـ $\equiv$ Δ س ص ع وكان : ق (∠ أ) = ٧٠° ، ق (∠ ع) = ٥٠°
فإن : ق (∠ ب) = ...° (روض الفرج - القاهرة - ١٩)

٦ إذا كان : Δ أ ب حـ $\equiv$ Δ ء هـ و وكان : ق (∠ ب) + ق (∠ حـ) = ٨٠°
فإن : ق (∠ ء) = ...° (أشمون - المنوفية - ١٩)

٧ إذا كان : Δ أ ب حـ فيه : (أ حـ)^2 + (أ ب)^2 − (ب حـ)^2 = صفر
فإن : ق (∠ ....) = ٩٠° (قليوب - القليوبية - ١٦)

٨ مسقط نقطة تنتمى للمستقيم على هذا المستقيم هى .... (الزيتون - القاهرة - ١٩)

٩ إذا كان : $\overline{أب} \perp \overline{ب حـ}$ فإن : مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{ب حـ}$ هو .... (البساتين ودار السلام - القاهرة - ١٧)

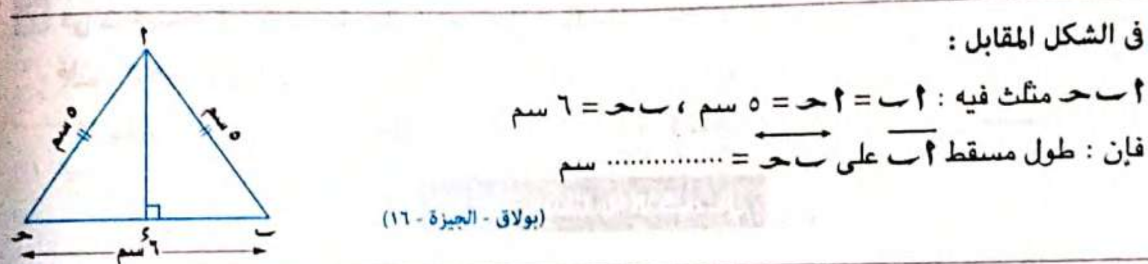
١٠ طول مسقط قطعة مستقيمة موازية لمستقيم معلوم على هذا المستقيم .... طول القطعة الأصلية.
(بولاق الدكرور - الجيزة - ١٩)

١١ مسقط النقطة (٥ ، −٤) على محور السينات هى النقطة .... (منيا القمح - الشرقية - ١٧)

١٢ مسقط النقطة (٠ ، ٣) على محور السينات هى النقطة .... (طوخ - القليوبية - ١٩)

١٣ فى الشكل المقابل :
$\overline{أ ء} \perp \overline{ب حـ}$
أولاً : مسقط $\overline{أ حـ}$ على $\overleftrightarrow{ب حـ}$ هى ....
ثانيًا : مسقط $\overline{أ ء}$ على $\overleftrightarrow{ب حـ}$ هى ....
(بولاق - الجيزة - ١٦)

١٤ فى الشكل المقابل :
أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = أ حـ = ٥ سم ، ب حـ = ٦ سم
فإن : طول مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{ب حـ}$ = ... سم
(بولاق - الجيزة - ١٦)



١٥ إذا كانت قطعة مستقيمة عمودية على مستقيم معلوم
فإن طول مسقطها على هذا المستقيم يساوى .... من وحدات الطول. (برج العرب - الإسكندرية - ١٦)

١٦ إذا كان طول $\overline{أ ب}$ = س ، طول مسقط $\overline{أ ب}$ على المستقيم ل = ص
فإن : $\frac{ص}{س} \in$ [................ ، ....] (بنها - القليوبية - ١٧)

١٧ مساحة المربع المنشأ على أحد ضلعى القائمة فى المثلث القائم الزاوية تساوى مساحة المستطيل الذى بعداه .... ، ....

(السنبلاوين - الدقهلية - ١٧)

١٨ فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى أ

، $\overline{أ ء} \perp \overline{ب حـ}$

فإن : أ ء × .... = ... × ....

(غرب - الفيوم - ١٨)

١٩ فى الشكل المقابل :

$\triangle$ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب ، $\overline{ب ء} \perp \overline{أ حـ}$

١ مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{أ حـ}$ هو ....

٢ $(أ ب)^2$ = أ ء × ....

٣ $(ب ء)^2$ = أ ء × ....

٤ $(ب حـ)^2$ = حـ ء × ....

٥ $\triangle$ أ ب حـ ~ $\triangle$ .... ~ $\triangle$ ....

(توجيه - مطروح - ١٦)

٢٠ فى $\triangle$ أ ب حـ إذا كان : (أ ب − ب حـ) (أ ب + ب حـ) > $(أ حـ)^2$

فإن : نوع ∠ حـ هو ....

(الشهداء - المنوفية - ١٩)

٢١ فى $\triangle$ أ ب حـ إذا كان : $(أ ب)^2 - (ب حـ)^2 = (أ حـ)^2$ وكانت : ق (∠ ب) = ٤٠°

فإن : ق (∠ أ) = ...

(غرب الزقازيق - الشرقية - ١٨)

ثالثاً الأسئلة المقالية

١ فى الشكل المقابل :

إذا كان الشكل أ ب حـ ء ~ الشكل س ص ع ل

احسب :

١ ق (∠ ب حـ ء)

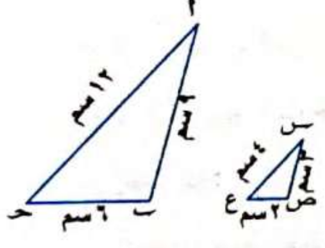
٢ طول $\overline{س ل}$

(النزهة - القاهرة - ١٦)

٢ فى الشكل المقابل :

هل $\triangle$ أ ب حـ ، $\triangle$ س ص ع متشابهان ؟

مع ذكر السبب.



(جنوب الجيزة - الجيزة - ١٧)

٣ في الشكل المقابل :

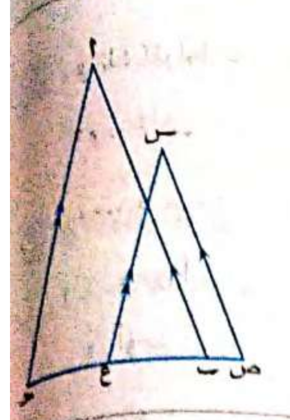
$\overline{سع} // \overline{أحـ}$

، $\overline{سص} // \overline{أب}$

أثبت أن :

Δ أ ب حـ ~ Δ س ص ع

(برج العرب - الإسكندرية - ١٦)



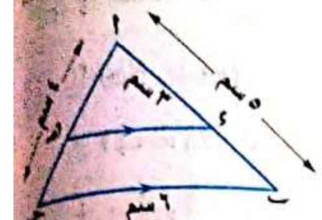
٤ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = ٥ سم ، ب حـ = ٦ سم

، أ حـ = ٤ سم ، أ ء = ٣ سم

١ برهن أن : Δ أ ء هـ ~ Δ أ ب حـ

٢ أوجد : طول كل من $\overline{ءهـ}$ ، $\overline{أهـ}$



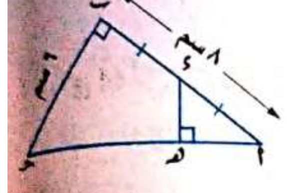
(العجمى - الإسكندرية - ١٧)

٥ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب ، أ ب = ٨ سم

، ب حـ = ٦ سم ، ء منتصف $\overline{أب}$ ، $\overline{ءهـ} \perp \overline{أحـ}$

١ أثبت أن : Δ أ ب حـ ~ Δ أ هـ ء   ٢ أوجد : طول $\overline{أحـ}$ ، طول $\overline{ءهـ}$



(غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ١٨)

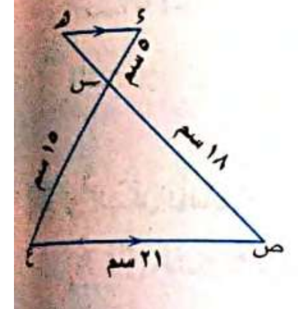
٦ في الشكل المقابل :

$\overline{ءع} \cap \overline{هـص} = \{س\}$ ، $\overline{ءهـ} // \overline{صع}$ ، س ص = ١٨ سم

، س ع = ١٥ سم ، ص ع = ٢١ سم ، ء س = ٥ سم

١ أثبت أن : Δ ء هـ س ~ Δ ع ص س

٢ أوجد : طول كل من $\overline{ءهـ}$ ، $\overline{سهـ}$



(شبين الكوم - المنوفية - ١٩)

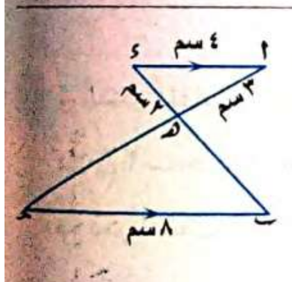
٧ في الشكل المقابل :

$\overline{أء} // \overline{بحـ}$ ، أ ء = ٤ سم ، أ هـ = ٣ سم

، ء هـ = ٢ سم ، ب حـ = ٨ سم

١ أثبت أن : Δ أ هـ ء ~ Δ حـ هـ ب

٢ أوجد : محيط المثلث هـ ب حـ



(المنتزه - الإسكندرية - ١٧)

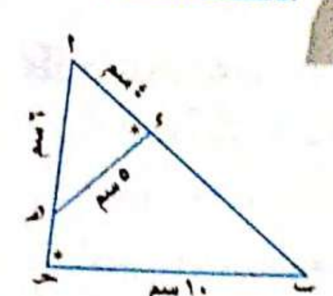
٨ في الشكل المقابل :

اء = ٤ سم ، ءهـ = ٥ سم ، اهـ = ٦ سم

، ب حـ = ١٠ سم ، ق(∠ اءهـ) = ق(∠ حـ)

١ برهن أن : Δ اءهـ ~ Δ احـ ب

٢ أوجد : طول بء ، هـحـ



(شبرا - القاهرة - ١٧)

٩ في الشكل المقابل :

اب = ١٢ سم ، ب حـ = ١٨ سم

، اء = ٤,٥ سم ، احـ = ٩ سم ، ءحـ = ٦ سم

أثبت أن :

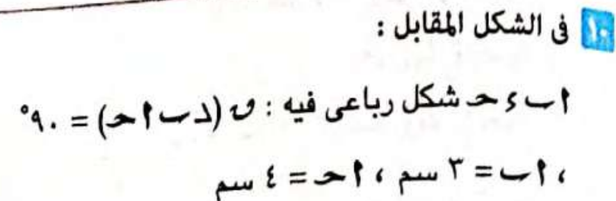
١ المثلث ا ب حـ ~ Δ ءحـ ا

٢ اء // ب حـ



(شرق المحلة - الغربية - ١٧)

١٠ في الشكل المقابل :

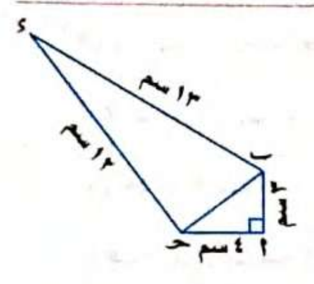


ا ب ء حـ شكل رباعي فيه : ق(∠ ب ا حـ) = ٩٠°

، اب = ٣ سم ، احـ = ٤ سم

، بء = ١٣ سم ، حـء = ١٢ سم

أثبت أن : ق(∠ ب حـ ء) = ٩٠°



(روض الفرج - القاهرة - ١٦)

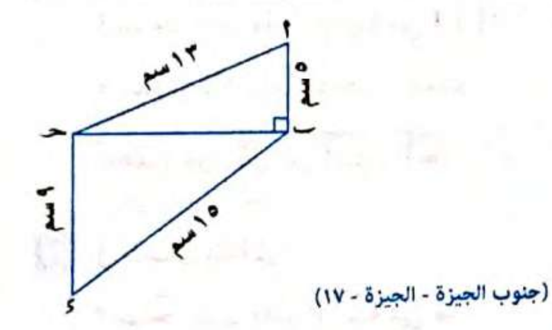
١١ في الشكل المقابل :

ق(∠ ا ب حـ) = ٩٠° ، اب = ٥ سم

، احـ = ١٣ سم ، حـء = ٩ سم ، بء = ١٥ سم

١ أوجد : طول ب حـ

٢ أثبت أن : ق(∠ ب حـ ء) = ٩٠°



(جنوب الجيزة - الجيزة - ١٧)

١٢ في الشكل المقابل :

ا ب حـ مثلث ، اء ⊥ ب حـ ، بء = ٢ سم

، حـء = ٨ سم ، اء = ٤ سم

أثبت أن : ق(∠ ب ا حـ) = ٩٠°

(النزهة - القاهرة - ١٦)

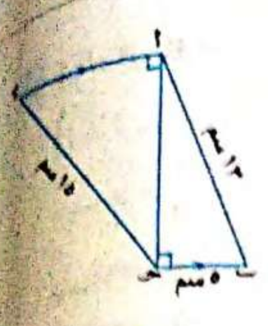
١٣ في الشكل المقابل :

$\overline{أ ء} // \overline{ب ح}$ ، أ ب = ١٢ سم ، ب ح = ٥ سم

، ح ء = ١٥ سم ، ق (∠ أ ح ب) = ق (∠ ء أ ح) = ٩٠°

أوجد : **١** طول مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{أ ح}$

٢ طول مسقط $\overline{ح ء}$ على $\overleftrightarrow{أ ء}$



(شبين الكوم - المنوفية - ١٦)

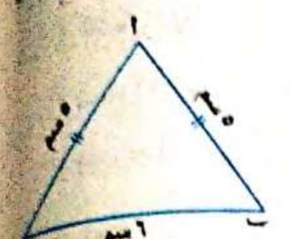
١٤ في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث فيه :

أ ب = أ ح = ٥ سم ، ب ح = ٦ سم

أوجد : **١** طول مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{ب ح}$

٢ مساحة المثلث أ ب ح



(المنتزه - الإسكندرية - ١٨)

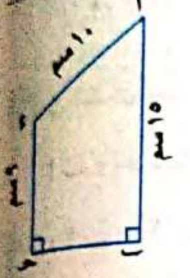
١٥ في الشكل المقابل :

ق (∠ ب) = ق (∠ ح) = ٩٠°

، أ ب = ١٥ سم ، أ ء = ١٠ سم

، ء ح = ٩ سم

أوجد : طول مسقط $\overline{أ ء}$ على $\overleftrightarrow{ب ح}$



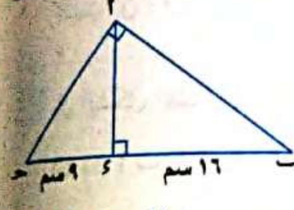
(شرق المحلة - الغربية - ١٧)

١٦ في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث قائم الزاوية في أ ، $\overline{أ ء} \perp \overline{ب ح}$

، ب ء = ١٦ سم ، ء ح = ٩ سم

أوجد : طول كل من $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ ح}$ ، $\overline{أ ء}$



(المرج - القاهرة - ١٦)

١٧ في الشكل المقابل :

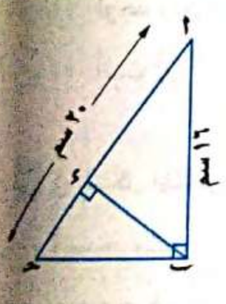
أ ب ح مثلث قائم الزاوية في ب

، $\overline{ب ء} \perp \overline{أ ح}$ ، أ ب = ١٦ سم

، أ ح = ٢٠ سم

أوجد : **١** طول $\overline{ب ح}$

٢ طول مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{أ ح}$



(قليوب - القليوبية - ١٦)

١٨ في الشكل المقابل :

Δ د ب ا ~ Δ ا ب ح ، ق(∠ب ا ح) = ٩٠°

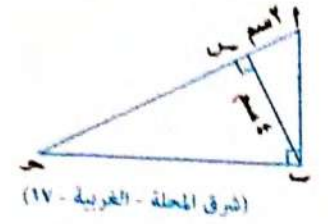
أثبت أن : $\overline{اد} \perp \overline{ب ح}$

وإذا كان : ا ب = ٨ سم ، ا ح = ٦ سم

أوجد : [١] طول $\overline{ب ح}$ [٢] طول مسقط $\overline{اب}$ على $\overleftrightarrow{ب ح}$ [٣] طول $\overline{اد}$

(وسط - الإسكندرية ١٦)

١٩ في الشكل المقابل :



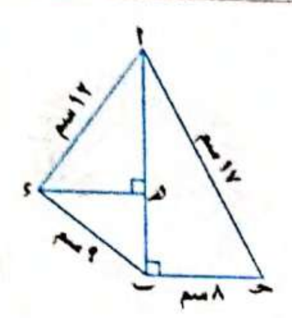
ق(∠ا ب ح) = ٩٠° ، $\overline{ب س} \perp \overline{ا ح}$

، ا س = ٢ سم ، ب س = ٤ سم

أوجد : طول $\overline{س ح}$

(شرق المحلة - الغربية - ١٧)

٢٠ في الشكل المقابل :



$\overline{ده} \perp \overline{اب}$ ، ق(∠ا ب ح) = ٩٠° ، ا د = ١٢ سم

، ا ح = ١٧ سم ، ب ح = ٨ سم ، د ب = ٩ سم

[١] أثبت أن : ق(∠ا د ب) = ٩٠°

[٢] أوجد : طول $\overline{ده}$

[٣] أوجد : طول مسقط $\overline{اد}$ على $\overleftrightarrow{اب}$

(تلا - المنوفية - ١٧)

٢١ إذا كان : ا ب = ٦ سم ، ب ح = ٨ سم ، ا ح = ٩ سم

حدد نوع Δ ا ب ح بالنسبة لزواياه.

(روض الفرج - القاهرة - ١٦)

٢٢ ا ب ح Δ فيه : ا ب = ١٠سم ، ا ح = ٦ سم ، ب ح = ٨ سم

أثبت أن : المثلث قائم الزاوية.

(برج العرب - الإسكندرية - ١٦)

٢٣ حدد نوع ∠ب في Δ ا ب ح إذا كان : ا ب = ٧ سم ، ب ح = ١٢ سم ، ا ح = ٨ سم

ثم اذكر نوع المثلث بالنسبة لزواياه.

(العجمي - الإسكندرية - ١٧)

٢٤ حدد نوع الزاوية التي لها أكبر قياس في المثلث ا ب ح حيث ا ب = ٨ سم ، ب ح = ٦ سم ، ا ح = ٥ سم

(العريش - شمال سيناء - ١٦)

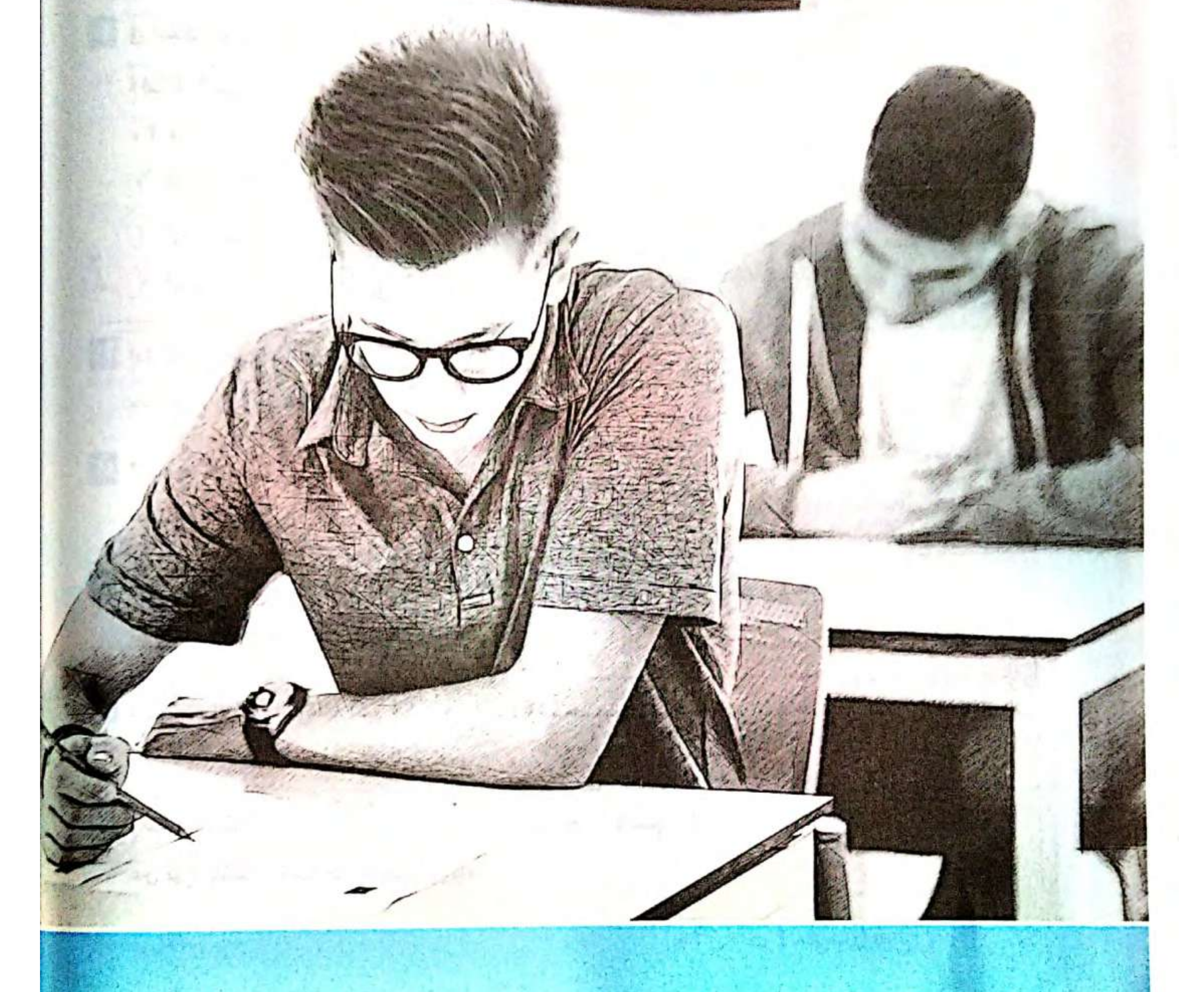
٢٥ ا ب ح د متوازي أضلاع فيه : ب ح = ٦ سم ، د ح = ٤ سم ، ا ح = ٨ سم

عين نوع المثلث : ا ب ح بالنسبة لزواياه.

(السنبلاوين - الدقهلية - ١٧)

الامتحانات النهائية

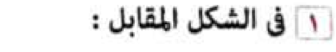
فى الهندســـة



نموذج ١

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ أكمل ما يأتى :



١ فى الشكل المقابل :

أ ب × .... = ب حـ × أ ء

٢ فى △ أ ب حـ إذا كان : $(أ حـ)^2 + (حـ ب)^2 = (أ ب)^2$ فإن : ق (∠ ....) = ٩٠°

٣ إذا كانت النقطة أ ∈ المستقيم ل فإن مسقط أ على المستقيم ل هو ....

٤ مساحة الدائرة التى طول قطرها ١٤ سم تساوى .... سم² $\left(\pi \simeq \frac{٢٢}{٧}\right)$

٥ شبه منحرف طولا قاعدتيه ٨ سم ، ١٠ سم وارتفاعه ٥ سم تكون مساحته .... سم²

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ فى △ أ ب حـ إذا كان : $(أ ب)^2 > (ب حـ)^2 + (أ حـ)^2$ فإن : ∠ حـ تكون ....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

٢ معين طولا قطريه ٦ سم ، ١٠ سم تكون مساحته بالسم² تساوى ....

(أ) ٦٠ (ب) ٣٠ (جـ) ١٥ (د) ١٠

٣ مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٥ تكون النسبة بين محيطيهما هى ....

(أ) ٢٥ (ب) ٥ : ٣ (جـ) ٣ : ٥ (د) ١ : ٢

٤ شبه منحرف مساحته ١٠٠ سم² وارتفاعه ٥ سم يكون طول قاعدته المتوسطة بالسنتيمترات يساوى ....

(أ) ٢٠ (ب) ٣٠ (جـ) ٤٠ (د) ٥٠

٥ أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه : ق (∠ أ) = ٧٠° فإن : ق (∠ ب) = ...

(أ) ٧٠° (ب) ١١٠° (جـ) ١٨٠° (د) ٣٦٠°

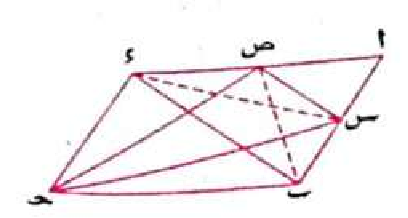
٦ قياس إحدى زوايا الخماسى المنتظم يساوى ....

(أ) ٩٠° (ب) ١٠٨° (جـ) ١٢٠° (د) ٥٤٠°

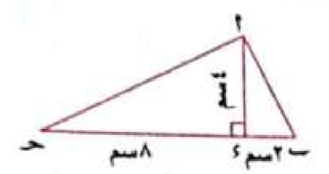
٣ (أ) مثلثان متشابهان أطوال أضلاع أحدهما ٣ سم ، ٤ سم ، ٥ سم ومحيط الآخر ٣٦ سم.
أوجد أطوال أضلاع المثلث الآخر.

(ب) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، س ∈ $\overline{أ ب}$ ، ص ∈ $\overline{أ ء}$ بحيث كانت :
مساحة △ حـ ب س = مساحة △ حـ ص ء
أثبت أن : $\overleftrightarrow{س ص} // \overleftrightarrow{ب ء}$



٤ (أ) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث ، $\overline{أء} \perp \overline{ب حـ}$

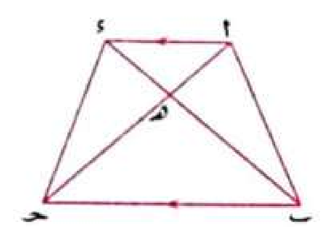
، ب ء = ٢ سم ، حـ ء = ٨ سم ، أ ء = ٤ سم

أثبت أن : ق (∠ ب أ حـ) = ٩٠°

(ب) أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه : أ ب = ١٨ سم ، ب حـ = ١٢ سم ، رسمت $\overline{ءهـ} \perp \overline{ب حـ}$ ، $\overline{ءو} \perp \overline{أ ب}$ ، ء هـ = ١٥ سم احسب : مساحة ▱ أ ب حـ ء وطول $\overline{ءو}$

٥ (أ) أ ب حـ مثلث فيه : ق (∠ أ) = ٥٠° ، ق (∠ ب) = ٦٠° رتب أطوال أضلاع المثلث ترتيبًا تنازليًا.

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعى فيه :

$\overline{أء} // \overline{ب حـ}$ ، $\overline{أحـ} \cap \overline{ب ء} = \{هـ\}$

أثبت أن : مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ ء حـ هـ

نمـــوذج ٢

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ أكمل ما يأتى :

١ يتشابه المضلعان إذا كانت الأضلاع المتناظرة .... ، الزوايا المتناظرة ....

٢ معين مساحته ٢٤ سم^2 وطول أحد قطريه ٨ سم فإن طول القطر الآخر يساوى .... سم.

٣ إذا كان Δ أ ب حـ فيه : $(أب)^2 = (أحـ)^2 - (ب حـ)^2$ فإن : Δ أ ب حـ يكون قائم الزاوية فى ....

٤ الأطوال ٦ سم ، ٨ سم ، ١١ سم تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث .... الزاوية.

٥ مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ طول القاعدة × ....

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ٨ سم فإن قاعدته المتوسطة طولها بالسم = ...

(أ) ٤٨ (ب) ٢٤ (جـ) ١٤ (د) ٧

٢ مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ١ : ٣ فإذا كان محيط المضلع الأصغر ١٥ سم فإن محيط المضلع الأكبر = ... سم.

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (جـ) ٦٠ (د) ٧٥

٣ مثلث مساحته ٢٤ سم^2 وارتفاعه ٨ سم فإن طول قاعدته بالسم = ...

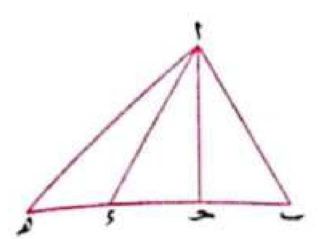
(أ) ١٦ (ب) ٦ (جـ) ٣ (د) ٢

٤ Δ ا ب حـ قائم الزاوية فى ب ، $\overline{\text{ب ء}} \perp \overline{\text{ا حـ}}$ فإن مسقط $\overline{\text{ب ء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ا حـ}}$ هو ....

(أ) ا (ب) ب (جـ) حـ (د) ء

٥ مربع محيطه ٢٠ سم تكون مساحته بالسم^{٢} = ...

(أ) ٢٠ (ب) ٢٥ (جـ) ٥٠ (د) ١٠٠



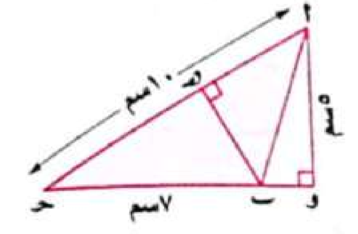
٦ عدد المثلثات فى الشكل المقابل

يساوى ....

(أ) ٣ (ب) ٤

(جـ) ٥ (د) ٦

٣ فى الشكل المقابل :



$\overline{\text{ا و}} \perp \overleftrightarrow{\text{حـ ب}}$ ، $\overline{\text{ب هـ}} \perp \overline{\text{ا حـ}}$

، ا حـ = ١٠ سم ، ب حـ = ٧ سم

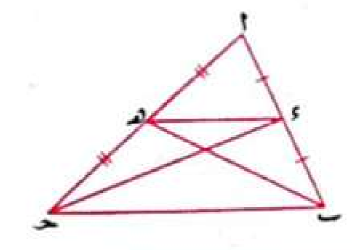
، ا و = ٥ سم

أوجد : ١ طول $\overline{\text{ب هـ}}$ ٢ مساحة Δ ا ب حـ

٤ (أ) ا ب حـ ء متوازى أضلاع فيه : ا ب = ٨ سم ، ا حـ = ٢٠ سم ، ب ء = ١٢ سم

أثبت أن : ق (∠ ا ب ء) = ٩٠° ثم أوجد : مساحة متوازى الأضلاع ا ب حـ ء

(ب) فى الشكل المقابل :

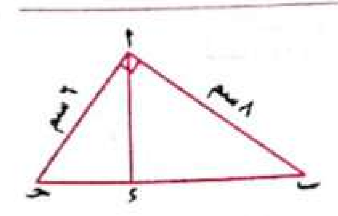


Δ ا ب حـ فيه : ء منتصف $\overline{\text{ا ب}}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{ا حـ}}$

برهن أن : ١ مساحة Δ ء ب حـ = مساحة Δ هـ ب حـ

٢ $\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

٥ (أ) فى الشكل المقابل :



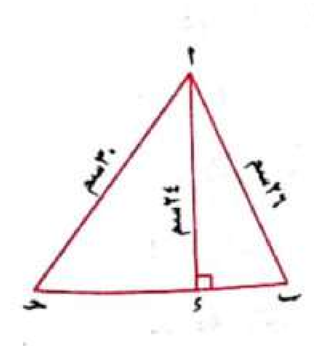
Δ ء ب ا ~ Δ ا ب حـ ، ق (∠ ب ا حـ) = ٩٠°

أثبت أن : $\overline{\text{ا ء}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$

وإذا كان : ا ب = ٨ سم ، ا حـ = ٦ سم

أوجد : طول $\overline{\text{ب ء}}$

(ب) فى الشكل المقابل :



ا ب حـ مثلث ، $\overline{\text{ا ء}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$ ، فإذا كان : ا ء = ٢٤ سم



، ا ب = ٢٦ سم ، ا حـ = ٣٠ سم

أوجد : ب حـ

واحسب : مساحة Δ ا ب حـ

نموذج امتحان للطلاب المدمجين

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مساحة متوازى الأضلاع الذى طول قاعدته ٦ سم وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة ٤ سم تساوى .... سم²

(أ) ١٢ (ب) ٢٠ (جـ) ٢٤ (د) ٤٨

٢ المثلث الذى أطوال أضلاعه ٦ سم ، ٨ سم ، ١٠ سم يكون ....

(أ) حاد الزوايا. (ب) قائم الزاوية.

(جـ) منفرج الزاوية. (د) غير ذلك.

٣ معين طولا قطريه ٦ سم ، ١٠ سم تكون مساحته .... سم²

(أ) ٦٠ (ب) ٣٠ (جـ) ١٥ (د) ١٠

٤ شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٨ سم ومساحة سطحه ٥٦ سم²

فإن ارتفاعه = ... سم

(أ) ٣٢ (ب) ٢٤ (جـ) ٤٤٨ (د) ٧

٥ جميع .... متشابهة.

(أ) المربعات (ب) المثلثات

(جـ) المستطيلات (د) متوازيات الأضلاع

---

٢ أكمل ما يلى :

١ مسقط نقطة على مستقيم معلوم هو ....

٢ إذا كان : ؟ب حـ مثلثًا منفرج الزاوية فى ب

فإن : (؟حـ)² .... (؟ب)² + (ب حـ)²

٣ مربع طول قطره ٨ سم تكون مساحته .... سم²

٤ المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة ....

٥ مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ .... × الارتفاع المناظر لها.

٣ صل من العمود (أ) بما يناسبه من العمود (ب) :

العمود (أ)	العمود (ب)
١ في الشكل المقابل : أحـ = ... سم	• ب هـ حـ
٢ في الشكل المقابل : مساحة Δ أ هـ ء = مساحة Δ	• ٢٫٤
٣ في الشكل المقابل : مساحة Δ أ ب ء = مساحة Δ	• متطابقان
٤ إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين متشابهين = ١ فإن المثلثين	• ٣٫٦
٥ في الشكل المقابل : طول مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{ب حـ}$ = ... سم	• أ حـ ء

٤ في الشكل المقابل :

مساحة الشكل أ ب ص س = مساحة الشكل ء حـ ص س

أكمل البرهان لإثبات أن : $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$

المعطيات : ....

المطلوب : ....

البرهان : ∵ $\overline{س ص}$ متوسط في Δ س ب حـ

∴ مساحة Δ .... = مساحة Δ .... (١)

، ∵ مساحة الشكل أ ب ص س = مساحة الشكل ء حـ ص س (٢)

بطرح (١) من (٢) : ∴ مساحة Δ .... = مساحة Δ ....

بإضافة مساحة Δ أ ء س للطرفين

∴ مساحة Δ .... = مساحة Δ ....

∴ $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$

٥ في الشكل المقابل :

Δ ا ب حـ $\sim$ Δ ا هـ ء

، ق (∠ ا هـ ء) = ٤٤°

، ا ء = ٣ سم ، هـ ا = ٤ سم

، ء ب = ٥ سم ، ب حـ = ٨ سم

أكمل لإيجاد طول كل من : $\overline{\text{هـ ء}}$ ، $\overline{\text{هـ حـ}}$

الحل : ∵ Δ ا ب حـ $\sim$ Δ ا هـ ء

∴ $\frac{\text{ا ب}}{\text{.............}} = \frac{\text{.............}}{\text{هـ ء}} = \frac{\text{ا حـ}}{\text{ا ء}}$

∴ $\frac{\text{٨}}{\text{.............}} = \frac{\text{.............}}{\text{هـ ء}} = \frac{\text{ا حـ}}{\text{٣}}$

∴ هـ ء = ... ، ا حـ = ... ، هـ حـ = ...

امتحانات مختارة من بعض المدارس للسنوات السابقة

١ محافظة القاهرة

إدارة شرق مدينة نصر
مدرسة نجيب محفوظ بنين



أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت نسبة التكبير بين مضلعين متشابهين تساوى .... فإن المضلعين متطابقان.

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{١}{٤}$

٢ مساحة المثلث .... مساحة متوازى الأضلاع المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين.

(أ) تساوى (ب) نصف (جـ) ضعف (د) ربع

٣ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم .... طول القطعة المستقيمة نفسها.

(أ) < (ب) ≤ (جـ) ≥ (د) =

٤ إذا كان طولا ضلعين متجاورين فى متوازى أضلاع ٦ سم ، ٧ سم وارتفاعه الأكبر ٥ سم فإن مساحته تساوى .... سم^٢

(أ) ٣٥ (ب) ٣٠ (جـ) ٤٢ (د) ٤٩

٥ معين طولا قطريه ٨ سم ، ١٢ سم فإن مساحته تساوى .... سم^٢

(أ) ٩٦ (ب) ٤٨ (جـ) ٢٠ (د) ١٠

٦ إذا كان : Δ أ ب جـ ~ Δ أ س ص ، ق(∠ب) = ٥٠° فإن : ق(∠س) = ...

(أ) ١٠٠° (ب) ١٣٠° (جـ) ٤٠° (د) ٥٠°

٢ أكمل ما يأتى :

١ طول مسقط قطعة مستقيمة عمودية على مستقيم معلوم يساوى ....

٢ يتشابه المثلثان إذا كانت الأضلاع المتناظرة ....

٣ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين ....

٤ مربع مساحته ٥٠ سم^٢ فإن طول قطره .... سم

٥ فى المثلث س ص ع إذا كان : $(س ص)^٢ = (س ع)^٢ + (ع ص)^٢$

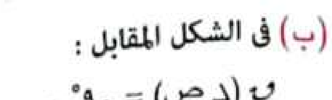
فإن : ق(∠ ....) = ٩٠°

٣ **(أ)** في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في أ

، $\overline{أ ء} \perp \overline{ب حـ}$ ، ب ء = ٩ سم ، ء حـ = ١٦ سم

أوجد : طول كل من $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ ء}$ ، $\overline{أ حـ}$



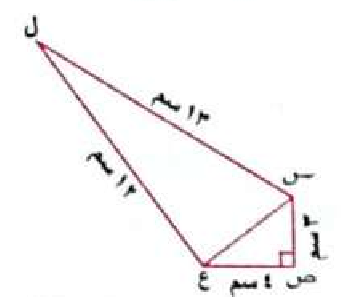
(ب) في الشكل المقابل :

ق (∠ ص) = ٩٠° ، س ص = ٣ سم

، ص ع = ٤ سم ، ع ل = ١٢ سم

، س ل = ١٣ سم

أوجد : طول $\overline{س ع}$ ثم أثبت أن : ق (∠ س ع ل) = ٩٠°



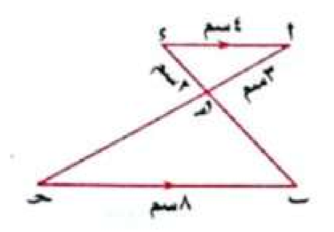
٤ **(أ)** في الشكل المقابل :

$\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، أ ء = ٤ سم

، أ هـ = ٣ سم ، ء هـ = ٢ سم ، ب حـ = ٨ سم

١ أثبت أن : Δ أ هـ ء ~ Δ حـ هـ ب

٢ أوجد : طول كل من $\overline{ب هـ}$ ، $\overline{حـ هـ}$





(ب) حدد نوع المثلث أ ب حـ بالنسبة لزواياه إذا كان :

أ ب = ٧ سم ، ب حـ = ٨ سم ، أ حـ = ١٠ سم

٥ **(أ)** أوجد مساحة شبه المنحرف الذي طولا قاعدتيه المتوازيتين ٨ سم ، ٦ سم وارتفاعه ١٠ سم.

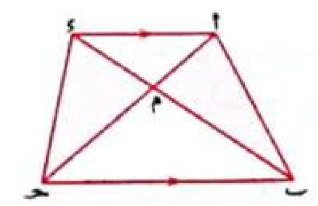


(ب) في الشكل المقابل :

$\overline{أ حـ} \cap \overline{ب ء} = \{م\}$

، $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$

أثبت أن : مساحة Δ أ م ب = مساحة Δ ء م حـ



٢ محافظة الجيزة

إدارة ٦ أكتوبر - مدارس أم المؤمنين الخاصة (عربي - لغات)

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مضلعان متشابهان النسبة بين طولي ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٥ فإذا كان محيط المضلع الأكبر ٦٠ سم فإن محيط المضلع الأصغر يساوي .... سم

(أ) ٢٤ (ب) ٣٦ (جـ) ٤٠ (د) ١٠٠

٢ طول مسقط قطعة مستقيمة موازية لمستقيم معلوم على هذا المستقيم .... طول القطعة الأصلية.

(أ) ≤ (ب) ≥ (جـ) < (د) =

[٣] شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٩ سم وارتفاعه ٦ سم تكون مساحته .... سم^2

(أ) ١٥　(ب) ٣　(جـ) ٥٤　(د) ٢٧

[٤] متوازى الأضلاع الذى فيه طولا ضلعين متجاورين ٨ سم ، ٥ سم وارتفاعه الأصغر ٤ سم تكون مساحته .... سم^2

(أ) ١٧　(ب) ٣٢　(جـ) ٢٠　(د) ٥٢

[٥] فى الشكل المقابل :

Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب ، $\overline{بء} \perp \overline{أحـ}$

فإن : (أ ب)^2 = أ ء × ....

(أ) ب ء　(ب) ب حـ

(جـ) ء حـ　(د) أ حـ

[٦] المثلث الذى أطوال أضلاعه ٣ سم ، ٤ سم ، ٥ سم تكون مساحته .... سم^2

(أ) ٦　(ب) ٨　(جـ) ١٢　(د) ٦٠

٢ أكمل ما يأتى :

[١] مسقط شعاع على مستقيم عمودى عليه هو ....

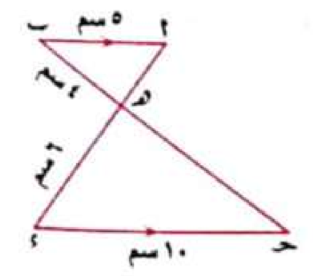
[٢] مساحة المعين الذى طولا قطريه ١٢ سم ، ٨ سم تساوى .... سم^2

[٣] المضلعان المشابهان لثالث ....

[٤] فى Δ س ص ع : إذا كان : (س ص)^2 < (س ع)^2 + (ص ع)^2　فإن : ∠ ع تكون ....

[٥] المثلثان المتساويان فى مساحتيهما والمرسومان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة من هذه القاعدة يكون رأساهما على مستقيم ....

٣ (أ) فى الشكل المقابل :



$\overline{أب} // \overline{حـء}$ ، أ ب = ٥ سم

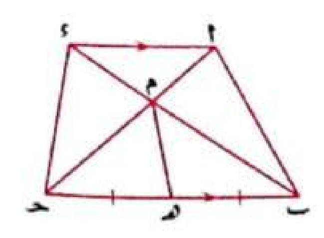
، حـ ء = ١٠ سم ، ب هـ = ٤ سم

، هـ ء = ٦ سم

[١] أثبت أن : Δ أ ب هـ ~ Δ ء حـ هـ

[٢] أوجد : طول كل من $\overline{أهـ}$ ، $\overline{حـهـ}$

(ب) فى الشكل المقابل :

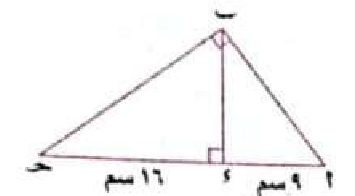


$\overline{أء} // \overline{بحـ}$

، هـ منتصف $\overline{بحـ}$

أثبت أن : مساحة الشكل أ ب هـ م = مساحة الشكل ء م هـ حـ

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



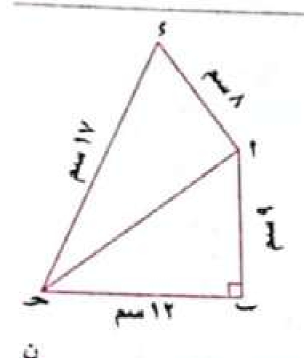
أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، $\overline{ب ء} \perp \overline{أ حـ}$

، أ ء = ٩ سم ، ء حـ = ١٦ سم

أوجد : طول كل من $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{ب ء}$

(ب) حدد نوع المثلث أ ب حـ بالنسبة لزواياه حيث : أ ب = ٨ سم ، ب حـ = ٧ سم ، أ حـ = ٣ سم

٥ (أ) فى الشكل المقابل :



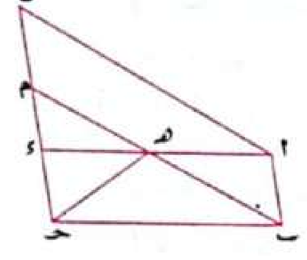
أ ب = ٩ سم ، ب حـ = ١٢ سم

، أ ء = ٨ سم ، حـ ء = ١٧ سم

، ق (∠ ب) = ٩٠°

أثبت أن : ق (∠ ء أ حـ) = ٩٠°

ثم أوجد : مساحة الشكل أ ب حـ ء



(ب) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء ، أ ب م ن متوازيا أضلاع

برهن أن : مساحة Δ هـ ب حـ = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أ ب م ن

٣ محافظة الإسكندرية

إدارة شرق
توجيه الرياضيات

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ معين طولا قطريه ٦ سم ، ١٠ سم تكون مساحته .... سم^2

(أ) ٦٠ (ب) ٣٠ (جـ) ١٥ (د) ١٠

٢ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين ....

(أ) متطابقين. (ب) متساويين فى المساحة. (جـ) متساويين فى المحيط. (د) متشابهين.

٣ مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٥ تكون النسبة بين محيطيهما ....

(أ) ٥ : ٢ (ب) ٥ : ٣ (جـ) ٢ : ٥ (د) ٣ : ٥

٤ مثلث مساحته ٢٤ سم^2 وارتفاعه ٨ سم فإن طول قاعدته المناظرة لهذا الارتفاع يساوى .... سم

(أ) ١٦ (ب) ٦ (جـ) ٣ (د) ٢

٥ مربع مساحته ٢٥ سم^2 فإن محيطه يساوى .... سم

(أ) ٢٠ (ب) ٢٥ (جـ) ٥٠ (د) ١٠٠

٦ في المثلث أ ب حـ إذا كان : أ ب = ٧ سم ، ب حـ = ٥ سم ، أ حـ = ٤ سم

فإن : ∠ حـ تكون ....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

٢ أكمل ما يأتي :

١ إذا كانت مساحة المثلث أ ب حـ = ٤٨ سم² ، ء منتصف ب حـ

فإن مساحة المثلث أ ب ء = ... سم²

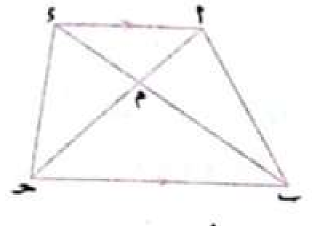
٢ معين طول ضلعه ١٢ سم ، وارتفاعه ٨ سم فإن مساحته = ... سم²

٣ شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٨ سم ، ١٠ سم وارتفاعه ٥ سم تكون مساحته = ... سم²

٤ مجموع قياسات زوايا الشكل الخماسي الداخلة يساوي ....°

٥ قياس الزاوية الخارجة للمثلث المتساوي الأضلاع يساوي ....°

٣ (أ) في الشكل المقابل :

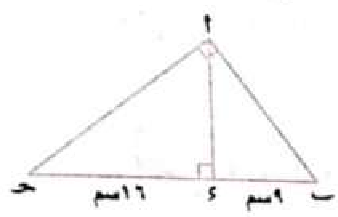


أء // ب حـ ، أ حـ ∩ ب ء = {م}

أثبت أن : م (∆ أ م ب) = م (∆ ء م حـ)



(ب) في الشكل المقابل :

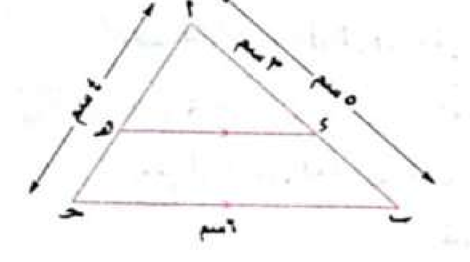


أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في أ ، أ ء ⊥ ب حـ

، ب ء = ٩ سم ، ء حـ = ١٦ سم

أوجد : طول كل من أ ب ، أ حـ ، أ ء

٤ (أ) في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = ٥ سم

، ب حـ = ٦ سم ، أ حـ = ٤ سم ، ء ∈ أ ب

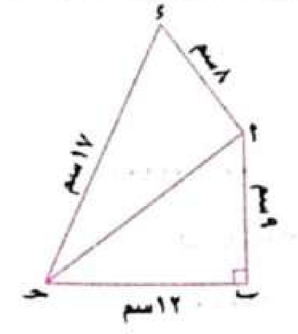
بحيث أ ء = ٢ سم ، ء هـ // ب حـ

١ برهن أن : المثلث أ ء هـ ~ المثلث أ ب حـ

٢ أوجد : طول كل من ء هـ ، أ هـ

(ب) أ ب حـ ء مربع محيطه = ٢٤ سم ، هـ منتصف ب حـ احسب : مساحة المثلث أ هـ حـ

٥ (أ) في الشكل المقابل :



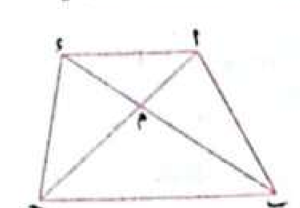
أ ب حـ ء شكل رباعي فيه : ق (∠ ب) = ٩٠°

، أ ب = ٩ سم ، ب حـ = ١٢ سم

، حـ ء = ١٧ سم ، أ ء = ٨ سم

أثبت أن : ق (∠ ء أ حـ) = ٩٠°

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : $\overline{أحـ} \cap \overline{بء} = \{م\}$

إذا كانت : م (Δ أ ب م) = م (Δ ء حـ م)

أثبت أن : $\overline{أء} // \overline{بحـ}$



أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ معين طولا قطريه ٦ سم ، ١٠ سم تكون مساحته .... سم^2

(أ) ٦٠ (ب) ١٥ (جـ) ١٠ (د) ٣٠

٢ مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٢ : ٥ فإن النسبة بين محيطيهما ....

(أ) ٥ : ٢ (ب) ٥ : ٢ (جـ) ٢ : ٥ (د) ١ : ٢

٣ أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه : ق (∠ أ) = ٥٠° فإن : ق (∠ ب) = ...

(أ) ٥٠° (ب) ٢٥° (جـ) ١٣٠° (د) ١٠٠°

٤ Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب ، $\overline{بء} \perp \overline{أحـ}$ فإن مسقط $\overline{بء}$ على $\overleftrightarrow{أحـ}$ هو النقطة ....

(أ) أ (ب) ء (جـ) ب (د) حـ

٥ طول الضلع المقابل للزاوية التى قياسها ٣٠° فى المثلث القائم الزاوية يساوى .... طول الوتر.

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{٢}{٣}$

٦ المثلث المتساوى الساقين الذى طولا ضلعين فيه ٢ سم ، ٤ سم تكون أكبر زواياه ....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

---

٢ أكمل ما يلى :

١ فى Δ أ ب حـ إذا كان : أ ب = ٢ سم ، ب حـ = ٦ سم فإن : أ حـ ∈] .... ، .... [

٢ إذا كان مربع طول ضلع فى مثلث يساوى مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين كانت .... لهذا الضلع قائمة.

٣ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين ....

٤ إذا كان : Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى أ ، $\overline{أء} \perp \overline{بحـ}$ فإن : (أ ب)^2 = ... × ....

٥ مربع مساحته ٥٠ سم^2 فإن طول قطره يساوى .... سم

٣ **(أ)** شبه منحرف مساحته ١٨٠ سم^{٢} ، وارتفاعه ١٢ سم ، والنسبة بين طولى قاعدتيه المتوازيتين ٣ : ٢

أوجد طول كل منهما .

(ب) في الشكل المقابل :

أ ء // ب حـ ، أ ء = ٤ سم ، ب حـ = ٨ سم

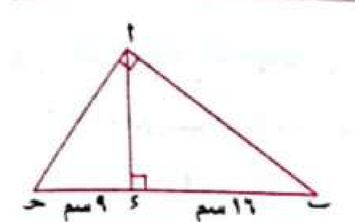
، أ هـ = ٣ سم ، هـ ء = ٢ سم

١ أثبت أن : Δ أ هـ ء ~ Δ حـ هـ ب

٢ أوجد : طول كل من حـ هـ ، هـ ب



٤ **(أ)** في الشكل المقابل :



Δ أ ب حـ قائم الزاوية في أ ، أ ء ⊥ ب حـ

، ب ء = ١٦ سم ، ء حـ = ٩ سم

أوجد : طول كل من أ ب ، أ حـ ، أ ء

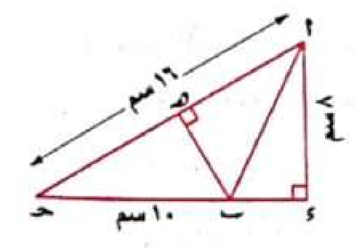
(ب) في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعي فيه :

أ ء // ب حـ ، أ حـ ∩ ب ء = {هـ}

أثبت أن : مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ ء حـ هـ

٥ **(أ)** في الشكل المقابل :



أ ء ⊥ حـ ب ، ب هـ ⊥ أ حـ ، أ حـ = ١٦ سم

، ب حـ = ١٠ سم ، أ ء = ٨ سم

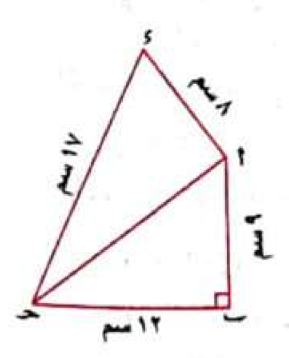
أوجد :

١ مساحة Δ أ ب حـ



٢ طول ب هـ

(ب) في الشكل المقابل :



ق (∠ب) = ٩٠° ، أ ب = ٩ سم ، ب حـ = ١٢ سم

، حـ ء = ١٧ سم ، ء أ = ٨ سم

أثبت أن : ق (∠ حـ أ ء) = ٩٠°

٥ محافظة المنوفية



أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء مستطيل طولا ضلعيه ١٢ سم ، ٨ سم

فإن محيط الجزء المظلل يساوى ....

(أ) ٩٦ سم (ب) ٤٠ سم (جـ) ٣٢ سم (د) ١٦ سم

٢ متوازى أضلاع طولا ضلعين متجاورين فيه ٩ سم ، ١٠ سم وارتفاعه الأصغر ٦ سم

فإن مساحته تساوى .... سم^2

(أ) ٣٨ (ب) ٥٤ (جـ) ٦٠ (د) ٩٠

٣ مساحة المربع الذى طول ضلعه ٨ سم .... مساحة المعين الذى طولا قطريه ٩ سم ، ١٢ سم

(أ) < (ب) > (جـ) = (د) ≡

٤ في الشكل المقابل :

إذا كانت مساحة سطح الدائرة = ٩ π سم^2

فإن مساحة المربع المرسوم داخلها = ... سم^2

(أ) ٨١ (ب) ٧٢

(جـ) ٣٦ (د) ١٨

٥ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم .... طول القطعة الأصلية.

(أ) < (ب) = (جـ) ≤ (د) ≥

٦ إذا كان المثلث أ ب حـ قائم الزاوية في أ ، $\overline{أء} \perp \overline{ب حـ}$ فإن : ....

(أ) أ ب = ب ء × ب حـ (ب) أ حـ = حـ ء × حـ ب

(جـ) (أ ء)^2 = ء ب × ء حـ (د) أ ب × أ حـ = أ ء × ب ء

٢ أكمل كلًا مما يأتى :

١ النسبة بين مساحة المثلث ومساحة المستطيل المشتركين فى القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين تساوى ....

٢ مثلث أطوال أضلاعه ٧ سم ، ٥ سم ، ٦ سم فإن نوع المثلث بالنسبة لزواياه ....

٣ مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم عمودى عليها هو ....

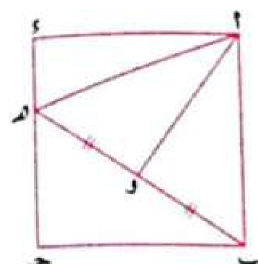
٤ إذا كانت النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فى مثلثين متشابهين تساوى ١ فإن المثلثين ....

٥ إذا كانت مساحة مثلث متساوى الأضلاع ٨ $\sqrt{5}$ سم^2 وارتفاعه ٢ $\sqrt{5}$ سم فإن محيطه يساوى ....

٣ (أ) شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٤٠ سم والنسبة بين طولى قاعدتيه المتوازيتين ٣ : ٥ أوجد طول كل منهما وإذا كان ارتفاعه ٦٥ سم فأوجد مساحته.



(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء مربع طول ضلعه ١٢ سم

، هـ $\in$ ء حـ ، و منتصف هـ ب

أوجد بالبرهان : مساحة المثلث أ و هـ

٤ (أ) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : هـ $\in$ ب حـ ، ء $\in$ ب حـ

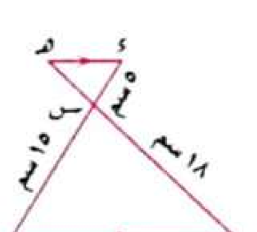
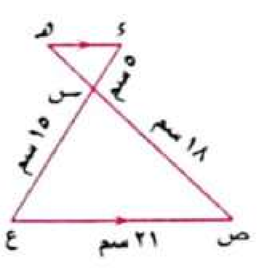
بحيث هـ ء = ء حـ .

، مساحة Δ و هـ ء = مساحة Δ أ و ء

أثبت أن : أ حـ // و ء



(ب) فى الشكل المقابل :

ء ع $\cap$ هـ ص = {س} ، ء هـ // ص ع ، س ص = ١٨ سم

، س ع = ١٥ سم ، ص ع = ٢١ سم ، ء س = ٥ سم

١ أثبت أن : Δ ء هـ س ~ Δ ع ص س

٢ أوجد : طول كل من ء هـ ، س هـ

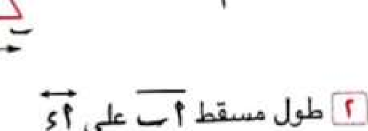
٥ (أ) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : ق ($\angle$ ب أ حـ) = ٩٠° ، ء $\in$ ب حـ

بحيث أ ء $\perp$ ب حـ ، أ ب = ١٠ سم ، ب حـ = ٢٠ سم

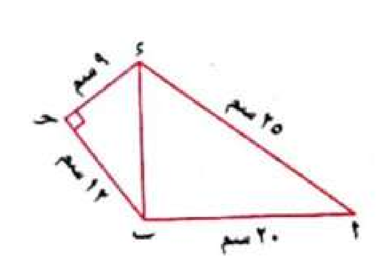
أوجد ما يلى :

١ طول ب ء



٢ طول مسقط أ ب على أ ء

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : أ ب = ٢٠ سم

، ب حـ = ١٢ سم ، حـ ء = ٩ سم

، أ ء = ٢٥ سم ، ق ($\angle$ حـ) = ٩٠°

أوجد : مساحة الشكل الرباعى أ ب حـ ء





أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت نسبة التكبير بين مضلعين متشابهين تساوى .... فإن المضلعين متطابقان.

(أ) ٠,٥ (ب) ٢ (جـ) ١ (د) ٠,٢٥

٢ إذا كانت : ∠ أ تتمم ∠ ب ، ∠ ب تكمل ∠ حـ وكان : ق (∠ أ) = ٣٠° فإن : ق (∠ حـ) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٩٠° (د) ١٢٠°

٣ فى Δ س ص ع إذا كان : $(س ص)^2 + (ص ع)^2 > (س ع)^2$ فإن : ∠ ص تكون ....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

٤ مساحة شبه المنحرف الذى طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ٨ سم وارتفاعه ٥ سم تساوى .... سم^2

(أ) ١٥ (ب) ٢٥ (جـ) ٣٥ (د) ٥٠

٥ فى Δ أ ب حـ إذا كان : أ ب = ٣ سم ، ب حـ = ٤ سم ، حـ أ = ٥ سم فإن المثلث يكون قائم الزاوية فى ....

(أ) أ (ب) ب (جـ) حـ

٦ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم .... طول القطعة المستقيمة الأصلية.

(أ) = (ب) < (جـ) ≥ (د) ≤

٢ أكمل ما يلى :

١ الزاوية التى قياسها ٩١° ، ٥٩° ، ٨٩° هى زاوية .... سم^2

٢ فى Δ أ ب حـ إذا كانت : ∠ أ تتمم ∠ حـ فإن : $(أ حـ)^2$ .... $(أ ب)^2 + (ب حـ)^2$

٣ مساحة متوازى الأضلاع الذى طولا ضلعين متجاورين فيه ٦ سم ، ٧ سم وارتفاعه الأكبر ٥ سم تساوى ....

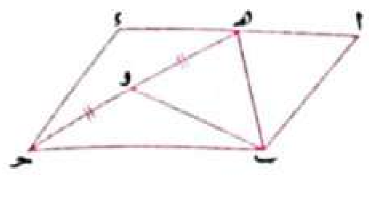
٤ معين طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم تكون مساحته .... سم^2

٥ فى الشكل المقابل :

س = ...°

(شكل: س ، ٣ س ، ٢ س ، ٤ س)

٣ **(أ) فى الشكل المقابل :**

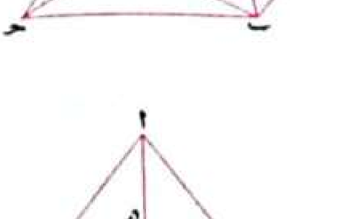


أ ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته ٤٠ سم^{٢}

، هـ ∈ $\overline{أ ء}$ ، و منتصف $\overline{هـ حـ}$

أوجد : مساحة Δ ب هـ و

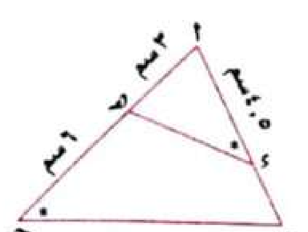
(ب) فى الشكل المقابل :



Δ أ ب حـ فيه : و منتصف $\overline{ب حـ}$

أثبت أن : مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ أ هـ حـ

٤ **(أ) فى الشكل المقابل :**



أ ب حـ مثلث فيه : ق (∠ أ ء هـ) = ق (∠ حـ)

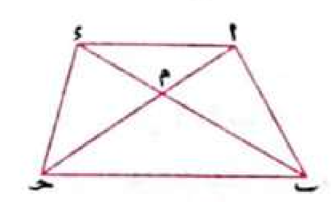
، أ ء = ٤.٥ سم ، أ هـ = ٣ سم ، هـ حـ = ٦ سم

أثبت أن : Δ أ حـ ب ~ Δ أ ء هـ

ثم أوجد : طول $\overline{ء ب}$



(ب) فى الشكل المقابل :

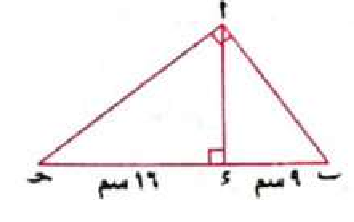


إذا كانت مساحة Δ أ ب م = مساحة Δ ء حـ م

برهن أن : $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$

٥ **(أ)** أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = ٨ سم ، ب حـ = ٦ سم ، أ حـ = ٩ سم بين نوع Δ أ ب حـ بالنسبة لزواياه.

(ب) فى الشكل المقابل :



إذا كان : ق (∠ ب أ حـ) = ٩٠°

، $\overline{أ ء}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$ ، ب ء = ٩ سم ، ء حـ = ١٦ سم

أوجد : طول كل من $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ حـ}$ ، $\overline{أ ء}$



أجب عن الأسئلة الآتية :

١ **أكمل ما يلى :**

١ مربع محيطه ٢٠ سم فإن مساحته تساوى ....

٢ فى Δ أ ب حـ إذا كان : (أ حـ)^{٢} > (أ ب)^{٢} - (ب حـ)^{٢} ، فإن : ∠ حـ تكون ....

[٣] قطر متوازى الأضلاع يقسم سطحه إلى مثلثين ....

[٤] إذا كان : Δ أ ب حـ ~ Δ ء هـ و ، أ ب = $\frac{1}{2}$ ء هـ

فإن : محيط Δ ء هـ و = ... محيط Δ أ ب حـ

[٥] إذا كانت مساحة متوازى أضلاع ٤٢ سم^2 وارتفاعه ٦ سم فإن طول القاعدة المناظرة لهذا الارتفاع يساوى ....

[٢] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ١ : ٣ فإذا كان محيط المضلع الأصغر ١٥ سم فإن محيط المضلع الأكبر ....

(أ) ٣٠ سم (ب) ٤٥ سم (جـ) ٦٠ سم (د) ٧٥ سم

[٢] زاويتا قاعدة شبه المنحرف المتساوى الساقين تكونان ....

(أ) متطابقتين. (ب) متتامتين. (جـ) متكاملتين. (د) مختلفتين.

[٣] إذا كان المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة منها متساويين فى المساحة فإن رأساهما على مستقيم .... هذه القاعدة.

(أ) = (ب) عمودى على (جـ) يوازى (د) ≡

[٤] مستطيل طول قطره ١٠ سم وطوله ٨ سم فإن مساحته .... سم^2

(أ) ٢٤ (ب) ٤٨ (جـ) ٨٠ (د) ١٨

[٥] النسبة بين مساحة المثلث ومتوازى الأضلاع المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين تساوى ....

(أ) $\frac{1}{4}$ (ب) $\frac{1}{2}$ (جـ) $\frac{1}{3}$ (د) ٢

[٦] طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم .... طول هذه القطعة المستقيمة.

(أ) = (ب) ≡ (جـ) ≥ (د) ≤

[٣] (أ) فى الشكل المقابل :

مساحة سطح المثلث أ ب هـ = مساحة سطح المثلث حـ ب هـ

، س هـ = ص هـ

أثبت أن : $\overline{أحـ}$ // $\overline{س ص}$

(ب) فى الشكل المقابل :

Δ أ ب حـ فيه : $\overline{س ص}$ // $\overline{ب حـ}$ ، أ س = ٣ سم

، س ص = ٥ سم ، س ب = ٦ سم

[١] أثبت أن : Δ أ س ص ~ Δ أ ب حـ

[٢] أوجد : طول $\overline{ب حـ}$

٤ (أ) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ٨ سم وارتفاعه ١٠ سم

أوجد : ١ طول قاعدته المتوسطة. ٢ مساحة سطحه.

(ب) في الشكل المقابل :



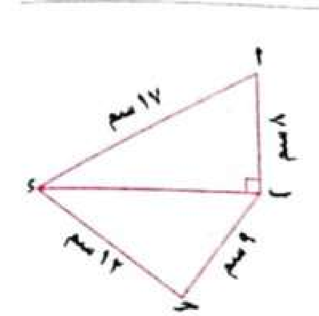
أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، هـ ∈ حـ ب (مستقيم)

، و ∈ أ ء ، ب حـ = ب هـ

برهن أن : مساحة Δ و هـ حـ = مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ ء

---

٥ (أ) في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : أ ب = ٨ سم

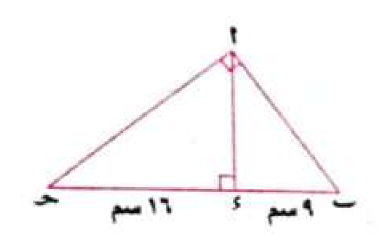
، ب حـ = ٩ سم ، حـ ء = ١٢ سم

، أ ء = ١٧ سم ، ء ب ⊥ أ ب

١ أوجد : طول ب ء

٢ بين نوع Δ ب حـ ء بالنسبة لزواياه.

(ب) في الشكل المقابل :



Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى أ

، أ ء ⊥ ب حـ ، ب ء = ٩ سم ، حـ ء = ١٦ سم

أوجد : طول كل من أ ب ، أ ء ، أ حـ



أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ معين طولا قطريه ٨ سم ، ١٢ سم تكون مساحته .... سم²

(أ) ٢٠ (ب) ٤٨ (جـ) ٢٤ (د) ١٠

٢ إذا كانت : أ ب // س ص فإن طول مسقط أ ب على س ص .... طول أ ب

(أ) $<$ (ب) $>$ (جـ) $=$ (د) $\leq$

٣ فى Δ أ ب حـ إذا كان : (أ ب)² + (ب حـ)² < (أ حـ)² فإن : ∠ب تكون ....

(أ) قائمة. (ب) حادة. (جـ) مستقيمة. (د) منفرجة.

٤ شبه منحرف مساحته ٣٠ سم^2 وارتفاعه ٥ سم فإن طول قاعدته المتوسطة = ... سم

(أ) ٦ (ب) ٣٠ (جـ) ١٥٠ (د) ٣

٥ مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٥ تكون النسبة بين محيطيهما هى ....

(أ) ٥ : ٣ (ب) ٣ : ٥ (جـ) ١ : ٢ (د) ١ : ٣

٦ مثلث مساحته ٢٤ سم^2 وطول قاعدته ٨ سم فإن ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة يساوى .... سم

(أ) ١٦ (ب) ٣ (جـ) ٦ (د) ٢

٢ أكمل ما يأتى :

١ قطرا شبه المنحرف المتساوى الساقين يكونان ....

٢ فى Δ أ ب جـ إذا كان : (أ ب)^2 = (أ جـ)^2 + (ب جـ)^2 فإن : ق (∠ ....) = ٩٠°

٣ محيط المربع الذى مساحته ١٦ سم^2 يساوى .... سم

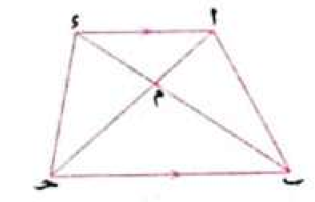
٤ يتشابه المثلثان إذا كانت أطوال أضلاعهما المتناظرة ....

٥ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين .... فى المساحة.

٣ (أ) Δ أ ب جـ فيه : أ ب = ١٣ سم ، ب جـ = ٧ سم ، أ جـ = ١٢ سم

بين نوع المثلث أ ب جـ بالنسبة لزواياه.

(ب) فى الشكل المقابل :

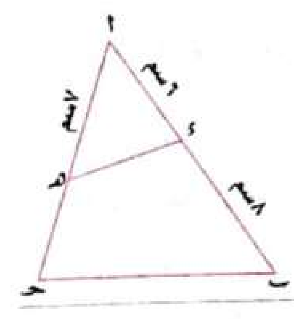


$\overline{أد}$ // $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{أجـ}$ ∩ $\overline{ب د}$ = {م}

أثبت أن : مساحة Δ أ ب م = مساحة Δ د جـ م

٤ (أ) أوجد مساحة سطح متوازى الأضلاع الذى فيه طولا ضلعين متجاورين ٦ سم ، ٨ سم وارتفاعه الأكبر ٥ سم.

(ب) فى الشكل المقابل :



Δ أ هـ د ~ Δ أ ب جـ ، أ د = ٦ سم

، أ هـ = ٧ سم ، ب د = ٨ سم

أوجد : طول كل من $\overline{أجـ}$ ، $\overline{هـ جـ}$

٥ (أ) فى الشكل المقابل :

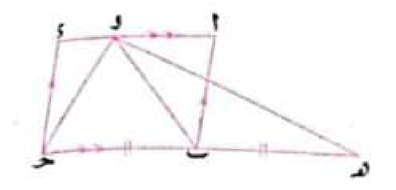
أ
جـ ١٦سم د ٩سم ب

أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى أ

، $\overline{أد}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$ ، ب د = ٩ سم ، د جـ = ١٦ سم

أوجد : طول كل من $\overline{أب}$ ، $\overline{أد}$

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، هـ ∈ $\overleftarrow{حـ ب}$

، و ∈ $\overline{أ ء}$ ، ب حـ = ب هـ

برهن أن : مساحة Δ و هـ حـ = مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ ء



أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ معين طولا قطريه ٨ سم ، ٦ سم تكون مساحة سطحه .... سم^٢.

(أ) ١٤ (ب) ٢٤ (جـ) ٤٠ (د) ٤٨

٢ مربع طول قطره ١٢ سم تكون مساحة سطحه .... سم^٢.

(أ) ٢٤ (ب) ٣٦ (جـ) ٤٨ (د) ٧٢

٣ مثلث مساحته ١٥ سم^٢ وطول قاعدته ٥ سم يكون ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة .... سم.

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) ٦ (د) ١٠

٤ Δ أ ب حـ فيه : (أ حـ)^٢ > (أ ب)^٢ + (ب حـ)^٢ فإن : ∠ ب تكون ....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

٥ مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٥ فإن النسبة بين محيطيهما ....

(أ) ٥ : ٣ (ب) ٣ : ٥ (جـ) ١ : ٢ (د) ١ : ٣

٦ عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الأضلاع يساوى ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٢ أكمل كلًا مما يأتى :

١ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين .... فى المساحة.

٢ يتشابه المضلعان إذا كانت الأضلاع المتناظرة .... والزوايا المتناظرة ....

٣ قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع يساوى ....°

٤ Δ أ ب حـ فيه : (أ حـ)^٢ + (حـ ب)^٢ = (أ ب)^٢ فإن : ق (∠ ....) = ٩٠°

٥ شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ٨ سم يكون طول قاعدته المتوسطة يساوى ....

٣ (أ) في الشكل المقابل :

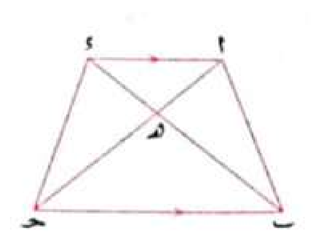
أ ء // ب حـ ، أ ء = ٤ سم

، ب حـ = ٨ سم ، هـ ء = ٢ سم

[١] أثبت أن : Δ أ هـ ء ~ Δ حـ هـ ب

[٢] أوجد : طول هـ ب

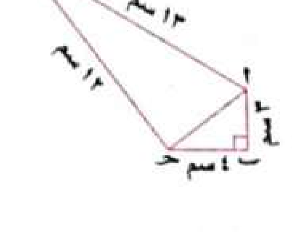
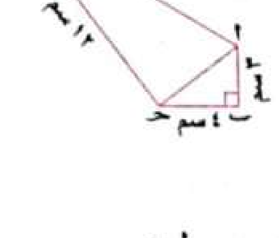
(ب) في الشكل المقابل :



أ ء // ب حـ ، أ حـ ∩ ب ء = {هـ}

أثبت أن : مساحة سطح Δ أ هـ ب = مساحة سطح Δ ء هـ حـ

٤ (أ) في الشكل المقابل :

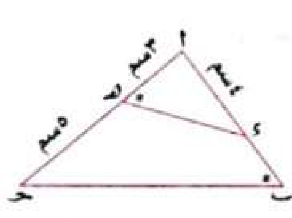
ق (∠ ب) = ٩٠° ، أ ب = ٣ سم

، ب حـ = ٤ سم ، حـ ء = ١٢ سم

، أ ء = ١٣ سم

أثبت أن : ق (∠ أ حـ ء) = ٩٠°

(ب) في الشكل المقابل :

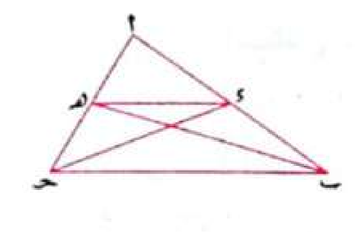


ق (∠ أ هـ ء) = ق (∠ أ ب حـ)

، أ هـ = ٣ سم ، أ ء = ٤ سم ، هـ حـ = ٥ سم

[١] أثبت أن : Δ أ ء هـ ~ Δ أ حـ ب [٢] أوجد : طول ب ء

٥ (أ) في الشكل المقابل :



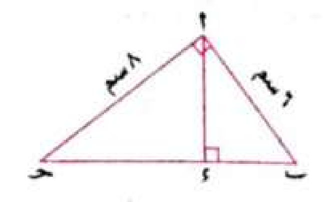
مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ أ ء حـ

أثبت أن : [١] مساحة Δ ء ب هـ = مساحة Δ ء حـ هـ

[٢] ء هـ // ب حـ



(ب) في الشكل المقابل :



Δ أ ب حـ فيه : ق (∠ ب أ حـ) = ٩٠°

، أ ء ⊥ ب حـ ، أ ب = ٦ سم ، أ حـ = ٨ سم

أوجد : طول كل من ب ء ، حـ ء ، أ ء



أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ فى المثلث س ص ع إذا كان : $(س ص)^2 = (س ع)^2 + (ص ع)^2$ فإن : ∠ ع تكون ....

(أ) حادة. (ب) منفرجة. (جـ) قائمة. (د) مستقيمة.

٢ مربع مساحته ٣٢ سم^2 فإن طول قطره .... سم.

(أ) ٤ (ب) ٨ (جـ) ١٦ (د) ٦٤

٣ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم .... طول القطعة المستقيمة نفسها.

(أ) $>$ (ب) $<$ (جـ) $=$ (د) $\geq$

٤ معين طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم فإن مساحته تساوى .... سم^2.

(أ) ١٢ (ب) ١٤ (جـ) ٢٤ (د) ٤٨

٥ المثلث الذى أطوال أضلاعه ٥ سم ، ٧ سم ، ٦ سم يكون ....

(أ) حاد الزوايا. (ب) قائم الزاوية. (جـ) منفرج الزاوية. (د) متساوى الساقين.

٦ إذا كان : أ ب جـ ء متوازى أضلاع مساحته ٨٠ سم^2 ، هـ ∈ $\overline{أء}$ فإن مساحة المثلث هـ ب جـ تساوى .... سم^2

(أ) ٤٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٨٠ (د) ١٦٠

٢ أكمل ما يأتى :

١ يتشابه مثلثان إذا كانت أطوال أضلاعهما المتناظرة ....

٢ إذا كان المضلعان المتشابهان متطابقين فإن نسبة التكبير تساوى ....

٣ متوازى أضلاع طول قاعدته ٧ سم ، وارتفاعه المناظر لها ٤ سم فإن مساحته تساوى .... سم^2.

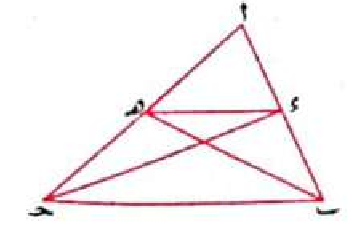
٤ فى المثلث أ ب جـ إذا كان : أ ب $>$ ب جـ فإن : ق (∠ جـ) $>$ ق (∠ ....)

٥ مساحة المربع المنشأ على أحد ضلعى القائمة فى المثلث القائم الزاوية تساوى مساحة المستطيل الذى بعداه طول الوتر و ....

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

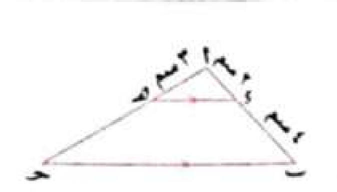
مساحة المثلث أ هـ ب = مساحة المثلث أ ء جـ

أثبت أن : $\overline{ءهـ}$ // $\overline{ب جـ}$



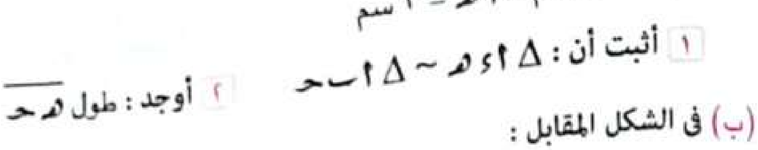
(ب) شبه منحرف مساحته ١٨٠ سم² ، وارتفاعه ١٢ سم ، والنسبة بين طولى قاعدتيه المتوازيتين ٣ : ٢ ، فما طول كل منهما ؟

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



$\overline{\text{د هـ}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ، أ د = ٢ سم

، د ب = ٤ سم ، أ هـ = ٣ سم



١ أثبت أن : Δ أ د هـ ~ Δ أ ب جـ

٢ أوجد : طول $\overline{\text{هـ جـ}}$

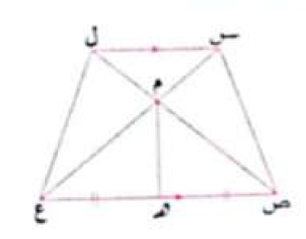
(ب) فى الشكل المقابل :

ق (∠ ص س ع) = ٩٠° ، $\overline{\text{س هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{ص ع}}$

، ص هـ = ٩ سم ، هـ ع = ١٦ سم

أوجد : طول كل من $\overline{\text{س ص}}$ ، $\overline{\text{س هـ}}$

٥ (أ) فى الشكل المقابل :



$\overline{\text{س ل}}$ // $\overline{\text{ص ع}}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{ص ع}}$

أثبت أن : مساحة الشكل س ص هـ م = مساحة الشكل ل ع هـ م

(ب) أ ب جـ مثلث فيه : أ ب = ٧ سم ، ب جـ = ٩ سم ، أ جـ = ١٢ سم

حدد نوع المثلث أ ب جـ بالنسبة لزواياه.



أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ س ص ع مثلث فيه : (س ص)² = (س ع)² + (ع ص)² فإن : ∠ ع تكون ....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) منعكسة.

٢ مربع مساحته ١٨ سم² فإن طول قطره يساوى .... سم.

(أ) ٣٦ (ب) ١٢ (جـ) ٩ (د) ٦

٣ قياس إحدى زوايا المضلع الخماسى المنتظم يساوى ....

(أ) ١٨٠° (ب) ١٠٨° (جـ) ٥٤٠° (د) ٩٠°

٤ شبه منحرف مساحته ١٠٠ سم^2 وارتفاعه ٢٠ سم يكون طول قاعدته المتوسطة .... سم.

(أ) ١٠ (ب) ٢٠ (جـ) ٥ (د) ١٥

٥ المثلث س ص ع ~ المثلث أ ب حـ ، ق(∠ ص) = ٦٠° ، ق(∠ حـ) = ٤٠°

فإن : ق(∠ س) = ...

(أ) ٨٠° (ب) ٤٠° (جـ) ١٥° (د) ١٢٠°

٦ إذا كانت : $\overline{أب}$ // $\overleftrightarrow{حـ ء}$ فإن طول مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{حـ ء}$ .... طول $\overline{أب}$

(أ) < (ب) > (جـ) = (د) ≥

٢ أكمل العبارات الآتية :

١ المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى القاعدة يكونان ....

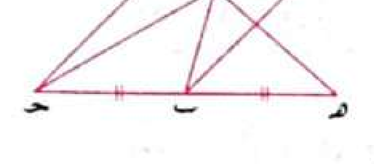
٢ إذا كانت النسبة بين محيطى مضلعين متشابهين ٧ : ٤ فإن النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ....

٣ محيط المربع الذى مساحته ١٦ سم^2 يساوى ....

٤ المثلث الذى ليس له محاور تماثل هو ....

٥ مساحة المربع المنشأ على أحد ضلعى القائمة فى المثلث القائم الزاوية تساوى مساحة المستطيل الذى بعداه ....

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

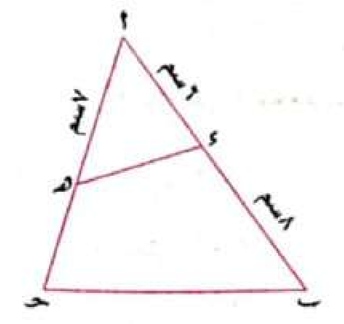


أ ب حـ ء متوازى أضلاع

، هـ ∈ $\overleftarrow{حـ ب}$ ، ب حـ = ب هـ

أثبت أن : مساحة المثلث و هـ حـ = مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ ء

(ب) فى الشكل المقابل :

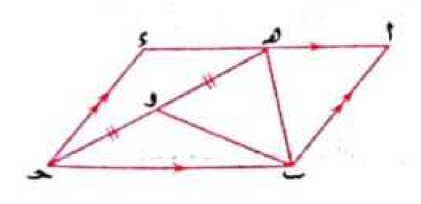


المثلث أ هـ ء ~ المثلث أ ب حـ ، ب ء = ٨ سم

، أ هـ = ٧ سم ، أ ء = ٦ سم

احسب : طول كل من $\overline{أحـ}$ ، $\overline{هـ حـ}$

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته ٤٠ سم^2

، هـ ∈ $\overline{أ ء}$ ، و منتصف $\overline{هـ حـ}$

أوجد بالبرهان : مساحة المثلث ب هـ و

(ب) فى الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث قائم الزاوية فى ب فيه : ق (∠ ح) = ٣٠°

، أ ب = ٨ سم ، $\overline{\text{ب ء}} \perp \overline{\text{أ ح}}$

١ احسب : طول $\overline{\text{أ ح}}$

٢ أوجد : طول مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ح}}$

٥ (أ) حدد نوع المثلث أ ب ح بالنسبة لزواياه حيث أ ب = ٦ سم ، ب ح = ٨ سم ، أ ح = ٩ سم

(ب) فى الشكل المقابل :

$\overline{\text{أ ح}} \cap \overline{\text{ب ء}} = \{\text{م}\}$

، س منتصف $\overline{\text{ب ح}}$

، مساحة الشكل أ ب س م = مساحة الشكل ء ح س م

أثبت أن : $\overline{\text{أ ء}} \parallel \overline{\text{ب ح}}$

١٢ محافظة المنيا

إدارة بنى مزار - التعليم الإعدادى - الفترة الصباحية

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ معين طولا قطريه ٦ سم ، ١٠ سم تكون مساحته .... سم²

(أ) ٦٠ (ب) ٣٠ (جـ) ١٥ (د) ١٠

٢ مساحة المربع الذى طول قطره ٨ سم تساوى .... سم²

(أ) ٦٤ (ب) ٣٢ (جـ) ١٦ (د) ١٢

٣ إذا كان أ ب ح مثلثًا فيه : $(\text{أ ب})^2 > (\text{ب ح})^2 + (\text{أ ح})^2$ فإن : ∠ ح تكون ....

(أ) حادة. (ب) منفرجة. (جـ) قائمة. (د) مستقيمة.

٤ إذا كان : ق (∠ أ ب ح) = ١٠٠° فإن : ق (∠ أ ب ح) المنعكسة = ...

(أ) ٢٦٠° (ب) ٣٦٠° (جـ) ١٠٠° (د) ٨٠°

٥ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم .... طول القطعة الأصلية.

(أ) $<$ (ب) $=$ (جـ) $\leq$ (د) $\geq$

٦ مساحة المثلث القائم الزاوية الذى طولا ضلعى القائمة فيه ٦ سم ، ٩ سم تساوى .... سم²

(أ) ٥٤ (ب) ١٠٨ (جـ) ٢٧ (د) ١٨

٢ أكمل ما يأتى :

١ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين ....

٢ يتشابه المضلعان إذا كانت الأضلاع المتناظرة .... والزوايا المتناظرة ....

٣ شبه منحرف ارتفاعه ٦ سم ومساحته ٣٠ سم^2 فإن طول قاعدته المتوسطة = ... سم

٤ مسقط نقطة على مستقيم معلوم هو ....

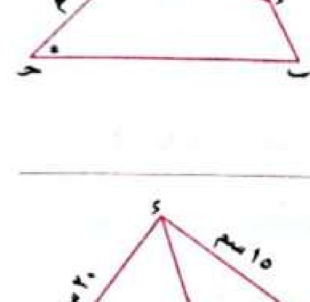
٥ إذا كان طولا ضلعين متجاورين فى متوازى أضلاع ٨ سم ، ١٠ سم وارتفاعه الأكبر ٥ سم فإن مساحته تساوى .... سم^2

---

٣ (أ) حدد نوع Δ أ ب حـ بالنسبة لقياسات زواياه إذا كان :

أ ب = ٨ سم ، ب حـ = ١١ سم ، أ حـ = ٥ سم

(ب) **فى الشكل المقابل :**



Δ أ ب حـ فيه : ق (∠ هـ ء أ) = ق (∠ حـ)

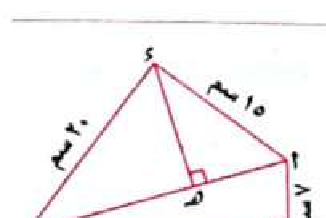
، أ هـ = ٣ سم ، أ ء = ٤,٥ سم ، هـ حـ = ٦ سم

١ **أثبت أن :** Δ أ حـ ب ~ Δ أ ء هـ

٢ **أوجد :** طول $\overline{\text{ب ء}}$

---

٤ فى الشكل المقابل :



ق (∠ ب) = ٩٠° ، $\overline{\text{ء هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{أ حـ}}$

، أ ء = ١٥ سم ، أ ب = ٧ سم

، ب حـ = ٢٤ سم ، ء حـ = ٢٠ سم

١ **أوجد :** طول $\overline{\text{أ حـ}}$

٢ **برهن أن :** ق (∠ أ ء حـ) = ٩٠°

٣ **أوجد :** طول مسقط $\overline{\text{أ ء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$

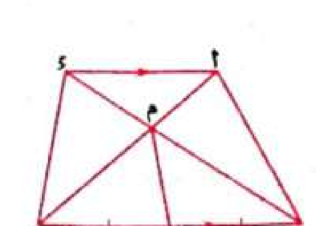
٤ **أوجد :** مساحة الشكل أ ب حـ ء

---

٥ (أ) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٧ سم ، ٩ سم وارتفاعه ٦ سم احسب مساحة سطحه.



(ب) **فى الشكل المقابل :**



$\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$ ∩ $\overline{\text{ب ء}}$ = {م}

، هـ منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$

أثبت أن : مساحة الشكل أ ب هـ م = مساحة الشكل ء م هـ حـ

١٣ محافظة أسيوط



أجب عن الأسئلة الآتية :

١ أكمل ما يأتى :

١ المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة يكونان ....

٢ يتشابه المثلثان إذا كانت زواياهما المتناظرة .... فى القياس.

٣ مساحة المعين الذى طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم تساوى .... سم^2

٤ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين ....

٥ فى Δ س ص ع إذا كان : (ص س)^2 + (ص ع)^2 > (س ع)^2 فإن : ∠ ص تكون ....

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ فى Δ أ ب جـ إذا كان : (أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2 فإن : ∠ ب تكون ....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

٢ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم .... طول القطعة المستقيمة نفسها.

(أ) $<$ (ب) $\leq$ (جـ) $\geq$ (د) $=$

٣ إذا كانت نسبة التكبير بين مضلعين متشابهين = ... فإن المضلعين متطابقان.

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٠,٥ (د) ٠,٢٥

٤ مساحة شبه المنحرف الذى طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ٨ سم وارتفاعه ٥ سم تساوى .... سم^2

(أ) ١٥ (ب) ٢٥ (جـ) ٣٥ (د) ٥٠

٥ عدد محاور التماثل للمثلث المتساوى الساقين ....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٦ الزاوية الحادة تكملها زاوية ....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) منعكسة.

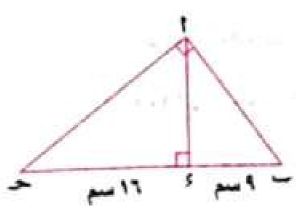
٣ (أ) مثلثان متشابهان أطوال أضلاع أحدهما ٣ سم ، ٤ سم ، ٥ سم ، ومحيط الآخر ٣٦ سم أوجد أطوال أضلاع المثلث الآخر.

(ب) فى الشكل المقابل :

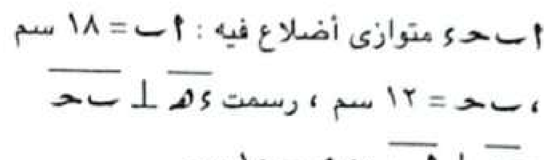
ق(∠ ب أ جـ) = ٩٠° ، $\overline{أ ء} \perp \overline{ب جـ}$

، ب ء = ٩ سم ، ء جـ = ١٦ سم

احسب : طول كل من $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ ء}$ ، $\overline{أ جـ}$



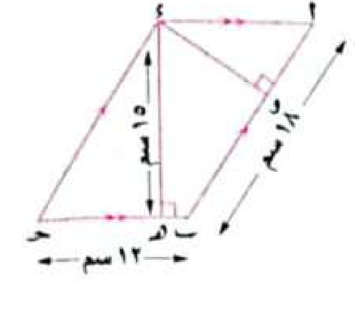
٤ (أ) **فى الشكل المقابل :**



أ ب جـ د متوازى أضلاع فيه : أ ب = ١٨ سم

، ب جـ = ١٢ سم ، رسمت $\overline{\text{د هـ}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$

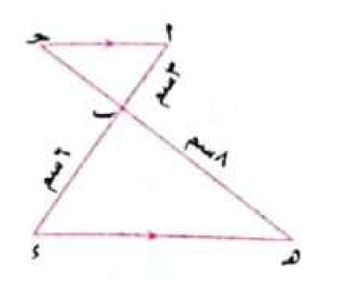
، $\overline{\text{د و}} \perp \overline{\text{أ ب}}$ ، د هـ = ١٥ سم



احسب : ١ مساحة متوازى الأضلاع أ ب جـ د

٢ طول $\overline{\text{د و}}$

(ب) **فى الشكل المقابل :**



إذا كانت : $\overline{\text{أ جـ}}$ // $\overline{\text{د هـ}}$ ، أ ب = ٣ سم

، ب هـ = ٨ سم ، ب د = ٦ سم

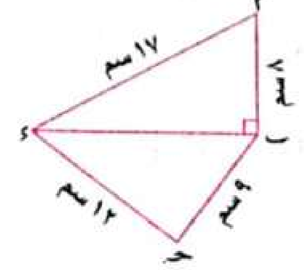
١ **أثبت أن :** المثلث أ ب جـ ~ المثلث د ب هـ

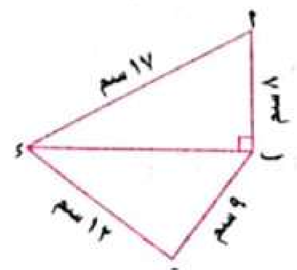
٢ **أوجد :** طول $\overline{\text{ب جـ}}$

٥ (أ) حدد نوع الزاوية التى لها أكبر قياس فى المثلث أ ب جـ إذا كان :

أ ب = ٧ سم ، ب جـ = ٨ سم ، أ جـ = ١٠ سم

(ب) **فى الشكل المقابل :**





أ ب جـ د شكل رباعى فيه :

$\overline{\text{أ ب}} \perp \overline{\text{ب د}}$ ، أ ب = ٨ سم ، أ د = ١٧ سم

، ب جـ = ٩ سم ، جـ د = ١٢ سم

١ **أوجد :** طول مسقط $\overline{\text{أ د}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب د}}$

٢ **أثبت أن :** ق (د جـ) = ٩٠°



أجب عن الأسئلة الآتية :

١ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

١ عدد محاور تماثل المثلث المختلف الأضلاع يساوى ....

(أ) ٣ (ب) ١ (جـ) ∅ (د) صفر

٢ معين طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم تكون مساحته سم٢

(أ) ٤٨ (ب) ٢٤ (جـ) ١٤ (د) ٧

٣ متوازى أضلاع طولا ضلعين متجاورين فيه ٤ سم ، ٦ سم وارتفاعه الأصغر ٣ سم فإن مساحته تساوى .... سم^2

(أ) ١٢ (ب) ١٨ (جـ) ٦ (د) ٩

٤ (طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم ÷ طول القطعة المستقيمة الأصلية) ∈ ....

(أ)]صفر ، ١[(ب)]صفر ، ١] (جـ) [صفر ، ١] (د) [صفر ، ١[

٥ يحتوى المثلث على زاويتين .... على الأقل.

(أ) حادتين. (ب) قائمتين. (جـ) منفرجتين. (د) منعكستين.

٦ فى المثلث أ ب جـ إذا كان : (أ جـ)^2 ≤ (أ ب)^2 + (ب جـ)^2 فإن : ∠ب نوعها ....

(أ) حادة فقط. (ب) قائمة فقط. (جـ) منفرجة فقط. (د) ليست حادة.

٢ أكمل كلًا مما يأتى :

١ يتشابه المثلثان إذا كانت أضلاعهما المتناظرة ....

٢ مثلث أطوال أضلاعه ٣ سم ، ٤ سم ، ٥ سم تكون مساحته .... سم^2

٣ النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فى مربعين ٢ : ١ ومحيط المربع الأكبر ٤٠ سم فإن مساحة المربع الأصغر تساوى .... سم^2.

٤ إذا كانت مساحة مربع ٥٠ سم^2 فإن طول قطره يساوى .... سم.

٥ إذا كانت : ∠أ تكمل ∠ب ، ق(∠أ) = ١٢٠° فإن : ق(∠ب) المنعكسة = ...°

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

$\overline{أ ء}$ // $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{أ جـ}$ ∩ $\overline{ب ء}$ = {م}

، ب هـ = و جـ

أثبت أن : مساحة المضلع أ ب هـ م = مساحة المضلع ء جـ و م

(ب) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ١٠ سم ، ٨ سم ومساحته ٤٥ سم^2

أوجد طول قاعدته المتوسطة وارتفاعه.

٤ (أ) فى الشكل المقابل :

أ ب جـ ء متوازى أضلاع ، و ∈ $\overline{أ ء}$ ، هـ ∈ $\overleftarrow{جـ ب}$

بحيث ب جـ = ب هـ

برهن أن : مساحة △ و هـ جـ = مساحة ▱ أ ب جـ ء

(ب) حدد نوع المثلث س ص ع بالنسبة لزواياه حيث :

س ص = ٧ سم ، ص ع = ١٢ سم ، س ع = ٨ سم

٥ (أ) فى الشكل المقابل :

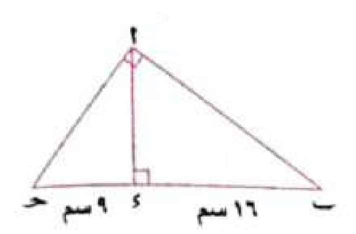
$\overline{\text{ءهـ}} \parallel \overline{\text{بجـ}}$ ، أء = ٣ سم

، ب ء = ٦ سم ، ء هـ = ٤ سم



١ أثبت أن : Δ أءهـ ~ Δ أبجـ ٢ أوجد : طول $\overline{\text{بجـ}}$

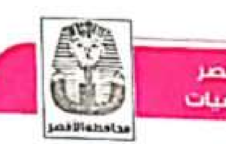
(ب) فى الشكل المقابل :



Δ أبجـ قائم الزاوية فى أ

، $\overline{\text{أء}} \perp \overline{\text{بجـ}}$ ، ب ء = ١٦ سم ، ء جـ = ٩ سم

أوجد : طول كل من $\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{أء}}$





أجب عن الأسئلة الآتية :

١ أكمل ما يأتى :

١ فى الشكل المقابل :

Δ أبجـ متساوى الأضلاع فإن : ق (∠ أجـ ء) = ...°

٢ المربع الذى طول قطره ٦ سم فإن مساحته تساوى .... سم^2

٣ القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفى ضلعين فى مثلث .... الضلع الثالث.

٤ إذا كان : أبجـ ء متوازى أضلاع مساحته ٥٠ سم^2 ، هـ ∈ $\overline{\text{أء}}$

فإن مساحة Δ هـ ب جـ = ... سم^2

٥ إذا كانت نسبة التكبير بين مضلعين متشابهين تساوى ١ فإن المضلعين ....

---

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ فى الشكل المقابل :

مسقط $\overline{\text{أء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{بجـ}}$ هو ....

(أ) $\overline{\text{ب ء}}$ (ب) $\overline{\text{ء جـ}}$

(جـ) $\overline{\text{أء}}$ (د) ء

٢ المثلث الذى مساحته ٣٠ سم^2 وارتفاعه ٥ سم فإن طول قاعدته يساوى .... سم.

(أ) ١٢ (ب) ٦ (جـ) ١٥ (د) ١٥٠

٣ يتشابه المثلثان إذا كانت أطوال أضلاعهما المتناظرة ....

(أ) متعامدة. (ب) متوازية. (جـ) متناسبة. (د) متقاطعة.

٤ Δ أ ب حـ فيه : $(أحـ)^2 > (أب)^2 + (ب حـ)^2$ فإن : ∠ ب تكون ....

(أ) حادة. (ب) منفرجة. (جـ) قائمة. (د) منعكسة.

٥ عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الساقين يساوى ....

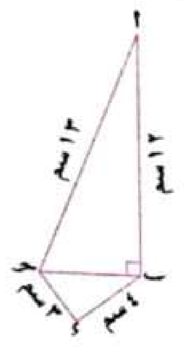
(أ) ٢ (ب) ١ (جـ) ٣ (د) صفر

٦ طول مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{س ص}$ .... طول $\overline{أب}$

(أ) < (ب) ≥ (جـ) > (د) =

---

٣ (أ) فى الشكل المقابل :



ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠° ، أ ب = ١٢ سم

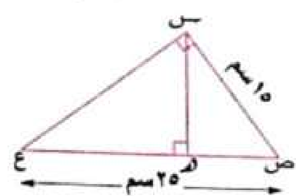
، ب ء = ٤ سم ، حـ ء = ٣ سم ، أ حـ = ١٣ سم

١ أوجد : طول $\overline{ب حـ}$

٢ أثبت أن : ق (∠ ب ء حـ) = ٩٠°



(ب) فى الشكل المقابل :



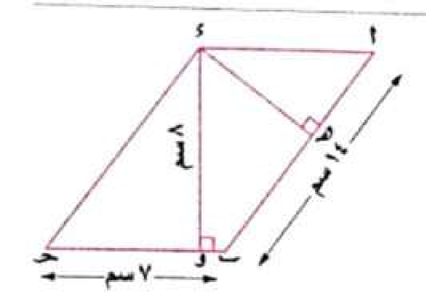
$\overline{س هـ}$ ⊥ $\overleftrightarrow{ص ع}$ ، ق (∠ ص س ع) = ٩٠°

، س ص = ١٥ سم ، ص ع = ٢٥ سم

أوجد : طول $\overline{ص هـ}$

---

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، $\overline{ء هـ}$ ⊥ $\overline{أ ب}$

، $\overline{ء و}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$ ، أ ب = ١٤ سم

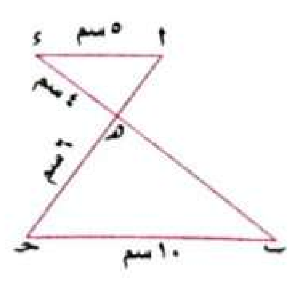
، ب حـ = ٧ سم ، ء و = ٨ سم

أوجد :

١ مساحة متوازى الأضلاع.

٢ طول $\overline{ء هـ}$

(ب) فى الشكل المقابل :

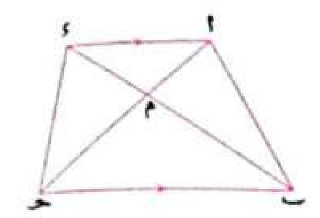


Δ أ هـ ء ~ Δ حـ هـ ب ، أ ء = ٥ سم

، ء هـ = ٤ سم ، هـ حـ = ٦ سم ، ب حـ = ١٠ سم

فأوجد : طول كل من $\overline{أ هـ}$ ، $\overline{ب هـ}$

٥ (أ) في الشكل المقابل :



$\overline{أء} // \overline{ب حـ}$

، $\overline{أ حـ} \cap \overline{ب ء} = \{م\}$

برهن أن : مساحة Δ أ ب م = مساحة Δ ء حـ م

(ب) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ١٠ سم وارتفاعه ٥ سم
أوجد طول قاعدته المتوسطة ومساحته.

المعاصر

إعداد نخبة من خبراء التعليم

الإجابات

الصف الثانى الإعدادى

الفصل الدراسى الثانى

الرياضيات





مكتبة الطلبة
للطبع والنشر والتوزيع
٣ شارع كامل صدقى - الفجالة
تليفون: ٢٥٩٠٢٩٩٧ - ٢٥٩٣٧٧٩١ - ٠٢/ ٢٥٩٣٤٠١٣
e-mail: info@elmoasserbooks.com
www.elmoasserbooks.com
الخط الساخن ١٥٠١٤



إجابات الوحدة الأولى

إجابات تمارين ١

١

١) ٥ ، ٦

٢) −٢ ، −٦

٣) −٢ ، ٦

٤) −١٥ ، ٦

٢

١) $(س + ٥)(س + ٣)$

٢) $(س + ١)(س + ١٠)$

٣) $(س - ٣)(س - ٤)$

٤) $(س - ٢)(س - ١٥)$

٥) $(س - ٢)(س + ٧)$

٦) $(س + ٦)(س - ٢)$

٧) $(س - ٨)(س + ٢)$

٨) $(س - ٥)(س + ٢)$

٣

١) $(س + ٢ص)(س + ٣ص)$

٢) $(ب - ٢جـ)(ب + ٥جـ)$

٣) $(س - ١٢ص)(س - ٣ص)$

٤) $(س - ٨ص)(س + ٢ص)$

٤

١) $(أ + ١٧)(أ - ٢)$

٢) $(أ + ٢٥)(أ - ٣)$

٣) $(س + ٥)(س - ٢)$

٤) $(س - ٣)(س - ٧)$

٥

١) $(س^{٢} + ٦)(س^{٢} + ٣)$

٢) $(س^{٢} - ٥)(س^{٢} - ٣)$

٣) $(ل^{٢} - ١٠)(ل^{٢} + ٤)$

٤) $(أ^{٢} - ٧ب^{٢})(أ^{٢} + ٨ب^{٢})$

٦

١) $٥(س^{٢} - ٢س - ٣) = ٥(س - ٣)(س + ١)$

٢) $٢(أ^{٢} + ١٤أ + ٤٨) = ٢(أ + ٨)(أ + ٦)$

٣) $ص(ص^{٢} + ص - ٦) = ص(ص + ٣)(ص - ٢)$

٤) $س(س^{٢} - ٣س - ٢٨) = س(س - ٧)(س + ٤)$

٥) $٣(س^{٢} - ٤س - ٢١) = ٣(س - ٧)(س + ٣)$

٦) $٢س(س^{٢} - ٥س + ٦)$

$= ٢س(س - ٣)(س - ٢)$

٧) $-٣(س^{٢} + س - ٢٠)$

$= -٣(س + ٥)(س - ٤)$

٨) $-(س^{٢} - ٢س - ٦٣) = -(س - ٩)(س + ٧)$

٩) $ب^{٢}(أ^{٢} - ٧٤أ + ١٤٤) = ب^{٢}(أ - ٧٢)(أ - ٢)$

١٠) $٢(أ^{٤} - ١٢أ^{٢}ب^{٢} - ١٣ب^{٤})$

$= ٢(أ^{٢} - ١٣ب^{٢})(أ^{٢} + ب^{٢})$

٧

١) $س^{٢} + ٧س + ١٠ = (س + ٥)(س + ٢)$

٢) $س^{٢} - ٤س - ٣س + ٦$

$= س^{٢} - ٧س + ٦ = (س - ٦)(س - ١)$

٣) $أ^{٢} - ١٦ب^{٢} + ٦أب$

$= أ^{٢} + ٦أب - ١٦ب^{٢} = (أ - ٢ب)(أ + ٨ب)$

٤) $س^{٣} - ٣٢س^{٢} + ٦٠س$

$= س(س^{٢} - ٣٢س + ٦٠)$

$= س(س - ٢)(س - ٣٠)$

٥) $س^{٢} - ١٢س + ٣٦ - ٣س - ٦٠$

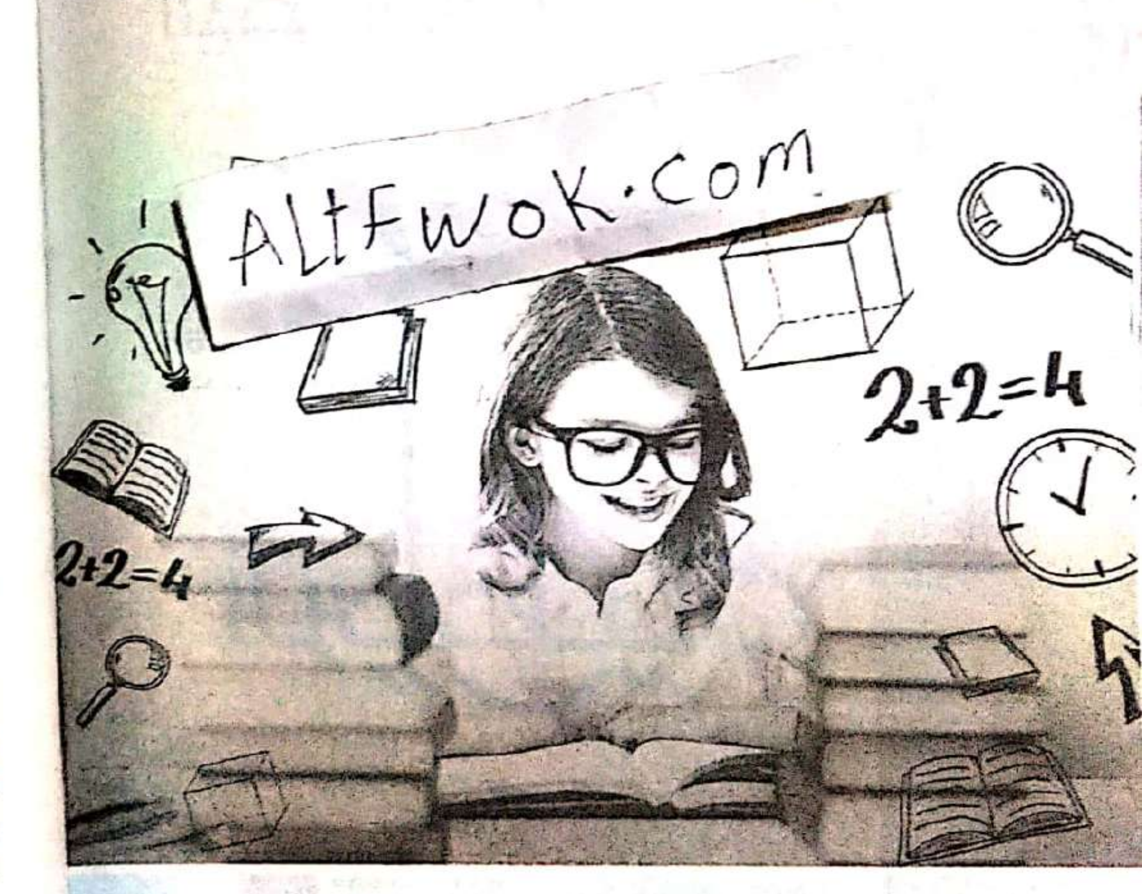
$= س^{٢} - ١٥س + ٣٦ = (س - ١٢)(س - ٣)$

٨

١) جـ $= ٢$ ، $(س + ٥)(س - ٣)$

٢) جـ $= ١٠$ ، $(س - ٢)(س - ٥)$

إجابات تمارين الجبر والإحصاء



[٣] جـ = ٣٠ ، (ص − ٢٩) (ص − ١)

[٤] جـ = ١٢ ، (أ + ٤) (أ − ٣)

«حاول إيجاد قيم أخرى للعدد جـ»

٩

[١] (س − ٩) (س − ٢)

[٢] (س + ٣) (س + ٢)

[٣] س^{٢} + ١٢ س + ٣٥ = (س + ٧) (س + ٥)

[٤] (س − ٦)　　[٥] ٣　　[٦] ٤

[٧] ٧

١٠

[١] (ب)　　[٢] (ب)　　[٣] (د)　　[٤] (جـ)

[٥] (أ)　　[٦] (جـ)　　[٧] (ب)

١١ العرض = (س + ٢)

المحيط = ٢ [(س + ٤) + (س + ٢)]

= ٢ (٢ س + ٦) = (٤ س + ١٢) سم

١٢

[(س − ١) − ٤] [(س − ١) + ٢]

= (س − ٥) (س + ١)

إجابات تمارين ٢

١

[١] (٢ س + ١) (س + ١)

[٢] (٣ أ + ١) (أ + ٢)

[٣] (٥ ع − ٢) (ع − ١)

[٤] (٣ س + ١) (س − ٥)

[٥] (٥ س − ٦) (س + ٢)

[٦] (٣ س + ٤) (س + ٢)

[٧] (٣ س − ١) (٢ س − ٣)

[٨] (٥ أ − ٨) (أ − ٢)

[٩] (٣ ص − ٢) (ص + ٣)

[١٠] (٢ ع − ١) (٤ ع + ٣)

[١١] (٤ ص − ٧) (ص + ٣)

[١٢] (٤ أ − ٣) (٣ أ + ٢)

٢

[١] (س − ٢ ص) (٢ س − ص)

[٢] (٣ س + ص) (س − ٧ ص)

[٣] (٣ أ + ب) (٢ أ + ب)

[٤] (٢ ص − س) (ص + س)

[٥] (١٠ أ − ٩ ب) (أ + ٢ ب)

[٦] (٦ س + ٧ ص) (س − ٩ ص)

[٧] (٧ س^{٢} + ٣٠ ص) (س^{٢} − ص)

٣

[١] ٣ (٢ س^{٢} − ٧ س + ٦)

= ٣ (٢ س − ٣) (س − ٢)

[٢] ٤ (٢ س^{٢} − ٧ س − ١٥)

= ٤ (٢ س + ٣) (س − ٥)

[٣] ٥ (٣ م^{٢} + ٥ م − ٢) = ٥ (٣ م − ١) (م + ٢)

[٤] س (٨ س^{٢} − ٢٧ س − ٢٠)

= س (٨ س + ٥) (س − ٤)

[٥] ٢ س (٣ س^{٢} + ٧ س + ٤)

= ٢ س (٣ س + ٤) (س + ١)

[٦] ٢ س (٦ س^{٤} + ١١ س^{٢} − ١٠)

= ٢ س (٣ س^{٢} − ٢) (٢ س^{٢} + ٥)

[٧] −٣ س^{٢} ص^{٢} (٥ ص^{٢} − ٢ ص − ٧)

= −٣ س^{٢} ص^{٢} (٥ ص − ٧) (ص + ١)

[٨] ٤ (جـ + د) (٣ س^{٢} + ١٧ س + ٢٠)

= ٤ (جـ + د) (٣ س + ٥) (س + ٤)

٤

[١] ٢ س^{٢} + ٦ س + ١٣ س + ٢٤

= ٢ س^{٢} + ١٩ س + ٢٤

= (٢ س + ٣) (س + ٨)

[٢] ١٢ س^{٢} + ٢٨ س ص − ٥ ص^{٢}

= (٦ س − ص) (٢ س + ٥ ص)

[٣] ٥ ص^{٢} − ٢٨ س ص − ١٢ س^{٢}

= (٥ ص + ٢ س) (ص − ٦ س)

[٤] ٢٥ ب^{٢} − ٢٠ ب + ٤ − ٤ ب − ٥

= ٢٥ ب^{٢} − ٢٤ ب − ١ = (٢٥ ب + ١) (ب − ١)

٥

[١] (٥ س − ٧) (س + ١)

[٢] (٣ س + ٤) (س + ٢)

[٣] (٢ س − ٥) (٣ س + ٢)

[٤] (س − ٢) (٣ س − ١)

[٥] (٣ س − ٢) (س + ٣)

[٦] (٢ س − ٢) (س + ٢)

[٧] ٢ س^{٢} − س ص − ٦ ص^{٢}

= (٢ س + ٣ ص) (س − ٢ ص)

[٨] ٥ س^{٢} − ٣ س ص − ٢ ص^{٢}

= (س − ص) (٥ س + ٢ ص)

٦

[١] ٥ س − ٧　　[٢] ٢ س + ٣

٧

[١] جـ = ٢ ، (٢ س − ٥) (س + ٣)

[٢] جـ = ٢ ، (٢ س − ١) (س − ٦)

«حاول إيجاد قيم أخرى للعدد جـ»

٨

بعداه هما : (٢ س + ٥) سم ، (س + ٧) سم

عندما : س = ٣

بعداه هما : ١١ سم ، ١٠ سم

المحيط = ٢ × (١١ + ١٠) = ٤٢ سم

٩

[١] − (٤ (أ + ب) + ١) ((أ + ب) − ٣)

[٢] [٣ (٢ س + ٣ ص) + ٢ (س − ص)]

[(٢ س + ٣ ص) − (س − ص)]

= (٨ س + ٧ ص) (س + ٤ ص)

إجابات تمارين ٣

١

كل من ② ، ⑤ ، ⑧ ، ⑨ ، ⑫ مربع كامل.

٢

[١] (م − ١)^{٢}　　[٢] (س + ص)^{٢}

[٣] (٣ س + ٢)^{٢}　　[٤] (٥ ب − ١)^{٢}

[٥] (٣ أ + ب)^{٢}　　[٦] (٢ س − ص)^{٢}

[٧] (٤ أ − ٥ ب)^{٢}　　[٨] (١ + ٧ س)^{٢}

[٩] (٦ − ٥ هـ)^{٢}　　[١٠] (١ − ٥ أ^{٢})^{٢}

٣

[١] ٢ (٩ ص^{٢} − ٦ ص + ١) = ٢ (٣ ص − ١)^{٢}

[٢] ٢ (٤ س^{٢} + ١٢ س ص + ٩ ص^{٢})

= ٢ (٢ س + ٣ ص)^{٢}

[٣] ٦ (٤ أ^{٤} + ٤ أ^{٢} + ١) = ٦ (٢ أ^{٢} + ١)^{٢}

[٤] ٦ (أ^{٤} − ٢ أ^{٢} ب^{٢} + ب^{٤}) = ٦ (أ^{٢} − ب^{٢})^{٢}

[٥] ٥ أ (٤ ص^{٢} − ١٢ ص + ٩) = ٥ أ (٢ ص − ٣)^{٢}

[٦] ٦ س (١ + ٤ س + س^{٢}) = ٦ س (٢ + س)^{٢}

[٧] ٣ ع (١ + ١٤ ع^{٢} + ٤٩ ع^{٤}) = ٣ ع (١ + ٧ ع^{٢})^{٢}

٨ ب (٤ ب^{٢} + ٤ ب حـ + حـ^{٢}) = ب (٢ ب + حـ)^{٢}

٩ - (٣٦ أ^{٢} - ٦٠ أ ب + ٢٥ ب^{٢}) = - (٦ أ - ٥ ب)^{٢}

١٠ (حـ - ء) (١ + ٢ س + س^{٢}) = (حـ - ء) (١ + س)^{٢}

٤

١ ($\frac{١}{٢}$ ص - ٢)^{٢} ٢ ($\frac{١}{٤}$ أ + $\frac{١}{٥}$)^{٢}

٣ ($\frac{٢}{٥}$ س - $\frac{١}{٨}$)^{٢} ٤ (٠,١ س - ١)^{٢}

٥

١ ٤٩ س^{٢} - ٧٠ س ص + ٢٥ ص^{٢}

= (٧ س - ٥ ص)^{٢}

٢ ٤ س^{٢} - ٢٨ س ص + ٤٩ ص^{٢}

= (٢ س - ٧ ص)^{٢}

٣ م^{٢} - ٢٢ م ن + ١٢١ ن^{٢} = (م - ١١ ن)^{٢}

٤ س^{٢} - ٢ س ص + ص^{٢} + ٤ س ص

= س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢} = (س + ص)^{٢}

٦

١ ± ٤ س ٢ ± ٢٤ أ ب

٣ ± $\frac{١}{٥}$ س ص ٤ ± ١٤ ع^{٢} ل ٥ ٩

٦ ٤٩ ٧ ٩ ب^{٢} ٨ ٤ ن^{٢}

٩ ص^{٤} ١٠ ٩ أ^{٢}

٧

١ ١٢ ٢ ٨٠ ٣ $\frac{١}{١٦}$ ٤ ٤

٥ ٩ ٦ ٤ ٧ $\frac{١}{٢}$ ٨ ٧

٨

١ (جـ) ٢ (د) ٣ (د)

٤ (جـ) ٥ (ب) ٦ (جـ)

٩

١ (٨٧ + ١٣)^{٢} = (١٠٠)^{٢} = ١٠٠٠٠

٢ (٩٩ - ٩٨)^{٢} = (١)^{٢} = ١

٣ (٧,٣ + ٢,٧)^{٢} = (١٠)^{٢} = ١٠٠

٤ (٢٠,٧ - ٠,٧)^{٢} = (٢٠)^{٢} = ٤٠٠

٥ (٩٩٧)^{٢} + ٢ × ٣ × ٩٩٧ + (٣)^{٢}

= (٩٩٧ + ٣)^{٢} = (١٠٠٠)^{٢} = ١٠٠٠٠٠٠

٦ (٩٩ + ١)^{٢} = (١٠٠)^{٢} = ١٠٠٠٠

٧ (٥)^{٢} - ٢ × ٥ × ٩ + (٩)^{٢} = (٥ - ٩)^{٢} = ١٦

١٠

∵ مساحة المربع = ٩ س^{٢} + ٣٠ س + م

∴ (٩ س^{٢} + ٣٠ س + م) مربع كامل

∴ م = $\frac{(٣٠ س)^{٢}}{٤ × ٩ س^{٢}}$ = $\frac{٩٠٠ س^{٢}}{٣٦ س^{٢}}$ = ٢٥

∴ مساحة المربع = ٩ س^{٢} + ٣٠ س + ٢٥

= (٣ س + ٥)^{٢}

∴ طول ضلع المربع = ٣ س + ٥

عندما س = ٢

∴ طول الضلع = ٣ × ٢ + ٥ = ١١ سم

∴ المحيط = ١١ × ٤ = ٤٤ سم

١١

١ (ص + (س + ١))^{٢} = (ص + س + ١)^{٢}

٢ ((أ + ب) - ٢ حـ^{٢})^{٢} = (أ + ب - ٢ حـ^{٢})^{٢}

إجابات تمارين ٤

١

١ (س + ٢) (س - ٢) ٢ (أ + ٥) (أ - ٥)

٣ (٤ س + ٣) (٤ س - ٣)

٤ (٧ ص + ١) (٧ ص - ١)

٥ (س + ٢ ص) (س - ٢ ص)

٦ (١٥ س + ص) (١٥ س - ص)

٧ (٢٥ أ + ٩ ب) (٢٥ أ - ٩ ب)

٨ (٣ + ص) (٣ - ص)

٩ ٢٥ - ٩ س^{٢} = (٥ - ٣ س) (٥ + ٣ س)

١٠ (أ ب + ١) (أ ب - ١)

١١ (أ + ب حـ^{٢}) (أ - ب حـ^{٢})

١٢ (س^{٢} + ١٠) (س^{٢} - ١٠)

١٣ (٤ أ^{٣} + ب^{٢}) (٤ أ^{٣} - ب^{٢})

١٤ ($\frac{١}{٢}$ ص + $\frac{١}{٤}$) ($\frac{١}{٢}$ ص - $\frac{١}{٤}$)

١٥ ($\frac{١}{٥}$ س + $\frac{١}{٢}$ ص) ($\frac{١}{٥}$ س - $\frac{١}{٢}$ ص)

٢

١ (س^{٢} + ١) (س^{٢} - ١)

= (س^{٢} + ١) (س + ١) (س - ١)

٢ (س^{٢} + ٤ ص^{٢}) (س^{٢} - ٤ ص^{٢})

= (س^{٢} + ٤ ص^{٢}) (س + ٢ ص) (س - ٢ ص)

٣ (س^{٥٠} + ١) (س^{٥٠} - ١)

= (س^{٥٠} + ١) (س^{٢٥} + ١) (س^{٢٥} - ١)

٣

١ ٢ (س^{٢} - ١٦) = ٢ (س + ٤) (س - ٤)

٢ س (س^{٢} - ٢٥) = س (س + ٥) (س - ٥)

٣ س^{٢} (س^{٢} - ١) = س^{٢} (س + ١) (س - ١)

٤ ٢ (٤ س^{٢} - ٢٥) = ٢ (٢ س + ٥) (٢ س - ٥)

٥ س ص (س^{٢} - ص^{٤})

= س ص (س + ص^{٢}) (س - ص^{٢})

٦ ٣ س (٩ س^{٢} - ١٦ ص^{٦})

= ٣ س (٣ س + ٤ ص^{٣}) (٣ س - ٤ ص^{٣})

٧ $\frac{١}{٢}$ (س^{٢} - ٩) = $\frac{١}{٢}$ (س + ٣) (س - ٣)

٨ ٣ (س^{٢} - $\frac{١}{١٦}$) = ٣ (س + $\frac{١}{٤}$) (س - $\frac{١}{٤}$)

٩ $\frac{١}{٢}$ (س^{٢} - $\frac{١}{٤}$ ص^{٢})

= $\frac{١}{٢}$ (س + $\frac{١}{٢}$ ص) (س - $\frac{١}{٢}$ ص)

١٠ (٢ أ - ب) (٤ ب^{٢} - ٢٥ أ^{٢})

= (٢ أ - ب) (٢ ب + ٥ أ) (٢ ب - ٥ أ)

٤

١ ((أ + ب) + ٢) ((أ + ب) - ٢)

= (أ + ب + ٢) (أ + ب - ٢)

٢ (١ + (أ - ١)) (١ - (أ - ١)) = أ (٢ - أ)

٣ (٣ أ + (٢ أ + ب)) (٣ أ - (٢ أ + ب))

= (٥ أ + ب) (أ - ب)

٤ (أ ب + (أ ب - ١)) (أ ب - (أ ب - ١))

= (٢ أ ب - ١)

٥ ((س + ١) + (س - ١)) ((س + ١) - (س - ١))

= ٢ س × ٢ = ٤ س

٦ (٣ (م - ١) + ٥ (م + ١)) (٣ (م - ١) - ٥ (م + ١))

= (٣ م - ٣ + ٥ م + ٥) (٣ م - ٣ - ٥ م - ٥)

= (٨ م + ٢) (-٢ م - ٨)

= -٤ (٤ م + ١) (م + ٤)

٧ ((س + ص + ٥) + (س - ص - ٥))

× ((س + ص + ٥) - (س - ص - ٥))

= ٢ س (٢ ص + ١٠) = ٤ س (ص + ٥)

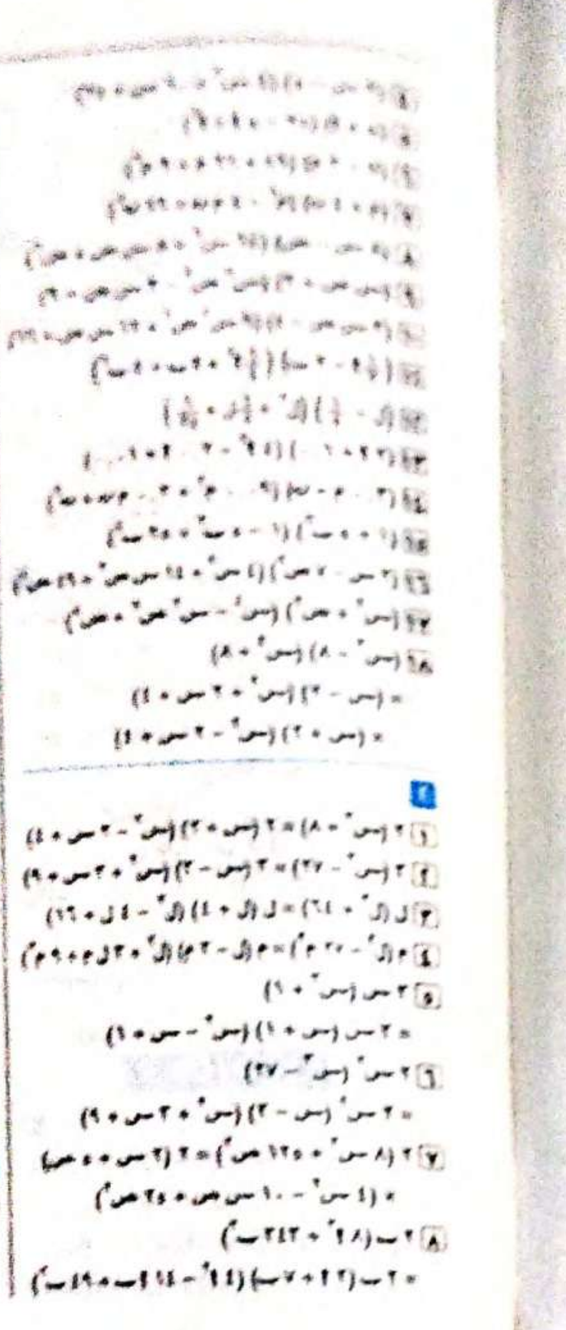
٨ أ^{٢} - ٤ ب^{٢} - ٥ ب^{٢} = أ^{٢} - ٩ ب^{٢}

= (أ - ٣ ب) (أ + ٣ ب)

٥

١ (٧٧ + ٢٣) (٧٧ - ٢٣) = ١٠٠ × ٥٤ = ٥٤٠٠

٢ (٧٨ + ٧٧) (٧٨ - ٧٧) = ١٥٥ × ١ = ١٥٥



نفرض أن طول الضلع الآخر = س

∴ طول الضلع الآخر = ٩ سم

(س − ص)² = ٤ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

∴ س − ص = ٢ حيث س > ص

إجابات تمارين ٥

الحل

[٢] ((م − ٢ن) − ٢ن)

× ((م − ٢ن)^{٢} + ٢ن(م − ٢ن) + ٤ن^{٢})

= (م − ٤ن)

× (م^{٢} − ٤م ن + ٤ن^{٢} + ٢م ن − ٤ن^{٢} + ٤ن^{٢})

= (م − ٤ن)(م^{٢} − ٢م ن + ٤ن^{٢})

[٣] ٢(١ − (س − ١)^{٣})

= ٢(١ − (س − ١))(١ + (س − ١) + (س − ١)^{٢})

= ٢(٢ − س)(س + س^{٢} − ٢س + ١)

= ٢(٢ − س)(س^{٢} − س + ١)

[٤] ((س + ٥) + (س − ٥))

× ((س + ٥)^{٢} − (س + ٥)(س − ٥) + (س − ٥)^{٢})

= ٢س(س^{٢} + ١٠س + ٢٥ − س^{٢} + ٢٥

+ س^{٢} − ١٠س + ٢٥)

= ٢س(س^{٢} + ٧٥)

[٥] ((س + ص) − (س − ص))

× ((س + ص)^{٢} + (س + ص)(س − ص) + (س − ص)^{٢})

= ٢ص(س^{٢} + ٢س ص + ص^{٢} + س^{٢} − ص^{٢}

+ س^{٢} − ٢س ص + ص^{٢})

= ٢ص(٣س^{٢} + ص^{٢})

[٦] (م − ن)(١ + (م − ن)^{٣})

= (م − ن)(١ + (م − ن))(١ − (م − ن) + (م − ن)^{٢})

= (م − ن)(م − ن + ١)(١ − م + ن + م^{٢} − ٢م ن + ن^{٢})

[٧] (س^{٦} − ٤) − ٤ = س^{٦} − ٨

= (س^{٢} − ٢)(س^{٤} + ٢س^{٢} + ٤)

[٨] (س^{٣} − ٢٧) + ٢٨ = س^{٣} + ١

= (س + ١)(س^{٢} − س + ١)

٧

[١] (م^{٣} − ١)(م^{٣} − ٢)

= (م − ١)(م^{٢} + م + ١)(م^{٣} − ٢)

[٤] (س^{٣} + ١)(س^{٣} − ٨)

= (س + ١)(س^{٢} − س + ١)

× (س − ٢)(س^{٢} + ٢س + ٤)

٨

(س + ٥)^{٤} − (س + ٥)

= (س + ٥)((س + ٥)^{٣} − ١)

= (س + ٥)((س + ٥) − ١)

× ((س + ٥)^{٢} + (س + ٥) + ١)

= (س + ٥)(س + ٤)

× (س^{٢} + ١٠س + ٢٥ + س + ٥ + ١)

= (س + ٥)(س + ٤)(س^{٢} + ١١س + ٣١)

٩

∵ س^{٣} − ص^{٣} = (س − ص)(س^{٢} + س ص + ص^{٢})

، ∵ س − ص = ١ ، س ص = ٢

∴ س^{٣} − ص^{٣} = ١(٢ + س^{٢} + ص^{٢})   (١)

∴ يجب إيجاد قيمة س^{٢} + ص^{٢}

∵ س − ص = ١ (بتربيع الطرفين)

∴ (س − ص)^{٢} = ١

∴ س^{٢} − ٢س ص + ص^{٢} = ١

(وبالتعويض عن س ص = ٢)

∴ س^{٢} − ٤ + ص^{٢} = ١   ∴ س^{٢} + ص^{٢} = ٥

وبالتعويض فى (١) : ∴ س^{٣} − ص^{٣} = ١(٢ + ٥)

= ٧

إجابات تمارين ٦

١

[١] س(أ + ب) + ص(أ + ب)

= (أ + ب)(س + ص)

[٢] ب(أ − ء) + هـ(أ − ء) = (أ − ء)(ب + هـ)

[٣] س(أ + ص) + (أ + ص) = (أ + ص)(س + ١)

[٤] أ(م − ن) + (م − ن) = (م − ن)(أ + ١)

[٥] س(أ − هـ) + ص(أ − هـ)

= (أ − هـ)(س + ص)

[٦] م(س − ص) − ن(س − ص)

= (س − ص)(م − ن)

[٧] ص(س + ٥) + ٧(س + ٥)

= (س + ٥)(ص + ٧)

[٨] ٧(س − ٤) + أ(س − ٤) = (س − ٤)(٧ + أ)

[٩] ٥(ل − ٢م) − أ(ل − ٢م) = (ل − ٢م)(٥ − أ)

[١٠] أ(٣س − ١) − ٢ب(٣س − ١)

= (٣س − ١)(أ − ٢ب)

٢

[١] هـ(هـ + ء) + ك(هـ + ء) = (هـ + ء)(هـ + ك)

[٢] ٢م(٣م + ١) − ن(٣م + ١)

= (٣م + ١)(٢م − ن)

[٣] ٢م(٤ن − م) + ٣ل(٤ن − م)

= (٤ن − م)(٢م + ٣ل)

[٤] س(س − ٢ع) − ٢ص(س − ٢ع)

= (س − ٢ع)(س − ٢ص)

[٥] (أ + ب)^{٢} − حـ^{٢} = (أ + ب − حـ)(أ + ب + حـ)

[٦] (٥س − ١)^{٢} − ص^{٢}

= (٥س − ١ − ص)(٥س − ١ + ص)

[٧] ١ − (س + ٢ص)^{٢}

= (١ − س − ٢ص)(١ + س + ٢ص)

[٨] (س − ص)(س + ص) + ٤(س + ص)

= (س + ص)(س − ص + ٤)

[٩] (س − ٢ص)(س + ٢ص) − ٥(س − ٢ص)

= (س − ٢ص)(س + ٢ص − ٥)

[١٠] (٣س + ص)^{٢} − ٤أ^{٢}

= (٣س + ص − ٢أ)(٣س + ص + ٢أ)

[١١] ٢س(س ص + ٢) − ص(س ص + ٢)

= (س ص + ٢)(٢س − ص)

[١٢] [illegible]

= [illegible]

٣

[١] أ^{٢}(أ + ١) + (أ + ١) = (أ + ١)(أ^{٢} + ١)

[٢] س^{٢}(س − ٢) + ٦(س − ٢)

= (س − ٢)(س^{٢} + ٦)

[٣] (أ + ب)(أ^{٢} − ٢أب + ب^{٢}) − (أ + ب)

= (أ + ب)(أ^{٢} − ٢أب + ب^{٢} − ١)

[٤] س^{٢}(س + ٢) − (س + ٢) = (س + ٢)(س^{٢} − ١)

= (س + ٢)(س + ١)(س − ١)

[٥] أ^{٢}(أ + ١) − ٩(أ + ١) = (أ + ١)(أ^{٢} − ٩)

= (أ + ١)(أ − ٣)(أ + ٣)

[٦] س^{٢}(٣س + ٢) + ٤(٣س + ٢)

= (٣س + ٢)(س^{٢} + ٤)

[٧] (ص^{٣} + ٨) + ٦ص(ص + ٢)

= (ص + ٢)(ص^{٢} − ٢ص + ٤) + ٦ص(ص + ٢)

= (ص + ٢)(ص^{٢} − ٢ص + ٤ + ٦ص)

= (ص + ٢)(ص^{٢} + ٤ص + ٤)

= (ص + ٢)(ص + ٢)^{٢} = (ص + ٢)^{٣}

[٨] أ(أ^{٣} − ٣أ^{٢} − ١٥ + ٥أ)

= أ[أ^{٢}(أ − ٣) + ٥(أ − ٣)]

= أ(أ − ٣)(أ^{٢} + ٥)

[٩] أ^{٢}(أ^{٣} − ٢) + (أ^{٣} − ٢) = (أ^{٣} − ٢)(أ^{٢} + ١)

[١٠] س^{٢}(ص^{٣} + ٨) − (ص^{٣} + ٨)

= (ص^{٣} + ٨)(س^{٢} − ١)

= (ص + ٢)(ص^{٢} − ٢ص + ٤)

× (س + ١)(س − ١)

■

(١) س^{3} (س^{2} − ١) − (س^{2} − ١)

= (س^{2} − ١) (س^{3} − ١)

= (س − ١) (س + ١) (س − ١) (س^{2} + س + ١)

= (س − ١)^{2} (س + ١) (س^{2} + س + ١)

(٢) ٤ م^{4} − (٩ م^{2} − ٦ م + ١) = ٤ م^{4} − (٣ م − ١)^{2}

= (٢ م^{2} − ٣ م + ١) (٢ م^{2} + ٣ م − ١)

= (٢ م − ١) (م − ١) (٢ م^{2} + ٣ م − ١)

(٣) ١٢١ س^{4} − (١٠٠ س^{2} + ٢٠ س + ١)

= ١٢١ س^{4} − (١٠ س + ١)^{2}

= (١١ س^{2} − ١٠ س − ١) (١١ س^{2} + ١٠ س + ١)

= (١١ س + ١) (س − ١) (١١ س^{2} + ١٠ س + ١)

■

(١) ٢ س [س^{2} (س + ٣) − ٩ س − ٢٧]

= ٢ س [س^{2} (س + ٣) − ٩ (س + ٣)]

= ٢ س (س + ٣) (س^{2} − ٩)

= ٢ س (س + ٣) (س + ٣) (س − ٣)

= ٢ س (س − ٣) (س + ٣)^{2}

(٢) أ^{2} + ٤ أ ب + ٤ ب^{2} − ٩ = (أ + ٢ ب)^{2} − ٩

= (أ + ٢ ب − ٣) (أ + ٢ ب + ٣)

(٣) أ^{2} (ب − د) − ٧ أ (ب − د) − ١٨ (ب − د)

= (ب − د) (أ^{2} − ٧ أ − ١٨)

= (ب − د) (أ − ٩) (أ + ٢)

■

(١) (س − ٢ ص)^{2} + (س − ٢ ص)

= (س − ٢ ص) (س − ٢ ص + ١)

(٢) ٣ (س^{2} − ٥ س − ٢٤) − ص (س − ٨)

= ٣ (س − ٨) (س + ٣) − ص (س − ٨)

= (س − ٨) [٣ (س + ٣) − ص]

= (س − ٨) (٣ س + ٩ − ص)

(٣) أ^{3} − ١ + أ − ١

= (أ − ١) (أ^{2} + أ + ١) + (أ − ١)

= (أ − ١) ((أ^{2} + أ + ١) + ١)

= (أ − ١) (أ^{2} + أ + ٢)

(٤) أ^{3} + ٨ + أ^{2} − ٤

= (أ + ٢) (أ^{2} − ٢ أ + ٤) + (أ − ٢) (أ + ٢)

= (أ + ٢) ((أ^{2} − ٢ أ + ٤) + (أ − ٢))

= (أ + ٢) (أ^{2} − أ + ٢)

إجابات تمارين ٧

■

(١) س^{4} + ٤ + ٤ س^{2} − ٤ س^{2}

= (س^{4} + ٤ س^{2} + ٤) − ٤ س^{2}

= (س^{2} + ٢)^{2} − ٤ س^{2}

= (س^{2} + ٢ − ٢ س) (س^{2} + ٢ + ٢ س)

(٢) س^{4} + ١٦ س^{2} + ٦٤ − ١٦ س^{2}

= (س^{2} + ٨)^{2} − ١٦ س^{2}

= (س^{2} + ٨ − ٤ س) (س^{2} + ٨ + ٤ س)

(٣) س^{4} + ٤ س^{2} ص^{2} + ٤ ص^{4} − ٤ س^{2} ص^{2}

= (س^{2} + ٢ ص^{2})^{2} − ٤ س^{2} ص^{2}

= (س^{2} + ٢ ص^{2} − ٢ س ص)

× (س^{2} + ٢ ص^{2} + ٢ س ص)

(٤) س^{4} + ١٦ س^{2} ص^{2} + ٦٤ ص^{4} − ١٦ س^{2} ص^{2}

= (س^{2} + ٨ ص^{2})^{2} − ١٦ س^{2} ص^{2}

= (س^{2} + ٨ ص^{2} − ٤ س ص)

× (س^{2} + ٨ ص^{2} + ٤ س ص)

(٥) أ^{4} + ١٠٠ أ^{2} ب^{2} + ٢٥٠٠ ب^{4} − ١٠٠ أ^{2} ب^{2}

= (أ^{2} + ٥٠ ب^{2})^{2} − ١٠٠ أ^{2} ب^{2}

= (أ^{2} + ٥٠ ب^{2} − ١٠ أ ب) (أ^{2} + ٥٠ ب^{2} + ١٠ أ ب)

(٦) ٨١ س^{4} + ٣٦ س^{2} ع^{2} + ٤ ع^{4} − ٣٦ س^{2} ع^{2}

= (٩ س^{2} + ٢ ع^{2})^{2} − ٣٦ س^{2} ع^{2}

= (٩ س^{2} + ٢ ع^{2} − ٦ س ع)

× (٩ س^{2} + ٢ ع^{2} + ٦ س ع)

(٧) ٤ س^{4} + ١٠٠ س^{2} ع^{2} + ٦٢٥ ع^{4} − ١٠٠ س^{2} ع^{2}

= (٢ س^{2} + ٢٥ ع^{2})^{2} − ١٠٠ س^{2} ع^{2}

= (٢ س^{2} + ٢٥ ع^{2} − ١٠ س ع)

× (٢ س^{2} + ٢٥ ع^{2} + ١٠ س ع)

(٨) ٦٤ س^{4} + ١٤٤ س^{2} ص^{2} + ٨١ ص^{4} − ١٤٤ س^{2} ص^{2}

= (٨ س^{2} + ٩ ص^{2})^{2} − ١٤٤ س^{2} ص^{2}

= (٨ س^{2} + ٩ ص^{2} − ١٢ س ص)

× (٨ س^{2} + ٩ ص^{2} + ١٢ س ص)

(٩) ٣ (٤ س^{4} + ص^{4})

= ٣ (٤ س^{4} + ٤ س^{2} ص^{2} + ص^{4} − ٤ س^{2} ص^{2})

= ٣ ((٢ س^{2} + ص^{2})^{2} − ٤ س^{2} ص^{2})

= ٣ (٢ س^{2} + ص^{2} − ٢ س ص)

× (٢ س^{2} + ص^{2} + ٢ س ص)

(١٠) ٢ ص^{2} (٤ س^{4} + ٨١ ع^{4})

= ٢ ص^{2} (٤ س^{4} + ٣٦ س^{2} ع^{2} + ٨١ ع^{4} − ٣٦ س^{2} ع^{2})

= ٢ ص^{2} ((٢ س^{2} + ٩ ع^{2})^{2} − ٣٦ س^{2} ع^{2})

= ٢ ص^{2} (٢ س^{2} + ٩ ع^{2} − ٦ س ع)

× (٢ س^{2} + ٩ ع^{2} + ٦ س ع)

■

(١) ٩ س^{4} + ٦ س^{2} + ١ + ٢ س^{2} − ٦ س^{2}

= (٣ س^{2} + ١)^{2} − ٤ س^{2}

= (٣ س^{2} + ١ − ٢ س) (٣ س^{2} + ١ + ٢ س)

(٢) س^{4} + ٨ س^{2} + ١٦ − ٢٨ س^{2} − ٨ س^{2}

= (س^{2} + ٤)^{2} − ٣٦ س^{2}

= (س^{2} + ٤ − ٦ س) (س^{2} + ٤ + ٦ س)

(٣) [illegible]

= (ص^{2} + ٩)^{2} − ٩ ص^{2}

= [illegible]

(٤) [illegible]

= [illegible]

= [illegible]

= [illegible]

= [illegible]

(٥) [illegible]

= [illegible]

= [illegible]

× [illegible]

(٦) [illegible]

= [illegible]

= [illegible]

(٧) [illegible]

= (س^{2} + ٥ ص^{2})^{2} − ٩ س^{2} ص^{2}

= (س^{2} + ٥ ص^{2} − ٣ س ص)

× (س^{2} + ٥ ص^{2} + ٣ س ص)

(٨) أ^{4} + ٨ أ^{2} ب^{2} + ١٦ ب^{4} − ٤ أ^{2} ب^{2} − ٨ أ^{2} ب^{2}

= (أ^{2} + ٤ ب^{2})^{2} − ٤ أ^{2} ب^{2}

= (أ^{2} + ٤ ب^{2} − ٢ أ ب) (أ^{2} + ٤ ب^{2} + ٢ أ ب)

(٩) س^{4} + ٢ س^{2} ص^{2} + ص^{4} − ٤ س^{2} ص^{2} − ٢ س^{2} ص^{2}

= (س^{2} + ص^{2})^{2} − ٤ س^{2} ص^{2}

= (س^{2} + ص^{2} − ٢ س ص)

× (س^{2} + ص^{2} + ٢ س ص)

(١٠) ١٦ س^{4} − ٢٤ س^{2} ص^{2} + ٩ ص^{4} − ٢٨ س^{2} ص^{2}

+ ٢٤ س^{2} ص^{2}

= (٤ س^{2} − ٣ ص^{2})^{2} − ٤ س^{2} ص^{2}

= (٤ س^{2} − ٣ ص^{2} − ٢ س ص)

× (٤ س^{2} − ٣ ص^{2} + ٢ س ص)

١١ ٤ س^{٤} − ٢٠ س^{٢} ص^{٢} + ٢٥ ص^{٤}

− ٢٩ س^{٢} ص^{٢} + ٢٠ س^{٢} ص^{٢}

= (٢ س^{٢} − ٥ ص^{٢})^{٢} − ٩ س^{٢} ص^{٢}

= (٢ س^{٢} − ٥ ص^{٢} − ٣ س ص)

× (٢ س^{٢} − ٥ ص^{٢} + ٣ س ص)

= (٢ س^{٢} − ٣ س ص − ٥ ص^{٢})

× (٢ س^{٢} + ٣ س ص − ٥ ص^{٢})

= (٢ س − ٥ ص) (س + ص)

× (٢ س + ٥ ص) (س − ص)

١٢ ٣ (م^{٤} − ٢ م^{٢} ن^{٢} + ن^{٤} − ١٦ م^{٢} ن^{٢})

= ٣ [(م^{٢} − ن^{٢})^{٢} − ١٦ م^{٢} ن^{٢}]

= ٣ (م^{٢} − ن^{٢} − ٤ م ن) (م^{٢} − ن^{٢} + ٤ م ن)

١٣ ٢ (٢٥ س^{٤} + ٩ ص^{٤} − ٣٤ س^{٢} ص^{٢})

= ٢ (٢٥ س^{٤} − ٣٠ س^{٢} ص^{٢} + ٩ ص^{٤}

− ٣٤ س^{٢} ص^{٢} + ٣٠ س^{٢} ص^{٢})

= ٢ ((٥ س^{٢} − ٣ ص^{٢})^{٢} − ٤ س^{٢} ص^{٢})

= ٢ (٥ س^{٢} − ٣ ص^{٢} − ٢ س ص)

× (٥ س^{٢} − ٣ ص^{٢} + ٢ س ص)

= ٢ (٥ س^{٢} − ٢ س ص − ٣ ص^{٢})

× (٥ س^{٢} + ٢ س ص − ٣ ص^{٢})

= ٢ (٥ س + ٣ ص) (س − ص)

× (٥ س − ٣ ص) (س + ص)

١٤ ٢ أ (٩ ب^{٤} − ٥٧ ب^{٢} جـ^{٢} + ٦٤ جـ^{٤})

= ٢ أ (٩ ب^{٤} − ٤٨ ب^{٢} جـ^{٢} + ٦٤ جـ^{٤}

− ٥٧ ب^{٢} جـ^{٢} + ٤٨ ب^{٢} جـ^{٢})

= ٢ أ ((٣ ب^{٢} − ٨ جـ^{٢})^{٢} − ٩ ب^{٢} جـ^{٢})

= ٢ أ (٣ ب^{٢} − ٨ جـ^{٢} − ٣ ب جـ)

× (٣ ب^{٢} − ٨ جـ^{٢} + ٣ ب جـ)

٣

١ ٩ س^{٤} − ١٠ س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤}

= ٩ س^{٤} − ٦ س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤} − ١٠ س^{٢} ص^{٢}

+ ٦ س^{٢} ص^{٢}

= (٣ س^{٢} − ص^{٢})^{٢} − ٤ س^{٢} ص^{٢}

= (٣ س^{٢} − ص^{٢} − ٢ س ص)

× (٣ س^{٢} − ص^{٢} + ٢ س ص)

= (٣ س^{٢} − ٢ س ص − ص^{٢})

× (٣ س^{٢} + ٢ س ص − ص^{٢})

= (٣ س + ص) (س − ص)

× (٣ س − ص) (س + ص)

٢ س^{٤} − ١٩ س^{٢} ص^{٢} + ٢٥ ص^{٤}

= س^{٤} − ١٠ س^{٢} ص^{٢} + ٢٥ ص^{٤}

− ١٩ س^{٢} ص^{٢} + ١٠ س^{٢} ص^{٢}

= (س^{٢} − ٥ ص^{٢})^{٢} − ٩ س^{٢} ص^{٢}

= (س^{٢} − ٥ ص^{٢} − ٣ س ص)

× (س^{٢} − ٥ ص^{٢} + ٣ س ص)

٣ ١٦ س^{٤} − ٢٨ س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤}

= ١٦ س^{٤} + ٨ س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤}

− ٢٨ س^{٢} ص^{٢} − ٨ س^{٢} ص^{٢}

= (٤ س^{٢} + ص^{٢})^{٢} − ٣٦ س^{٢} ص^{٢}

= (٤ س^{٢} + ص^{٢} − ٦ س ص)

× (٤ س^{٢} + ص^{٢} + ٦ س ص)

٤ ٤ أ^{٤} − ٢٤ أ^{٢} ب^{٢} + ٩ ب^{٤}

= ٤ أ^{٤} + ١٢ أ^{٢} ب^{٢} + ٩ ب^{٤} − ٢٤ أ^{٢} ب^{٢}

− ١٢ أ^{٢} ب^{٢}

= (٢ أ^{٢} + ٣ ب^{٢})^{٢} − ٣٦ أ^{٢} ب^{٢}

= (٢ أ^{٢} + ٣ ب^{٢} − ٦ أ ب)

× (٢ أ^{٢} + ٣ ب^{٢} + ٦ أ ب)

٤

١ (س^{٤} − ٤ ص^{٤}) (س^{٤} + ٤ ص^{٤})

= (س^{٢} − ٢ ص^{٢}) (س^{٢} + ٢ ص^{٢}) (س^{٤} + ٤ ص^{٤})

= (س^{٢} − ٢ ص^{٢}) (س^{٢} + ٢ ص^{٢})

× (س^{٤} + ٤ س^{٢} ص^{٢} + ٤ ص^{٤} − ٤ س^{٢} ص^{٢})

= (س^{٢} − ٢ ص^{٢}) (س^{٢} + ٢ ص^{٢})

× ((س^{٢} + ٢ ص^{٢})^{٢} − ٤ س^{٢} ص^{٢})

= (س^{٢} − ٢ ص^{٢}) (س^{٢} + ٢ ص^{٢})

× (س^{٢} + ٢ ص^{٢} − ٢ س ص)

× (س^{٢} + ٢ ص^{٢} + ٢ س ص)

٢ (س^{٤} − ٢٥) (س^{٤} + ٤)

= (س^{٢} − ٥) (س^{٢} + ٥) (س^{٤} + ٤)

= (س^{٢} − ٥) (س^{٢} + ٥)

× (س^{٤} + ٤ س^{٢} + ٤ − ٤ س^{٢})

= (س^{٢} − ٥) (س^{٢} + ٥) ((س^{٢} + ٢)^{٢} − ٤ س^{٢})

= (س^{٢} − ٥) (س^{٢} + ٥) (س^{٢} + ٢ − ٢ س)

× (س^{٢} + ٢ + ٢ س)

٣ (س^{٤} − ٩ ص^{٤}) (س^{٤} + ٤ ص^{٤})

= (س^{٢} − ٣ ص^{٢}) (س^{٢} + ٣ ص^{٢}) (س^{٤} + ٤ ص^{٤})

= (س^{٢} − ٣ ص^{٢}) (س^{٢} + ٣ ص^{٢})

× (س^{٤} + ٤ س^{٢} ص^{٢} + ٤ ص^{٤} − ٤ س^{٢} ص^{٢})

= (س^{٢} − ٣ ص^{٢}) (س^{٢} + ٣ ص^{٢})

× ((س^{٢} + ٢ ص^{٢})^{٢} − ٤ س^{٢} ص^{٢})

= (س^{٢} − ٣ ص^{٢}) (س^{٢} + ٣ ص^{٢})

× (س^{٢} + ٢ ص^{٢} − ٢ س ص)

× (س^{٢} + ٢ ص^{٢} + ٢ س ص)

٤ (٨١ س^{٤} + ٦٤ ص^{٤}) (س^{٤} − ص^{٤})

= (٨١ س^{٤} + ١٤٤ س^{٢} ص^{٢} + ٦٤ ص^{٤}

− ١٤٤ س^{٢} ص^{٢}) (س^{٢} − ص^{٢}) (س^{٢} + ص^{٢})

= ((٩ س^{٢} + ٨ ص^{٢})^{٢} − ١٤٤ س^{٢} ص^{٢})

× (س − ص) (س + ص) (س^{٢} + ص^{٢})

= (٩ س^{٢} + ٨ ص^{٢} − ١٢ س ص)

× (٩ س^{٢} + ٨ ص^{٢} + ١٢ س ص)

× (س − ص) (س + ص) (س^{٢} + ص^{٢})

إجابات التمارين العامة على التحليل

١ (٤ س − ٣ ص) (٤ س + ٣ ص)

٢ ٢ س^{٢} (س^{٣} + ٢٧)

= ٢ س^{٢} (س + ٣) (س^{٢} − ٣ س + ٩)

٣ (٢ ص + ٣) (ص + ١)

٤ ٢ (س^{٤} − ٩) = ٢ (س^{٢} − ٣) (س^{٢} + ٣)

٥ ٢ (س^{٢} − ١٠ س + ٢٤) = ٢ (س − ٦) (س − ٤)

٦ (س + ٤)^{٢}

٧ (٢ س + ٣) (٤ س^{٢} − ٦ س + ٩)

٨ (ص − ٥١) (ص + ١)

٩ (٥ س − ٣)^{٢} ١٠ (س − ٩) (س + ٩)

١١ ص (ص^{٤} − ١) = ص (ص^{٢} − ١) (ص^{٢} + ١)

= ص (ص − ١) (ص + ١) (ص^{٢} + ١)

١٢ (٣ س − ٢) (س + ٣)

١٣ (س − ٦) (س − ٢)

١٤ ٢ س (س^{٢} + ٤) + ٢ (س^{٢} + ٤)

= (س^{٢} + ٤) (٢ س + ٢)

١٥ (س − ٥) (س^{٢} + ٥ س + ٢٥)

١٦ (٢ س − ٣)^{٢}

١٧ أ^{٢} (أ + ٣) − ٩ (أ + ٣)

= (أ + ٣) (أ^{٢} − ٩)

= (أ + ٣) (أ + ٣) (أ − ٣)

١٨ (س + ٢)^{٢} − ٤ (س + ٢)

= (س + ٢) ((س + ٢)^{٢} − ٤)

= (س + ٢) (س + ٢ − ٢) (س + ٢ + ٢)

= س (س + ٢) (س + ٤)

١٩ − (٢ س^{٢} + ١٥ س + ٧) = − (٢ س + ١) (س + ٧)

٢٠ (س − ٥) (س − ٢)

٢١ ٤ س^{4} + ٤ س^{2} ص^{2} + ص^{4} − ٤ س^{2} ص^{2}

= (٢ س^{2} + ص^{2})^{2} − ٤ س^{2} ص^{2}

= (٢ س^{2} + ص^{2} − ٢ س ص)

× (٢ س^{2} + ص^{2} + ٢ س ص)

٢٢ (٣ س^{2} − ٤ ص^{2}) (٣ س^{2} + ٤ ص^{2})

٢٣ (س^{2} − ٤) (س^{2} − ٥)

= (س − ٢) (س + ٢) (س^{2} − ٥)

٢٤ (١ − ٢ س) (١ + ٢ س)

٢٥ (أ^{2} − ٢٥ ب^{2}) (أ^{2} + ٢٥ ب^{2})

٢٦ ((س + ص) − س)

× ((س + ص)^{2} + س (س + ص) + س^{2})

= ص (س^{2} + ٢ س ص + ص^{2} + س^{2}

+ س ص + س^{2})

= ص (٣ س^{2} + ٣ س ص + ص^{2})

٢٧ (٧ س + ٥ ص^{2})^{2}

٢٨ (٥ س + ٢) (س − ١)

٢٩ س^{4} − ٢ س^{2} ص^{2} + ص^{4} − ١١ س^{2} ص^{2}

+ ٢ س^{2} ص^{2} = (س^{2} − ص^{2})^{2} − ٩ س^{2} ص^{2}

= (س^{2} − ص^{2} − ٣ س ص)

× (س^{2} − ص^{2} + ٣ س ص)

٣٠ ٣ س^{2} (س^{2} − ٥ س + ٤)

= ٣ س^{2} (س − ٤) (س − ١)

٣١ (٣ س − ١) (س − ٦)

٣٢ (٢ س + ٧ ص)^{2}

٣٣ (س^{3} − ٨ ص^{3}) (س^{3} + ٨ ص^{3})

= (س − ٢ ص) (س^{2} − ٢ س ص + ٤ ص^{2})

× (س + ٢ ص) (س^{2} − ٢ س ص + ٤ ص^{2})

٣٤ ٢ ص^{3} (ص − ٢) + ٧ (ص − ٢)

= (ص − ٢) (٢ ص^{3} + ٧)

٣٥ ٣ (٥ أ^{4} − ٢ أ^{2} ب − ٧ ب^{2})

= ٣ (٥ أ^{2} − ٧ ب) (أ^{2} + ب)

٣٦ ٦ س^{2} − ٧ س ص + ٢ ص^{2}

= (٢ س − ص) (٣ س − ٢ ص)

٣٧ ٦٤ س^{4} + ١٦ س^{2} ص^{2} + ص^{4} − ١٦ س^{2} ص^{2}

= (٨ س^{2} + ص^{2})^{2} − ١٦ س^{2} ص^{2}

= (٨ س^{2} + ص^{2} − ٤ س ص)

× (٨ س^{2} + ص^{2} + ٤ س ص)

٣٨ (س^{2} + ٢) (س^{2} − ٨)

٣٩ ٥ (٤ س^{4} + ٨ س^{2} ص^{2} + ٩ ص^{4})

= ٥ (٤ س^{4} + ١٢ س^{2} ص^{2} + ٩ ص^{4}

+ ٨ س^{2} ص^{2} − ١٢ س^{2} ص^{2})

= ٥ ((٢ س^{2} + ٣ ص^{2})^{2} − ٤ س^{2} ص^{2})

= ٥ (٢ س^{2} + ٣ ص^{2} − ٢ س ص)

× (٢ س^{2} + ٣ ص^{2} + ٢ س ص)

٤٠ (٩ س^{2} − ٤ ص^{2}) (س^{2} − ص^{2})

= (٣ س − ٢ ص) (٣ س + ٢ ص)

× (س − ص) (س + ص)

إجابات تمارين ٨

١

١ س (س − ٦) = ٠

∴ س = ٠ أو س − ٦ = ٠ ومنها س = ٦

∴ م . ح = {٠ ، ٦}

٢ (س − ٤) (س + ٤) = ٠

∴ س − ٤ = ٠ ومنها س = ٤ أو س + ٤ = ٠

ومنها س = −٤ ∴ م . ح = {٤ ، −٤}

٣ (٢ س − ٥) (٢ س + ٥) = ٠

∴ ٢ س − ٥ = ٠ ومنها س = $\frac{٥}{٢}$

أو ٢ س + ٥ = ٠ ومنها س = $\frac{-٥}{٢}$

∴ م . ح = {$\frac{٥}{٢}$ ، $\frac{-٥}{٢}$}

٤ (س + ٣) (س + ٢) = ٠

∴ س + ٣ = ٠ ومنها س = −٣ أو س + ٢ = ٠

ومنها س = −٢ ∴ م . ح = {−٣ ، −٢}

٥ (س − ٥) (س − ٣) = ٠

∴ س − ٥ = ٠ ومنها س = ٥ أو س − ٣ = ٠

ومنها س = ٣ ∴ م . ح = {٥ ، ٣}

٦ (س − ٥) (س + ٤) = ٠

∴ س − ٥ = ٠ ومنها س = ٥ أو س + ٤ = ٠

ومنها س = −٤ ∴ م . ح = {٥ ، −٤}

٧ (٢ س + ١) (٢ س − ٣) = ٠

∴ ٢ س + ١ = ٠ ومنها س = $\frac{-١}{٢}$

أو ٢ س − ٣ = ٠ ومنها س = $\frac{٣}{٢}$

∴ م . ح = {$\frac{-١}{٢}$ ، $\frac{٣}{٢}$}

٨ (٢ س − ١) (س + ٤) = ٠

∴ ٢ س − ١ = ٠ ومنها س = $\frac{١}{٢}$

أو س + ٤ = ٠ ومنها س = −٤

∴ م . ح = {$\frac{١}{٢}$ ، −٤}

٩ (س + ٢)^{2} = ٠ ∴ س + ٢ = ٠

ومنها س = −٢ ∴ م . ح = {−٢}

١٠ (٢ س − ١)^{2} = ٠ ∴ ٢ س − ١ = ٠

ومنها س = $\frac{١}{٢}$ ∴ م . ح = {$\frac{١}{٢}$}

٢

١ س^{2} − س = ٠ ∴ س (س − ١) = ٠

∴ س = ٠ أو س − ١ = ٠ ومنها س = ١

∴ م . ح = {٠ ، ١}

٢ ٤ س^{2} − ٤٩ = ٠

∴ (٢ س − ٧) (٢ س + ٧) = ٠

∴ ٢ س − ٧ = ٠ ومنها س = $\frac{٧}{٢}$

أو ٢ س + ٧ = ٠ ومنها س = $\frac{-٧}{٢}$

∴ م . ح = {$\frac{٧}{٢}$ ، $\frac{-٧}{٢}$}

٣ س^{2} + س − ٦ = ٠

∴ (س + ٣) (س − ٢) = ٠

∴ س + ٣ = ٠ ومنها س = −٣

أو س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

∴ م . ح = {−٣ ، ٢}

٤ س^{2} − ٢ س − ١٥ = ٠

∴ (س − ٥) (س + ٣) = ٠

∴ س − ٥ = ٠ ومنها س = ٥

أو س + ٣ = ٠ ومنها س = −٣

∴ م . ح = {٥ ، −٣}

٥ ٢ س^{2} − ١٠ س + ١٢ = ٠

∴ س^{2} − ٥ س + ٦ = ٠

∴ (س − ٣) (س − ٢) = ٠

∴ س − ٣ = ٠ ومنها س = ٣

أو س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

∴ م . ح = {٣ ، ٢}

٦ ٦ س^٢ − س − ٢٢ = ٠

∴ (س − ٢)(٦ س + ١١) = ٠

∴ س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

أو ٦ س + ١١ = ٠ ومنها س = −١١/٦

∴ م.ح = {٢ ، −١١/٦}

٧ ٥ س^٢ + ١٢ س − ٤٤ = ٠

∴ (٥ س + ٢٢)(س − ٢) = ٠

∴ ٥ س + ٢٢ = ٠ ومنها س = −٢٢/٥

أو س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

∴ م.ح = {−٢٢/٥ ، ٢}

٨ ١٢ س^٢ − ٤٧ س + ٤٥ = ٠

∴ (٤ س − ٩)(٣ س − ٥) = ٠

∴ ٤ س − ٩ = ٠ ومنها س = ٩/٤

أو ٣ س − ٥ = ٠ ومنها س = ٥/٣

∴ م.ح = {٩/٤ ، ٥/٣}

٩ س^٢ + ٣ = ١٢ ∴ س^٢ − ٩ = ٠

∴ (س − ٣)(س + ٣) = ٠

∴ س − ٣ = ٠ ومنها س = ٣

أو س + ٣ = ٠ ومنها س = −٣

∴ م.ح = {٣ ، −٣}

١٠ س^٢ − ٣ س − ٥ س = ٠

∴ س^٢ − ٨ س = ٠

∴ س (س − ٨) = ٠

∴ س = ٠ أو س − ٨ = ٠ ومنها س = ٨

∴ م.ح = {٠ ، ٨}

٢

١ س^٢ − ٥ س + ٦ = ٠

∴ (س − ٣)(س − ٢) = ٠

∴ س − ٣ = ٠ ومنها س = ٣

أو س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

∴ م.ح = {٣ ، ٢}

٢ س^٢ + ٣ س − ١٠ = ٠

∴ (س + ٥)(س − ٢) = ٠

∴ س + ٥ = ٠ ومنها س = −٥

أو س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

∴ م.ح = {−٥ ، ٢}

٣ س^٢ − ٢ س − ٣ − ٥ = ٠

∴ س^٢ − ٢ س − ٨ = ٠

∴ (س − ٤)(س + ٢) = ٠

∴ س − ٤ = ٠ ومنها س = ٤

أو س + ٢ = ٠ ومنها س = −٢

∴ م.ح = {٤ ، −٢}

٤ ٢ س^٢ − ١٠ س − ٢٠ + ٤ س = ٠

∴ ٢ س^٢ − ٦ س − ٢٠ = ٠

∴ س^٢ − ٣ س − ١٠ = ٠

∴ (س − ٥)(س + ٢) = ٠

∴ س − ٥ = ٠ ومنها س = ٥

أو س + ٢ = ٠ ومنها س = −٢

∴ م.ح = {٥ ، −٢}

٥ (س + ٣ − ٧)(س + ٣ + ٧) = ٠

∴ (س − ٤)(س + ١٠) = ٠

∴ س − ٤ = ٠ ومنها س = ٤

أو س + ١٠ = ٠ ومنها س = −١٠

∴ م.ح = {٤ ، −١٠}

٦ س^٢ − ٢ س + ١ + س − ٣ = ٠

∴ س^٢ − س − ٢ = ٠

∴ (س − ٢)(س + ١) = ٠

∴ س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

أو س + ١ = ٠ ومنها س = −١

∴ م.ح = {٢ ، −١}

٧ (س + ٣)(٢ (س + ٣) + ٧) = ٠

∴ (س + ٣)(٢ س + ٦ + ٧) = ٠

∴ (س + ٣)(٢ س + ١٣) = ٠

∴ س + ٣ = ٠ ومنها س = −٣

أو ٢ س + ١٣ = ٠ ومنها س = −١٣/٢

∴ م.ح = {−٣ ، −١٣/٢}

٨ ٤ س^٢ + ٤ س + ١ = ٩ س^٢ − ٦ س + ١

∴ ٤ س^٢ − ٩ س^٢ + ٤ س + ٦ س + ١ − ١ = ٠

∴ −٥ س^٢ + ١٠ س = ٠

∴ س^٢ − ٢ س = ٠ ∴ س (س − ٢) = ٠

∴ س = ٠ أو س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

∴ م.ح = {٠ ، ٢}

٩ ٤ س^٢ − ٤ س + ١ + س^٢ − ٢ س + ١ − ١٠ = ٠

∴ ٥ س^٢ − ٦ س − ٨ = ٠

∴ (٥ س + ٤)(س − ٢) = ٠

∴ ٥ س + ٤ = ٠ ومنها س = −٤/٥

أو س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

∴ م.ح = {−٤/٥ ، ٢}

١٠ س^٢ + ٦ س + ٩ + ٣ س + ٩ − ١٠ = ٠

∴ س^٢ + ٩ س + ٨ = ٠

∴ (س + ١)(س + ٨) = ٠

∴ س + ١ = ٠ ومنها س = −١

أو س + ٨ = ٠ ومنها س = −٨

∴ م.ح = {−١ ، −٨}

١ ٢ س (س^٢ − ٤) = ٠

∴ ٢ س (س − ٢)(س + ٢) = ٠

∴ ٢ س = ٠ ومنها س = ٠

أو س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

أو س + ٢ = ٠ ومنها س = −٢

∴ م.ح = {٠ ، ٢ ، −٢}

٢ ٤ س^٣ − ٩ س = ٠

∴ س (٤ س^٢ − ٩) = ٠

∴ س (٢ س − ٣)(٢ س + ٣) = ٠ ∴ س = ٠

أو ٢ س − ٣ = ٠ ومنها س = ٣/٢

أو ٢ س + ٣ = ٠ ومنها س = −٣/٢

∴ م.ح = {٠ ، ٣/٢ ، −٣/٢}

٣ (س^٢ − ٤)(س^٢ − ١) = ٠

(س − ٢)(س + ٢)(س − ١)(س + ١) = ٠

∴ س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

أو س + ٢ = ٠ ومنها س = −٢

أو س − ١ = ٠ ومنها س = ١

أو س + ١ = ٠ ومنها س = −١

∴ م.ح = {٢ ، −٢ ، ١ ، −١}

٤ (س^٢ − ٤)(س^٢ + ٤) = ٠

∴ (س − ٢)(س + ٢)(س^٢ + ٤) = ٠

∴ س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

أو س + ٢ = ٠ ومنها س = −٢

أو س^٢ + ٤ = ٠ (ليس لها حل في ح)

∴ م.ح = {٢ ، −٢}

٥

١ بضرب المعادلة × ٣ ∴ ٣ ص^{٢} − ٧ ص + ٤ = ٠

∴ (٣ ص − ٤) (ص − ١) = ٠

∴ ٣ ص − ٤ = ٠ ومنها ص = $\frac{٤}{٣}$

أ، ص − ١ = ٠ ومنها ص = ١

∴ م . ح = {$\frac{٤}{٣}$ ، ١}

٢ بضرب المعادلة × ٣ ∴ ٣ س^{٢} − ٣ س − ٣ − ٩ = ٠

∴ ٣ س^{٢} − ٣ س − ١٢ = ٠

∴ س^{٢} − س − ٦ = ٠

∴ (س − ٣) (س + ٢) = ٠

∴ س − ٣ = ٠ ومنها س = ٣

أ، س + ٢ = ٠ ومنها س = −٢

∴ م . ح = {٣ ، −٢}

٣ بضرب المعادلة × س ∴ س^{٢} + ٢ = ٣ س

∴ س^{٢} − ٣ س + ٢ = ٠

∴ (س − ٢) (س − ١) = ٠

∴ س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

أ، س − ١ = ٠ ومنها س = ١

∴ م . ح = {٢ ، ١}

٤ بضرب المعادلة × ٢ س ∴ ٢ س^{٢} − ١٠ = س

∴ ٢ س^{٢} − س − ١٠ = ٠

∴ (٢ س − ٥) (س + ٢) = ٠

∴ ٢ س − ٥ = ٠ ومنها س = $\frac{٥}{٢}$

أ، س + ٢ = ٠ ومنها س = −٢

∴ م . ح = {$\frac{٥}{٢}$ ، −٢}

٥ بضرب المعادلة × ٥ س ∴ س (س − ١) = ٣٠

∴ س^{٢} − س − ٣٠ = ٠

∴ (س + ٥) (س − ٦) = ٠

∴ س + ٥ = ٠ ومنها س = −٥

أ، س − ٦ = ٠ ومنها س = ٦

∴ م . ح = {−٥ ، ٦}

٦

١ (ﺟ)	٢ (ﺟ)	٣ (د)	٤ (د)
٥ (أ)	٦ (د)	٧ (ب)	٨ (ﺟ)

٧

١ ٣ ٢ ٨ ، ٤ ٣ ٠ ، ٤ ٤ {٤ ، $\frac{١}{٢}$}

٨

بضرب المعادلة × س : ∴ س^{٢} + ١ = ٢ س

∴ س^{٢} − ٢ س + ١ = ٠

∴ (س − ١)^{٢} = ٠ ∴ س = ١

∴ س^{٢} + $\frac{١}{س^{٢}}$ = ١^{٢} + $\frac{١}{١^{٢}}$ = ٢

حل آخر :

بتربيع الطرفين : ∴ (س + $\frac{١}{س}$)^{٢} = ٤

∴ س^{٢} + ٢ + $\frac{١}{س^{٢}}$ = ٤

∴ س^{٢} + $\frac{١}{س^{٢}}$ = ٤ − ٢ = ٢

٩

∵ س^{٢} + $\frac{١}{س^{٢}}$ = ٣٤

بإضافة ٢ للطرفين

∴ س^{٢} + ٢ + $\frac{١}{س^{٢}}$ = ٣٤ + ٢

∴ (س + $\frac{١}{س}$)^{٢} = ٣٦

بأخذ الجذر التربيعى للطرفين

∴ س + $\frac{١}{س}$ = ± $\sqrt{٣٦}$ = ± ٦

حل آخر :

(س + $\frac{١}{س}$)^{٢} = س^{٢} + ٢ + $\frac{١}{س^{٢}}$

= س^{٢} + $\frac{١}{س^{٢}}$ + ٢ = ٣٤ + ٢ = ٣٦

بأخذ الجذر التربيعى للطرفين

∴ س + $\frac{١}{س}$ = ± $\sqrt{٣٦}$ = ± ٦

١٠ بضرب المعادلة × ١٢ :

∴ ٢ س (س − ٢) − ٣ س (س + ١)

+ ٢٨ (س − ٣) − ٢٤ = ٠

∴ ٢ س^{٢} − ٤ س − ٣ س^{٢} − ٣ س + ٢٨ س

− ٨٤ − ٢٤ = ٠

∴ − س^{٢} + ٢١ س − ١٠٨ = ٠

∴ س^{٢} − ٢١ س + ١٠٨ = ٠

∴ (س − ٩) (س − ١٢) = ٠

∴ س − ٩ = ٠ ومنها س = ٩

أ، س − ١٢ = ٠ ومنها س = ١٢

∴ م . ح = {٩ ، ١٢}

إجابات تمارين ٩

١

١ (ﺟ)	٢ (ﺟ)	٣ (ب)	٤ (ﺟ)
٥ (د)	٦ (د)	٧ (ﺟ)	

٢

نفرض أن العدد = س

∴ س^{٢} − ٥ س = ٣٦

∴ س^{٢} − ٥ س − ٣٦ = ٠

∴ (س + ٤) (س − ٩) = ٠

∴ س + ٤ = ٠ ومنها س = −٤ (مرفوض)

أ، س − ٩ = ٠ ومنها س = ٩ ∴ العدد هو ٩

٣

نفرض أن العدد = س

∴ ٢ س^{٢} + ٧ = ١٣٥ ∴ ٢ س^{٢} − ١٢٨ = ٠

∴ س^{٢} − ٦٤ = ٠

∴ (س − ٨) (س + ٨) = ٠

∴ س − ٨ = ٠ ومنها س = ٨

أ، س + ٨ = ٠ ومنها س = −٨

∴ العدد هو ٨ أو −٨

٤

نفرض أن العدد = س ∴ ٤ س^{٢} = ٨١

∴ ٤ س^{٢} − ٨١ = ٠

∴ (٢ س − ٩) (٢ س + ٩) = ٠

∴ ٢ س − ٩ = ٠ ومنها س = $\frac{٩}{٢}$

أ، ٢ س + ٩ = ٠ ومنها س = $\frac{-٩}{٢}$

∴ العدد هو $\frac{٩}{٢}$ أو $\frac{-٩}{٢}$

٥

نفرض أن العدد = س ∴ س^{٢} = ٦ س

∴ س^{٢} − ٦ س = ٠ ∴ س (س − ٦) = ٠

∴ س = ٠ (مرفوض) أ، س − ٦ = ٠ ومنها س = ٦

∴ العدد هو ٦

٦

نفرض أن العدد = س

∴ س + س^{٢} = ١٢ ∴ س^{٢} + س − ١٢ = ٠

∴ (س + ٤) (س − ٣) = ٠

∴ س + ٤ = ٠ ومنها س = −٤

أ، س − ٣ = ٠ ومنها س = ٣

∴ العدد هو −٤ أو ٣

٧

نفرض أن العدد = س ∴ س^{٢} − ٢ س = ٤٨

∴ س^{٢} − ٢ س − ٤٨ = ٠

∴ (س + ٦) (س − ٨) = ٠

∴ س + ٦ = ٠ ومنها س = −٦ (مرفوض)

أ، س − ٨ = ٠ ومنها س = ٨ ∴ العدد هو ٨

٨

نفرض أن العدد الأول = س

∴ العدد الثانى = ٢٠ − س

∴ س (٢٠ − س) = ٧٥

∴ ٢٠ س − س^{٢} − ٧٥ = ٠

∴ س^{٢} − ٢٠ س + ٧٥ = ٠

∴ (س − ١٥)(س − ٥) = ٠
∴ س − ١٥ = ٠ ، ومنها س = ١٥
أ، س − ٥ = ٠ ، ومنها س = ٥
∴ العددان هما : ١٥ ، ٥

٩

نفرض أن العدد الأول = س ∴ العدد الثانى = س + ٥
∴ س^{٢} + (س + ٥)^{٢} = ٧٣
∴ س^{٢} + س^{٢} + ١٠ س + ٢٥ − ٧٣ = ٠
∴ ٢ س^{٢} + ١٠ س − ٤٨ = ٠
∴ س^{٢} + ٥ س − ٢٤ = ٠
∴ (س + ٨)(س − ٣) = ٠
∴ س + ٨ = ٠ ، ومنها س = −٨
أى أن العددين هما −٨ ، −٣
أ، س − ٣ = ٠ ، ومنها س = ٣ أى أن العددين هما : ٣ ، ٨

١٠

نفرض أن العدد الأول = س
∴ العدد الثانى = س + ٤
∴ س (س + ٤) = ٤٥
∴ س^{٢} + ٤ س − ٤٥ = ٠
∴ (س + ٩)(س − ٥) = ٠
∴ س + ٩ = ٠ ، ومنها س = −٩
أى أن العددين هما : −٩ ، −٥
أ، س − ٥ = ٠ ، ومنها س = ٥ أى أن العددين هما : ٥ ، ٩

١١

نفرض أن العدد الأول = س
∴ العدد الثانى = س + ٢
∴ س^{٢} + (س + ٢)^{٢} = ١٣٠
∴ س^{٢} + س^{٢} + ٤ س + ٤ − ١٣٠ = ٠
∴ ٢ س^{٢} + ٤ س − ١٢٦ = ٠
∴ س^{٢} + ٢ س − ٦٣ = ٠
∴ (س + ٩)(س − ٧) = ٠
∴ س + ٩ = ٠ ، ومنها س = −٩
أى أن العددين هما : −٩ ، −٧
أ، س − ٧ = ٠ ، ومنها س = ٧
أى أن العددين هما ٧ ، ٩

١٢

نفرض أن الأعداد هى : س ، س + ١ ، س + ٢
∴ س + س + ١ + س + ٢ = (س + ١)^{٢}
∴ ٣ س + ٣ = س^{٢} + ٢ س + ١
∴ س^{٢} − س − ٢ = ٠ ∴ (س − ٢)(س + ١) = ٠
∴ س − ٢ = ٠ ، ومنها س = ٢
أى أن الأعداد هى ٢ ، ٣ ، ٤
أ، س + ١ = ٠ ، ومنها س = −١
أى أن الأعداد هى : −١ ، ٠ ، ١

١٣

نفرض أن العدد الأول = ٧ س
∴ العدد الثانى = ٨ س
∴ (٧ س)(٨ س) − ٩ (٨ س) = ٨٠
∴ ٥٦ س^{٢} − ٧٢ س − ٨٠ = ٠
∴ ٧ س^{٢} − ٩ س − ١٠ = ٠
∴ (٧ س + ٥)(س − ٢) = ٠
∴ ٧ س + ٥ = ٠ ، ومنها س = $\frac{-٥}{٧}$ (مرفوض)
أ، س − ٢ = ٠ ، ومنها س = ٢
∴ العددان هما : ١٤ ، ١٦

١٤

نفرض أن العدد = س
∴ ٢ س^{٢} + (− س) = ٩١
∴ ٢ س^{٢} − س − ٩١ = ٠
∴ (٢ س + ١٣)(س − ٧) = ٠
∴ ٢ س + ١٣ = ٠ ، ومنها س = $\frac{-١٣}{٢}$ (مرفوض)
أ، س − ٧ = ٠ ، ومنها س = ٧
∴ العدد هو : ٧

١٥

نفرض أن العدد = س ∴ س − $\frac{١}{س}$ = $\frac{٥}{٦}$
بالضرب × ٦ س
∴ ٦ س^{٢} − ٥ س − ٦ = ٠
∴ (٢ س − ٣)(٣ س + ٢) = ٠
∴ ٢ س − ٣ = ٠ ، ومنها س = $\frac{٣}{٢}$
أ، ٣ س + ٢ = ٠ ، ومنها س = $\frac{-٢}{٣}$
∴ العدد هو : $\frac{٣}{٢}$ أو $\frac{-٢}{٣}$

١٦

نفرض أن رقم العشرات = س
∴ رقم الآحاد = ٢ س
∴ س (٢ س) − (س + ٢ س) = ٩
∴ ٢ س^{٢} − ٣ س − ٩ = ٠
∴ (٢ س + ٣)(س − ٣) = ٠
∴ ٢ س + ٣ = ٠ ، ومنها س = $\frac{-٣}{٢}$ (مرفوض)
أ، س − ٣ = ٠ ، ومنها س = ٣
∴ العدد هو : ٣٦

١٧

نفرض أن عمر سعيد الآن = س سنة
∴ س^{٢} − ٣ (س − ٤) = ١٩٢
∴ س^{٢} − ٣ س + ١٢ − ١٩٢ = ٠
∴ س^{٢} − ٣ س − ١٨٠ = ٠
∴ (س − ١٥)(س + ١٢) = ٠
∴ س − ١٥ = ٠ ، ومنها س = ١٥
أ، س + ١٢ = ٠ ، ومنها س = −١٢ (مرفوض)
∴ عمر سعيد هو ١٥ سنة

١٨

نفرض أن عمر حاتم الآن = س
∴ عمر حنان الآن = س − ٤
∴ س^{٢} + (س − ٤)^{٢} = ٢٦
∴ س^{٢} + س^{٢} − ٨ س + ١٦ − ٢٦ = ٠
∴ ٢ س^{٢} − ٨ س − ١٠ = ٠
∴ س^{٢} − ٤ س − ٥ = ٠
∴ (س − ٥)(س + ١) = ٠
∴ س − ٥ = ٠ ، ومنها س = ٥
أ، س + ١ = ٠ ، ومنها س = −١ (مرفوض)
∴ عمر حاتم = ٥ سنوات ، عمر حنان = سنة واحدة

١٩

نفرض أن عمر أنيس الآن = س سنة
∴ عمر كمال الآن = (س + ٣) سنة
، منذ ٤ سنوات كان عمر أنيس = (س − ٤) سنة
، عمر كمال = (س + ٣ − ٤) سنة = (س − ١) سنة
∴ (س − ٤)(س − ١) = ١٨
∴ س^{٢} − ٥ س + ٤ − ١٨ = ٠
∴ س^{٢} − ٥ س − ١٤ = ٠
∴ (س + ٢)(س − ٧) = ٠
∴ س + ٢ = ٠ ، ومنها س = −٢ (مرفوض)
أ، س − ٧ = ٠ ، ومنها س = ٧
∴ عمر أنيس الآن = ٧ سنوات
، عمر كمال الآن = ١٠ سنوات

٢٠

نفرض أن عرض المستطيل = س سم
∴ طول المستطيل = (س + ٤) سم
∴ س (س + ٤) = ٢١
∴ س^{٢} + ٤ س − ٢١ = ٠
∴ (س + ٧)(س − ٣) = ٠
∴ س + ٧ = ٠ ، ومنها س = −٧ (مرفوض)
أ، س − ٣ = ٠ ، ومنها س = ٣
∴ العرض = ٣ سم ، الطول = ٧ سم

٢١

نفرض أن عرض المستطيل = س سم

∴ طول المستطيل = (س + ٧,٥) سم

∴ س (س + ٧,٥) = ٤٦

∴ س^{٢} + ٧,٥ س − ٤٦ = ٠

∴ ٢ س^{٢} + ١٥ س − ٩٢ = ٠

∴ (٢ س + ٢٣) (س − ٤) = ٠

∴ ٢ س + ٢٣ = ٠ ومنها س = $\frac{-٢٣}{٢}$ (مرفوض)

أ، س − ٤ = ٠ ومنها س = ٤

∴ العرض = ٤ سم ، الطول = ١١,٥ سم

∴ المحيط = ٢ × (٤ + ١١,٥) = ٣١ سم

٢٢

نفرض أن عرض المستطيل = س سم

∴ طول المستطيل = (س + ٥) سم

، مساحة المستطيل = س (س + ٥) سم^{٢}

، طول ضلع المربع = (٣ س) سم

∴ مساحة المربع = ٩ س^{٢} سم^{٢}

∴ ٩ س^{٢} − س (س + ٥) = ٥٧

∴ ٩ س^{٢} − س^{٢} − ٥ س − ٥٧ = ٠

∴ ٨ س^{٢} − ٥ س − ٥٧ = ٠

∴ (س − ٣) (٨ س + ١٩) = ٠

∴ س − ٣ = ٠ ومنها س = ٣

أ، ٨ س + ١٩ = ٠ ومنها س = $\frac{-١٩}{٨}$ (مرفوض)

∴ عرض المستطيل = ٣ سم ، طول المستطيل = ٨ سم

و طول ضلع المربع = ٩ سم

٢٣

∵ ق (∠ ب حـ ء) + ق (∠ أ حـ ء) = ١٨٠°

∴ س^{٢} + ٨ س = ١٨٠°

∴ س^{٢} + ٨ س − ١٨٠° = ٠

∴ (س − ١٠°) (س + ١٨°) = ٠

∴ س − ١٠° = ٠ ومنها س = ١٠°

أ، س + ١٨° = ٠ ومنها س = −١٨° (مرفوض)

٢٤

∵ ق (∠ أ) + ق (∠ ب) + ق (∠ حـ) = ١٨٠°

∴ (س^{٢} + ٦١°) + (١١٠° − ١١ س) + (٩٠° − ٧ س) = ١٨٠°

∴ س^{٢} − ١٨ س + ٢٦١° − ١٨٠° = ٠

∴ س^{٢} − ١٨ س + ٨١° = ٠ ∴ (س − ٩°)^{٢} = ٠

∴ س − ٩ = ٠ ومنها س = ٩°

∴ ق (∠ أ) = ١٤٢° ، ق (∠ ب) = ١١°

، ق (∠ حـ) = ٢٧°

٢٥

نفرض أن طول أحد ضلعي القائمة = س سم

∴ طول الضلع الآخر = (س − ٢) سم

∴ $\frac{١}{٢}$ س (س − ٢) = ٢٤ وبالضرب × ٢

∴ س (س − ٢) = ٤٨

∴ س^{٢} − ٢ س − ٤٨ = ٠

∴ (س − ٨) (س + ٦) = ٠

∴ س − ٨ = ٠ ومنها س = ٨

أ، س + ٦ = ٠ ومنها س = −٦ (مرفوض)

∴ طولا ضلعي القائمة : ٨ سم ، ٦ سم

٢٦

∵ مساحة المثلث = ٢٤

∴ $\frac{١}{٢}$ (٥ س + ٣) (س + ٥) = ٢٤

∴ (٥ س + ٣) (س + ٥) = ٤٨

∴ ٥ س^{٢} + ٢٨ س + ١٥ − ٤٨ = ٠

∴ ٥ س^{٢} + ٢٨ س − ٣٣ = ٠

∴ (٥ س + ٣٣) (س − ١) = ٠

∴ ٥ س + ٣٣ = ٠ ومنها س = $\frac{-٣٣}{٥}$ (مرفوض)

أ، س − ١ = ٠ ومنها س = ١

∴ طولا ضلعي القائمة : ٨ سم ، ٦ سم

∴ طول الوتر = ١٠ سم

∴ محيط المثلث = ٨ + ٦ + ١٠ = ٢٤ سم

٢٧

∵ المثلث قائم الزاوية ∴ طول الوتر = (٢ س + ١)

∴ (٢ س)^{٢} + (س − ١١)^{٢} = (٢ س + ١)^{٢}

∴ ٤ س^{٢} + س^{٢} − ٢٢ س + ١٢١ = ٤ س^{٢} + ٤ س + ١

∴ س^{٢} − ٢٦ س + ١٢٠ = ٠

∴ (س − ٢٠) (س − ٦) = ٠

∴ س − ٢٠ = ٠ ومنها س = ٢٠

أ، س − ٦ = ٠ ومنها س = ٦ (مرفوض)

∴ أطوال أضلاع المثلث هي : ٤٠ ، ٤١ ، ٩

∴ محيط المثلث = ٤٠ + ٤١ + ٩ = ٩٠ سم

، مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × ٤٠ × ٩ = ١٨٠ سم^{٢}

٢٨

نفرض أن عرض المستطيل = س سم

∴ طول المستطيل = ٢ س سم

∴ المساحة = ٢ س^{٢} سم^{٢}

∴ (٢ س + ١) (س − ١) = ٢ س^{٢} − ٧

∴ ٢ س^{٢} − س − ١ = ٢ س^{٢} − ٧

∴ − س + ٦ = ٠ ∴ س = ٦

∴ بعدا المستطيل : ٦ سم ، ١٢ سم

٢٩

∵ Δ م حـ ء ~ Δ م أ ب

∴ $\frac{م حـ}{م أ}$ = $\frac{حـ ء}{أ ب}$ = $\frac{م ء}{م ب}$ ∴ $\frac{٣}{م أ}$ = $\frac{م ء}{٤}$

، ∵ م ء = أ ء − م أ = ٧ − م أ

∴ $\frac{٣}{م أ}$ = $\frac{٧ − م أ}{٤}$ ∴ ١٢ = ٧ (م أ) − (م أ)^{٢}

∴ (م أ)^{٢} − ٧ (م أ) + ١٢ = صفر

∴ (م أ − ٤) (م أ − ٣) = صفر

∴ م أ − ٤ = ٠ ومنها م أ = ٤

أ، م أ − ٣ = صفر

ومنها م أ = ٣ (مرفوض لأن : م أ > م حـ)

٣٠

∵ س × ١٠ + س (١٣ − س) = ٦٠

∴ ١٠ س + ١٣ س − س^{٢} = ٦٠

∴ س^{٢} − ٢٣ س + ٦٠ = ٠

∴ (س − ٣) (س − ٢٠) = ٠

∴ س − ٣ = ٠ ومنها س = ٣

أ، س − ٢٠ = ٠ ومنها س = ٢٠ (مرفوض)

حيث س < ١٣

٣١

نفرض أن عرض الشريط

س متر (كما بالرسم)

∴ عرض السجادة

= (٩ − ٢ س) متر

، طول السجادة = (١٢ − ٢ س) متر

∵ مساحة السجادة = $\frac{١}{٢}$ مساحة الحجرة

∴ (١٢ − ٢ س) (٩ − ٢ س) = $\frac{١}{٢}$ × ٩ × ١٢

∴ ١٠٨ − ٤٢ س + ٤ س^{٢} = ٥٤

∴ ٤ س^{٢} − ٤٢ س + ٥٤ = ٠

∴ ٢ س^{٢} − ٢١ س + ٢٧ = ٠

∴ (٢ س − ٣) (س − ٩) = ٠

∴ ٢ س − ٣ = ٠ ومنها س = ١,٥ متر

أ، س − ٩ = ٠ ومنها س = ٩

(مرفوض لأنه يساوي عرض الحجرة)

∴ عرض الشريط = ١,٥ متر

إجابات الوحدة الثانية

إجابات تمارين ١٠

١

١) $\frac{١}{٣^٢}=\frac{١}{٩}$ ٢) ٤ ٣) $(\frac{٣}{٢})^٢=\frac{٩}{٤}$

٤) $٥^٢=٢٥$ ٥) $(\frac{١}{\sqrt{٣}})^٢=\frac{١}{٣}$

٦) $(-\frac{١}{\sqrt{٣}})^٢=\frac{١}{٣}$ ٧) $(\frac{١}{\sqrt{٥}})^٢=\frac{١}{٥}$

٨) $(\sqrt{٥})^٢=٥$

٩) $(\frac{١}{١٠٠})^{-٢}=(١٠٠)^٢=١٠٠٠٠$

١٠) $(\frac{٢}{١٠})^{-٢}=(\frac{١}{٥})^{-٢}=٥^٢=٢٥$

١١) $(\frac{١}{\sqrt{٢}})^٣=\frac{١}{٢\sqrt{٢}}\times\frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}}=\frac{\sqrt{٢}}{٤}$

١٢) $(\frac{٣}{\sqrt{٣}})^٥=(\frac{\sqrt{٣}\times\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}})^٥=(\sqrt{٣})^٥=٩\sqrt{٣}$

٢

١) $س^{صفر}=١$ ٢) $س^{-٤+٣}=س^{-١}=\frac{١}{س}$

٣) $س^{-٦}\times س^{٦}=س^{صفر}=١$

٤) $س^{٢-٣+٤-١}=س^{٢}$

٥) $س^{-٦-٢+٣+٤}=س^{-١}=\frac{١}{س}$

٣

١) $(\sqrt{٢})^٦=٢^٣=٨$

٢) $(\sqrt{٧})^{٥-٢-١}=(\sqrt{٧})^٢=٧$

٣) $(\sqrt{٢})^٤\times(\sqrt{٢})^٣\times(\sqrt{٢})^{-٣}$

$=(\sqrt{٢})^{٤+٣-٣}=(\sqrt{٢})^٤=٤$

٤) $-(\sqrt{٣})\times(\sqrt{٣})^٣\times(\sqrt{٣})^٤$

$=-(\sqrt{٣})^٨=-٣^٤=-٨١$

٥) $(\sqrt{٥})^{-١+٣}=(\sqrt{٥})^٢=٥$

٦) $(-\sqrt{٥})^٤=٥^٢=٢٥$

٧) $(\frac{١}{\sqrt{٢}})^٦=\frac{١}{(\sqrt{٢})^٦}=\frac{١}{٢^٣}=\frac{١}{٨}$

٨) $(\sqrt{٢})^٦\times(-\sqrt{٢})^٤=٢^٣\times٢^٢=٢^٥=٣٢$

٩) $(\frac{١}{\sqrt{٣}})^٤\times(\sqrt{٢})^٤=\frac{١}{٩}\times٤=\frac{٤}{٩}$

١٠) $(-٥)^٦\times(-\frac{١}{\sqrt{٥}})^٤=٥^٦\times(\frac{١}{\sqrt{٥}})^٤$

$=٥^٦\times\frac{١}{٥^٢}=٥^{٦-٢}$

$=٥^٤=٦٢٥$

٤

١) $(\sqrt{٧})^{-٤-٣+٩}=(\sqrt{٧})^٢=٧$

٢) $(\sqrt{٣})^{٧+٨-٦}=(\sqrt{٣})^٩=٨١\sqrt{٣}$

٣) $(\sqrt{٣})^{٨+٦-١٢}=(\sqrt{٣})^٢=٣$

٤) $\frac{٢^{-٢}\times(\sqrt{٧})^{-٢}\times٢^{-٢}}{(\sqrt{٧})^{-٢}}=٢^{-٤}=\frac{١}{١٦}$

٥) $\frac{٣^٤\times(\sqrt{٢})^٤\times(\sqrt{٢})^٢}{٢^٢\times(\sqrt{٢})^٢}=\frac{٣^٤\times(\sqrt{٢})^٤}{٢^٢\times٢}$

$=\frac{٣^٤\times٢^٢}{٢^٢\times٢}=٣^{٤-١}\times٢^{٢-٢}=٣^٣\times٢=٥٤$

٦) $\frac{(\sqrt{٣})^{-٤}\times(\sqrt{٢})^٣\times٥\times(\sqrt{٣})^٥}{٥\times(\sqrt{٢})^٥\times\sqrt{٣}}$

$=(\sqrt{٣})^{-٤+٥-١}\times(\sqrt{٢})^{٣-٥}$

$=(\sqrt{٣})^{صفر}\times(\sqrt{٢})^{-٢}=\frac{١}{٢}$

٧) $\frac{(\sqrt{٢})^٤\times(\sqrt{٢})^٢}{(\sqrt{٢})^٢\times(\sqrt{٢})^٤}=(\sqrt{٢})^{٤+٢-٤-٢}$

$=(\sqrt{٢})^{صفر}=١$

٨) $\frac{(\sqrt{٢})^٥\times٢^٦\times٥^٦}{(\sqrt{٢})^٣\times٢^٣\times٥^٥}$

$=(\sqrt{٢})^{٥-٣}\times٢^{٦-٣}\times٥^{٦-٥}$

$=(\sqrt{٢})^٢\times٢^٣\times٥=٢\times٢^٣\times٥$

$=٢^٤\times٥=١٦\times٥=٨٠$

٩) $\frac{٣^{-٢}\times٥^{-٢}\times(\sqrt{٥})^٣\times٣^٣}{٣^٢\times(\sqrt{٥})^{-٣}}$

$=٣^{-٢+٣-٢}\times٥^{-٢}\times(\sqrt{٥})^{٣+٣}$

$=٣^{-١}\times٥^{-٢}\times(\sqrt{٥})^٦=\frac{١}{٣}\times\frac{١}{٥^٢}\times٥^٣$

$=\frac{١}{٣}\times٥^{٣-٢}=\frac{٥}{٣}$

١٠) $\frac{(١٠)^٢\times(١٠)^{-٧}}{(١٠)^{-٢}\times(١٠)^{-٣}}=(١٠)^{٢-٧+٢+٣}$

$=(١٠)^{صفر}=١$

١١) $\frac{٣^٤\times(\sqrt{٢})^٤}{٢^٤\times(\sqrt{٣})^٤}=\frac{٣^٤\times٢^٢}{٢^٤\times٣^٢}=\frac{٣^٢}{٢^٢}=\frac{٩}{٤}$

١٢) $\frac{(\sqrt{٣})^٢}{(\sqrt{٢})^٢}\times\frac{(\sqrt{٢})^٤}{(\sqrt{٣})^٤}=\frac{(\sqrt{٢})^٢}{(\sqrt{٣})^٢}=\frac{٢}{٣}$

٥

١) $\frac{٣^{٢س}\times٣^{س+٢}}{٣^{٢س}}=٣^{٢س+س+٢-٢س}$... $=٣^{٢}=٩$

٢) $\frac{\cancel{٢^{س}}\times٣^{س-١}}{\cancel{٢^{س}}\times٣^{س}}=٣^{س-١-س}=٣^{-١}=\frac{١}{٣}$

٣) $\frac{٢^{س}\times٢^{٢س+٢}}{٢^{٣س}}=٢^{س+٢س+٢-٣س}=٢^٢=٤$

٤) $\frac{(٢^٢\times٣^٢)^{ن}\times٥^{٢ن}}{(٢\times٣\times٥)^{٢ن}}=\frac{٢^{٢ن}\times٣^{٢ن}\times٥^{٢ن}}{٢^{٢ن}\times٣^{٢ن}\times٥^{٢ن}}=١$

٥) $\frac{٢^{س}\times(٧^٢)^{س-١}}{(٢\times٧)^{س}}=\frac{٢^{س}\times٧^{٢س-٢}}{٢^{س}\times٧^{س}}$

$=٧^{٢س-٢-س}=٧^{-٢}=\frac{١}{٤٩}$

٦) $\frac{٢^{٣س+١}\times٣^{٢س+٢}}{٢^{٣س+٢}\times٣^{٣س-٢}}$

$=٢^{٣س+١-٣س-٢}\times٣^{...}$

$=٢^{١}\times٣^{٣}=٥٤$

٧) $\frac{٢^{ن}\times٢^{٢ن}\times٤^{ن}}{٤^{ن}\times٢^{٣ن}}=٢^{ن+٢ن-٣ن}=٢^{صفر}=١$

٨) $\frac{٣^{س+٤}\times٣^{س}\times٣^{س}}{٣^{س+٢}\times٣^{٢س}}$

$=٣^{٤+س-١-س+...}=٣^٣=٢٧$

٩) $\frac{٣^{ن}\times٣^{ن+٢}\times٢}{٢\times٣\times٣^{ن}\times٣^{ن}}=٣^{٢ن+٢-١-٢ن}=٣$

١٠) $\frac{٣\times(٢\times٣^٢)^{س+١}\times٣^{س}}{٢\times(٢^٢\times٣^٢)^{س}}$

$=\frac{٣\times٢^{س+١}\times٣^{٢س+٢}\times٣^{س}}{٢\times٢^{س}\times٣^{٢س}}$

$=٣^{١+٢س+٢+س-٢س...}\times٢^{س+١-١-س}$

$=٣^٣\times٢^{٠}=٢٧$

١١) $\frac{٢^{ن}\times٢^{٢ن}\times(٢^٢)^{ن-\frac{١}{٢}}}{(٢^٢\times٢)^{ن}}=\frac{٢^{ن}\times٢^{٢ن}\times٢^{٢ن-١}}{٢^{٢ن}\times٢^{ن}}$

$=٢^{ن+٢ن+٢ن-١-٣ن}=٢$

١٢) $\frac{٢^{٣ن-٢}\times٢^{-ن}}{٢^٤\times٢^{-٣ن}}$

$=٢^{٣ن-٢-ن-٤+...}=٢^{-٨}=\frac{١}{٢^٨}=\frac{١}{٢٥٦}$

١٣) $\frac{٢^{٢س+٢}\times٣^{٤-٢س}}{٢^{٢س}\times٣^{٢س}}$

$=٢^{٢س+٢-٢س}\times٣^{٤-٢س-٢س}$

$=٢^٢\times٣^{٤-٤س}$

وعندما س = ١

$\therefore ٢^٢\times٣^{٤-٤}=٢^٢\times٣^{صفر}=٤\times١=٤$

١٤

$\frac{3^{2س-2}\times 2^{3س}}{2^{3س}\times 3^{س}} = 3^{2س-2-س}\times 2^{3س-3س}$

$= 3^{س-2}\times 2^{0} = 3^{س-2}$

وعندما س = ٢

∴ $3^{2-2} = 3^{صفر} = 1$

١٥ $2^{2س-2}\times 2^{3س+2}\times 2^{-3س}$

$= 2^{2س-2+3س+2-3س} = 2^{2س}$

، ∵ $2^{س} = 5$

∴ $2^{2س} = (2^{س})^{2} = 5^{2} = 25$

٦

الطرف الأيمن

$= \frac{3^{2س-3}\times 2^{2س}}{2^{س}\times(\sqrt{3})^{2س}\times 2^{س}\times(\sqrt{3})^{2س}}$

$= \frac{3^{2س-3}\times 2^{2س}}{2^{س}\times 3^{س}\times 2^{س}\times 3^{س}}$

$= 3^{2س-3-س-س}\times 2^{2س-س-س}$

$= 3^{-3} = \frac{1}{3^{3}} = \frac{1}{27}$ = الطرف الأيسر

٧

(١) $أ^{4} - ب^{4} = (\sqrt{3})^{4} - (\sqrt{2})^{4}$

$= 3^{2} - 2^{2} = 9 - 4 = 5$

(٢) $\frac{أ^{4}}{ب^{4}} = \frac{(\sqrt{3})^{4}}{(\sqrt{2})^{4}} = \frac{3^{2}}{2^{2}} = \frac{9}{4}$

٨

$(س^{2} - ص^{2})^{3} = [(2\sqrt{2})^{2} - 3^{2}]^{3}$

$= [2^{2}\times(\sqrt{2})^{2} - 3^{2}]^{3}$

$= [4\times 2 - 9]^{3} = [8 - 9]^{3} = -1$

٩

المقدار $= س^{2} + (س\ ع\ ص)^{2}$

$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{2}$

$= \frac{3}{4} + \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^{2} = \frac{3}{4} + \frac{2}{16}$

$= \frac{3}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

١٠

∵ $\frac{أ}{ب} = \frac{3\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{6}{2\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

∴ $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{2} - 3\left(\frac{ب}{أ}\right)^{2} = (\sqrt{3})^{2} - 3\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{2}$

$= 3 - 3\times\frac{1}{3} = 3 - 1 = 2$

١١

(١) $2(س+ص)^{4}(س-ص)^{4}$

$= 2(2+\sqrt{3})^{4}(2-\sqrt{3})^{4}$

$= 2[(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})]^{4}$

$= 2[4-3]^{4} = 2$

(٢) $\left(\frac{س-ص}{س+ص}\right)^{2} = \left(\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}\right)^{2}$

$= \left(\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}\times\frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}\right)^{2} = \left(\frac{4-4\sqrt{3}+3}{4-3}\right)^{2}$

$= (7-4\sqrt{3})^{2}$

$= 49 - 56\sqrt{3} + 48 = 97 - 56\sqrt{3}$

١٢

$7أ^{2} + (1-ب)^{-3} = 7\times\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^{2} + (1+1)^{-3}$

$= 7\times\frac{1}{2^{3}} + (2)^{-3}$

$= 7\times\frac{1}{2^{3}} + \frac{1}{2^{3}}$

$= \frac{7}{8} + \frac{1}{8} = \frac{8}{8} = 1$

١٣

(١) $س^{-2}ص^{-4} = \frac{1}{س^{2}ص^{4}} = \frac{1}{3^{2}\times(\sqrt{2})^{4}} = \frac{1}{9\times 4}$

$= \frac{1}{36}$

(٢) $(س^{-2}\times ص^{4})^{-2} = س^{4}\times ص^{-8}$

$= \frac{س^{4}}{ص^{8}} = \frac{3^{4}}{(\sqrt{2})^{8}} = \frac{81}{16}$

(٣) $\left(\frac{س}{ص}\right)^{-3} = \left(\frac{ص}{س}\right)^{3} = \frac{ص^{3}}{س^{3}} = \frac{(\sqrt{2})^{3}}{3^{3}}$

$= \frac{2\sqrt{2}}{27}$

١٤

١ (د) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤ (جـ)

٥ (جـ) ٦ (أ) ٧ (ب) ٨ (ب)

٩ (جـ) ١٠ (جـ) ١١ (أ) ١٢ (جـ)

١٣ (د) ١٤ (ب) ١٥ (د) ١٦ (جـ)

١٧ (ب) ١٨ (ب) ١٩ (أ) ٢٠ (د)

٢١ (أ) ٢٢ (جـ)

١٥

١ ٣ ٢ ١ ٣ صفر

٤ صفر ٥ $\frac{1}{4}$ ٦ $(-\sqrt{2})^{24}$

٧ ٣ ٨ ح − {٥} ٩ ١

١٠ ١٢٥ ١١ ٣٥ ١٢ $\frac{3}{7}$

---

١٦ ١ $\frac{1}{4}$ ٢ $\sqrt{2}$

٣ ١٦ ٤ ٢٫٠٢٥

---

١٧ ١ (جـ) ٢ (أ) ٣ (جـ)

٤ (جـ) ٥ (ب) ٦ (جـ)

إجابات تمارين ١١

١

(١) ∵ $5^{ن} = 5^{2}$ ∴ ن = ٢

(٢) ∵ $2^{-ن} = 2^{5}$ ∴ −ن = ٥

∴ ن = −٥

(٣) ∵ $3^{ن-2} = 3^{4}$ ∴ ن − ٢ = ٤

∴ ن = ٦

(٤) ∵ $3^{ن-2} = 3^{صفر}$ ∴ ن − ٢ = صفر

∴ ن = ٢

(٥) ∵ $2^{ن-2} = 2^{-2}$ ∴ ن − ٢ = −٢

∴ ن = صفر

(٦) ∵ $(\sqrt{3})^{ن-1} = (\sqrt{3})^{4}$

∴ ن − ١ = ٤ ∴ ن = ٥

(٧) ∵ $\left(\frac{2}{5}\right)^{2ن-1} = \left(\frac{2}{5}\right)^{3}$

∴ ٢ن − ١ = ٣ ∴ ٢ن = ٤

∴ ن = ٢

(٨) ∵ $\left(\frac{2}{5}\right)^{ن+2} = \left(\frac{5}{2}\right)^{3}$

∴ $\left(\frac{2}{5}\right)^{ن+2} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-3}$

∴ ن + ٢ = −٣ ∴ ن = −٥

(٩) ∵ $\left(\frac{2}{3}\right)^{ن-4} = \frac{9}{4}$ ∴ $\left(\frac{2}{3}\right)^{ن-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2}$

∴ $\left(\frac{2}{3}\right)^{ن-4} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$

∴ ن − ٤ = −٢ ∴ ن = ٢

(١٠) ∵ $\left(\frac{2}{3}\right)^{ن+5} = \left(\frac{27}{8}\right)^{-2}$

∴ $\left(\frac{2}{3}\right)^{ن+5} = \left[\left(\frac{3}{2}\right)^{3}\right]^{-2}$

∴ $\left(\frac{2}{3}\right)^{ن+5} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-6}$

∴ $\left(\frac{2}{3}\right)^{ن+5} = \left(\frac{2}{3}\right)^{6}$

∴ ن + ٥ = ٦ ∴ ن = ١

(١١) ∵ $5^{2ن-4} = 7^{2ن-4}$

∴ ٢ن − ٤ = صفر ∴ ٢ن = ٤

∴ ن = ٢

١٢ إما $ن = ٣$ أو $ن - ٤ =$ صفر

∴ $ن = ٤$

١٣ ∵ $٣^٢ \times ٣^{ن-٤} = ١$ ∴ $٣^{ن-٢} = ١$

∴ $ن - ٢ =$ صفر ∴ $ن = ٢$

١٤ ∵ $٢ \times ٢^{٢ن+٦} = \frac{١}{٢^٥}$

∴ $٢^{٢ن+٧} = ٢^{-٥}$ ∴ $٢ن + ٧ = -٥$

∴ $٢ن = -١٢$ ∴ $ن = -٦$

٤

١ ∵ $س^٢ - ٤ =$ صفر ∴ $س^٢ = ٤$

∴ $س = \pm ٢$ ∴ م.ح = $\{-٢ ، ٢\}$

٢ ∵ $٢^{س^٢ - ٩} = ٢^{صفر}$

∴ $س^٢ - ٩ =$ صفر ∴ $س^٢ = ٩$

∴ $س = \pm ٣$ ∴ م.ح = $\{-٣ ، ٣\}$

٣ ∵ $٢^{س^٢ - س} = ٤$ ∴ $٢^{س^٢ - س} = ٢^٢$

∴ $س^٢ - س = ٢$ ∴ $س^٢ - س - ٢ = ٠$

∴ $(س - ٢)(س + ١) = ٠$

∴ إما $س - ٢ = ٠$ ∴ $س = ٢$

أو $س + ١ = ٠$ ∴ $س = -١$

∴ م.ح = $\{-١ ، ٢\}$

٤ ∵ $٥^{|س|} = ٥^٣$ ∴ $|س| = ٣$

∴ $س = \pm ٣$ ∴ م.ح = $\{-٣ ، ٣\}$

٥ ∵ $٢^{٥س - ١٥} = ٢^{٦س + ٣}$

∴ $٥س - ١٥ = ٦س + ٣$

∴ $٥س - ٦س = ٣ + ١٥$

∴ $-س = ١٨$ ∴ $س = -١٨$

∴ م.ح = $\{-١٨\}$

٦ ∵ $(\sqrt{٣})^{٢س - ٦} = (\sqrt{٣})^{س + ٥}$

∴ $٢س - ٦ = س + ٥$

∴ $س = ١١$ ∴ م.ح = $\{١١\}$

٧ ∵ $\frac{٣^{س-١}}{٥^{س-١}} = \frac{٩}{٢٥}$ ∴ $(\frac{٣}{٥})^{س-١} = (\frac{٣}{٥})^٢$

∴ $س - ١ = ٢$ ∴ $س = ٣$

∴ م.ح = $\{٣\}$

٣

١ ∵ $\frac{\cancel{٢^ن} \times ٣^{٢ن+٢}}{\cancel{٢^ن} \times ٣^{٢ن}} = ٣^ن$

∴ $٣^{٢ن+٢-٢ن} = ٣^ن$

∴ $٣^٢ = ٣^ن$ ∴ $ن = ٢$

٢ ∵ $\frac{٢^{٣ن} \times \cancel{٥^ن}}{٢^ن \times \cancel{٥^ن}} = ٦٤$ ∴ $٢^{٣ن-ن} = ٦٤$

∴ $٢^{٢ن} = ٦٤$ ∴ $٢^{٢ن} = ٢^٦$

∴ $٢ن = ٦$ ∴ $ن = ٣$

٣ ∵ $\frac{٦^{٢ن-٣}}{(٢ \times ٣)^{ن-١}} = ٦$ ∴ $\frac{٦^{٢ن-٣}}{٦^{ن-١}} = ٦$

∴ $٦^{٢ن-٣-ن+١} = ٦$ ∴ $٦^{ن-٢} = ٦$

∴ $ن - ٢ = ١$ ∴ $ن = ٣$

٤ ∵ $\frac{\cancel{٣^{ن-١}} \times ٢^{٢ن-٢}}{٢^{ن-١} \times \cancel{٣^{ن-١}}} = ١$ ∴ $٢^{٢ن-٢-ن+١} = ٢^٠$

∴ $ن - ١ = ٠$ ∴ $ن = ١$

٥ ∵ $\frac{٣^ن \times ٢^{٢ن}}{٣^{ن+١} \times ٢^{٢ن+٢}} = \frac{١}{٣}$

∴ $٣^{ن-ن-١} \times ٢^{٢ن-٢ن-٢} = ٣^{-١}$

∴ $\cancel{٣^{-١}} \times ٢^{ن-٢} = \cancel{٣^{-١}}$

∴ $٢^{ن-٢} = ١$ ∴ $٢^{ن-٢} = ٢^٠$

∴ $ن - ٢ = ٠$ ∴ $ن = ٢$

٦ ∵ $\frac{٢^{٤ن} \times \cancel{٣^{٢ن}}}{\cancel{٣^{٢ن}} \times ٢^{٢ن}} = \frac{١}{٢^٤}$ ∴ $٢^{٢ن} = ٢^{-٤}$

∴ $٢ن = -٤$ ∴ $ن = -٢$

٧ ∵ $\frac{٢^{٢ن-٢} \times ٢^{ن+٣}}{٢^{٣ن}} = ٢ن^٢$

∴ $٢^{٢ن-٢+ن+٣-٣ن} = ٢ن^٢$

∴ $٢ = ٢ن^٢$ ∴ $ن^٢ = ١$ ∴ $ن = \pm ١$

٨ ∵ $\frac{٢^{٢ن} \times ٧^{٢ن} \times ٢^{٢ن+٢}}{٢^٢ \times ٧^ن \times ٢^{٤ن}} = ٧^٢$

∴ $٢^{٢ن+٢ن+٢-٢-٤ن} \times ٧^{٢ن-ن} = ٧^٢$

∴ $٢^٠ \times ٧^ن = ٧^٢$ ∴ $٧^ن = ٧^٢$

∴ $ن = ٢$

٤

١ ∵ $(س - ٤)^٥ = ٢^٥$ ∴ $س - ٤ = ٢$

∴ $س = ٦$ ∴ م.ح = $\{٦\}$

٢ ∵ $\frac{١}{(س + ٩)^٤} = \frac{١}{١٠٠٠٠}$

∴ $\frac{١}{(س + ٩)^٤} = \frac{١}{(١٠)^٤}$

∴ $(س + ٩)^٤ = (١٠)^٤$

∴ $س + ٩ = \pm ١٠$ ∴ $س = ١$ أو -١٩

∴ م.ح = $\{١ ، -١٩\}$

٣ ∵ $(س^٢ - س)^٥ = ٢^٥$

∴ $س^٢ - س = ٢$ ∴ $س^٢ - س - ٢ = ٠$

∴ $(س + ١)(س - ٢) = ٠$

∴ إما $س + ١ = ٠$ ∴ $س = -١$

أو $س - ٢ = ٠$ ∴ $س = ٢$

∴ م.ح = $\{-١ ، ٢\}$

٤ ∵ $س^٢ - س = ٠$ ∴ $س(س - ١) = ٠$

∴ $س = ٠$ أو $س - ١ = ٠$ ∴ $س = ١$

∴ م.ح = $\{٠ ، ١\}$

٥ ∵ $٥^{س^٢ - ٥س} = \frac{١٦}{١٠٠٠٠} = (\frac{٢}{١٠})^٤$

∴ $٥^{س^٢ - ٥س} = (\frac{١٠}{٢})^{-٤} = ٥^{-٤}$

∴ $س^٢ - ٥س = -٤$

∴ $س^٢ - ٥س + ٤ = ٠$

∴ $(س - ٤)(س - ١) = ٠$

∴ إما $س - ٤ =$ صفر ∴ $س = ٤$

أو $س - ١ =$ صفر ∴ $س = ١$

∴ م.ح = $\{٤ ، ١\}$

٦ ∵ $٥^{س^٢} = ٥^{٢س+٨}$

∴ $س^٢ = ٢س + ٨$ ∴ $س^٢ - ٢س - ٨ = ٠$

∴ $(س - ٤)(س + ٢) = ٠$

∴ إما $س - ٤ = ٠$ ∴ $س = ٤$

أو $س + ٢ = ٠$ ∴ $س = -٢$

∴ م.ح = $\{٤ ، -٢\}$

٥

∵ $\frac{٢^{٢ن} \times ٣^{٢ن} \times ٢^{٢ن}}{٢^{٤ن} \times ٣^{٢ن+٤}} = ٣^{-٢س}$

∴ $٢^{٢ن+٢ن-٤ن} \times ٣^{٢ن-٢ن-٤} = ٣^{-٢س}$

∴ $٢^٠ \times ٣^{-٤} = ٣^{-٢س}$ ∴ $٣^{-٤} = ٣^{-٢س}$

∴ $-٢س = -٤$ ∴ $س = ٢$

٦

∵ $\frac{٣^{٤س} \times \cancel{٥^{٢س}}}{\cancel{٥^{٢س}} \times ٣^{٢س} \times ٣^{٢س}} = ٣^{٤س-٢س-٢س} = ١$

∴ $٣^{ص-١} = ١$ ∴ $ص - ١ = ٠$ ∴ $ص = ١$

٧

$\frac{٧^ص \times ٢^ص \times ٣^س}{٢^ص \times ٧^ص} = ٣^{٢-ص}$ ∴ $٣^س = ٣^{٢-ص}$

∴ $س = ٢ - ص$ ∴ $س + ص = ٢$

٨

∵ $(\sqrt{\frac{٣}{٢}})^{-س} = (\sqrt{\frac{٣}{٢}})^٤$

∴ $-س = ٤$ ∴ $س = -٤$

∴ $(\frac{٣}{٢})^{س+١} = (\frac{٣}{٢})^{-٤+١} = (\frac{٣}{٢})^{-٣} = (\frac{٢}{٣})^٣ = \frac{٨}{٢٧}$

٩

∵ $\frac{٧^{٢ن} \times ٥^{٤ن} \times ٣^{٤ن}}{٧^{-ن} \times ٣^{٤ن} \times ٥^{٤ن}} = ٧^٣$

∴ $٧^{٢ن+ن} \times ٥^{٤ن-٤ن} \times ٣^{٤ن-٤ن} = ٧^٣$

∴ $٧^{٣ن} \times ٥^٠ \times ٣^٠ = ٧^٣$

∴ $٧^{٣ن} = ٧^٣$ ∴ $٣ن = ٣$ ∴ $ن = ١$

∴ $٦^{٢ن} = ٦^٢ = ٣٦$

١٠

$\because ٣^{س} = ٣^{٢}$ $\therefore س = ٢$

$\therefore ٤^{٢+ص} = ١$ $\therefore ٢ + ص = ٠$

$\therefore ص = -٢$

١١

١ (ء) ٢ (ء) ٣ (أ) ٤ (ب) ٥ (ب)
٦ (ب) ٧ (ء) ٨ (ب) ٩ (أ) ١٠ (أ)
١١ (ب) ١٢ (أ) ١٣ (ب)

١٢

١ -٥ ٢ ٢ ٣ ١ ٤ -١ ٥ ٢
٦ ٢ ٧ -١ ٨ ١ ٩ -١ ١٠ ٤
١١ ١ ١٢ ٢ ١٣ ٤ ، ٥

١٣

١ $\because س^{س+٢} = ٤^{س+٢}$

$\therefore س = \pm ٤$

(لأن س + ٢ = ٤ + ٢ = ٦ عدد زوجي)

أو س + ٢ = -٤ + ٢ = -٢ عدد زوجي)

أو س + ٢ = ٠ $\therefore س = -٢$

$\therefore س = \pm ٤$ أو -٢

٢ $\because ٢^{س+٢} - ١ = (٢^{٢} - ١)(٢^{٢} + ١)(٢^{٤} + ١)$

$\therefore ٢^{س+٢} - ١ = (٢^{٤} - ١)(٢^{٤} + ١)$

$\therefore ٢^{س+٢} - ١ = ٢^{٨} - ١$

$\therefore ٢^{س+٢} = ٢^{٨}$ $\therefore س + ٢ = ٨$

$\therefore س = ٥$

إجابات تمارين ١٤

١

١ ٦ ٢ ٢ ٣ ١٨ ٤ $-\frac{١}{٢}$ ٥ $-\frac{٢}{٩}$

٢

١ $(\sqrt{٥})^{٥} \div (\sqrt{٥})^{٣} + ٢\sqrt{٣} \times \sqrt{٣}$

$= (\sqrt{٥})^{٥-٣} + ٢ \times (\sqrt{٣})^{١+١}$

$= (\sqrt{٥})^{٢} + ٢ \times (\sqrt{٣})^{٢} = ٥ + ٦ = ١١$

٢ $٢^{٣} \times (\sqrt{٣})^{٣} \times \sqrt{٣} - (\sqrt{٣})^{٥} \div (\sqrt{٣})^{٣}$

$= ٢^{٣} \times (\sqrt{٣})^{٣+١} - (\sqrt{٣})^{٥-٣}$

$= ٢^{٣} \times (\sqrt{٣})^{٤} - (\sqrt{٣})^{٢}$

$= ٨ \times ٩ - ٣ = ٧٠$

٣ $(\sqrt{٣})^{٣} \times (\sqrt{٣})^{٣} + (\sqrt{٣})^{٤} \times (\sqrt{٣})^{-٤}$

$= (\sqrt{٣})^{٣+٣} + (\sqrt{٣})^{٤-٤}$

$= ١ + (\sqrt{٣})^{٦} = ١ + ٢٧ = ٢٨$

٤ $٢^{٤} \times (\sqrt{٥})^{٤} - (\sqrt{٥})^{٣} \times (\sqrt{٥})^{-١} \div (\sqrt{٥})^{٢}$

$= ٢^{٤} \times (\sqrt{٥})^{٤} - (\sqrt{٥})^{٣-١-٢}$

$= ١٦ \times ٢٥ - ١ = ٣٩٩$

٣

١ $\frac{(\sqrt{٣})^{٧} \times (\sqrt{٣})^{-٥} - (\sqrt{٣})^{٢}}{(\sqrt{٣})^{٧} \times (\sqrt{٣})^{-٥} + (\sqrt{٣})^{٢}}$

$= \frac{(\sqrt{٣})^{٢} - (\sqrt{٣})^{٢}}{(\sqrt{٣})^{٢} + (\sqrt{٣})^{٢}} = \frac{صفر}{٣ + ٣} =$ صفر

٢ $\frac{٢(\sqrt{٣})^{٥} \div (\sqrt{٣})^{٣}}{٢\sqrt{٣} + ٢ - ٢\sqrt{٣} + ١} = \frac{٢(\sqrt{٣})^{٢}}{٤} = \frac{٣}{٢}$

٣ $\frac{٢^{٣} \times (\sqrt{٣})^{٣} \times ٣ \times \sqrt{٣}}{٦ + ٢\sqrt{١٢} + ٢ - ٢\sqrt{١٢}}$

$= \frac{٨ \times ٣ \times (\sqrt{٣})^{٤}}{٨} = ٣ \times ٤ = ١٢$

٤

١ $\frac{ب^{٤} - أ^{٤}}{ب^{٢} + أ^{٢}} = \frac{(ب^{٢} - أ^{٢})(ب^{٢} + أ^{٢})}{ب^{٢} + أ^{٢}}$

$= ب^{٢} - أ^{٢} = (\sqrt{٣})^{٢} - (\sqrt{٢})^{٢} = ٣ - ٢ = ١$

٢ $\frac{أ^{٣} + ب^{٣}}{أ + ب} = \frac{(أ + ب)(أ^{٢} - أب + ب^{٢})}{أ + ب}$

$= أ^{٢} - أب + ب^{٢}$

$= (\sqrt{٣})^{٢} - \sqrt{٣} \times \sqrt{٢} + (\sqrt{٢})^{٢}$

$= ٣ - \sqrt{٦} + ٢ = ٥ - \sqrt{٦}$

٥

١ (أ) ٢ (ء) ٣ (أ) ٤ (أ) ٥ (ء)

٦

١ بفرض أن طول حرف المكعب = ل سم

$\because$ المساحة الكلية للمكعب = ٦ $ل^{٢}$

$\therefore ٦ ل^{٢} = ٣,٣٧٥ \times ١٠^{٢}$

$\therefore ل^{٢} = \frac{٣,٣٧٥ \times ١٠^{٢}}{٦}$

$\therefore ل = \sqrt{\frac{٣,٣٧٥ \times ١٠^{٢}}{٦}}$

وباستخدام الآلة الحاسبة نجد أن: ل = ٧,٥ سم

٢ $\because$ حجم المكعب = $ل^{٣}$

$\therefore$ حجم المكعب = $(٧,٥)^{٣}$

وباستخدام الآلة الحاسبة نجد أن:

حجم المكعب = ٤٢١,٨٧٥ $سم^{٣}$

٧

$\because$ حجم الكرة = $\frac{٤}{٣} \pi نق^{٣}$

$\therefore ٣,٨٨٠٨ \times ١٠^{٤} = \frac{٤}{٣} \times \pi نق^{٣}$

$\therefore نق^{٣} = \frac{٣,٨٨٠٨ \times ١٠^{٤} \times ٣}{٤ \pi}$

$\therefore نق = \sqrt[٣]{\frac{٣,٨٨٠٨ \times ١٠^{٤} \times ٣}{٤ \times \frac{٢٢}{٧}}}$

وباستخدام الآلة الحاسبة نجد أن: نق = ٢١ سم

٨

$\because$ حجم المخروط الدائري = $\frac{١}{٣} \pi نق^{٢} ع$

$\therefore ٧,٧ \times ١٠^{٢} = \frac{١}{٣} \times \pi \times ٧^{٢} \times ع$

$\therefore ٧,٧ \times ١٠^{٢} = \frac{٤٩}{٣} \times \pi \times ع$

$\therefore ع = \frac{٧,٧ \times ١٠^{٢} \times ٣}{٤٩ \times \frac{٢٢}{٧}}$

وباستخدام الآلة الحاسبة نجد أن: ع = ١٥ سم

٩

هـ = ٤,٢ × ١٠^{٤} (١ + ٩,٨ × ١٠$^{-٢}$)^{٢٠}

وباستخدام الآلة الحاسبة نجد أن:

هـ = ٢٦٢٦٦ = ... [illegible] لأقرب جنيه

١٠

١ ص = ١١,٧ (١,٠٢)^{٦}

وباستخدام الآلة الحاسبة نجد أن:

ص = ١٣,١٧٦١٠٠٣١ = ١٣ مليون نسمة

(لأقرب مليون)

٢ ص = ١١,٧ (١,٠٢)$^{-٣}$

وباستخدام الآلة الحاسبة نجد أن:

ص = ١١,٠٢٥٩٧٠٥٠٤٨ = ١١ مليون نسمة

(لأقرب مليون)

١١

$\because \frac{س^{٢} ص^{٥} - ص}{(س - ص)^{٩}} = \frac{ص(س^{٢} ص^{٤} - ١)}{(س + ص)^{٩}}$

$= \frac{ص[(س ص)^{٢} - ١]}{(س - ص)^{٩}}$

، $\because$ س ص = $(٢ + \sqrt{٣})(٢ - \sqrt{٣})$

$= ٤ - ٣ = ١$

، س + ص = $٢ + \sqrt{٣} + ٢ - \sqrt{٣} = ٤$

$\therefore \frac{س^{٢} ص^{٥} - ص}{(س - ص)^{٩}} = \frac{(٢ - \sqrt{٣})(١^{٢} - ١)}{٤^{٩}}$

$= \frac{(٢ - \sqrt{٣})(١ - ١)}{٤^{٩}} =$ صفر

إجابات الوحدة الثالثة

إجابات تمارين ١٣

١

١) ٢٠٠ ٢) [٠ ، ١] ٣) $\frac{١}{٤}$ ٤) $\frac{٣}{٥}$
٥) $\frac{١}{٣٦}$ ٦) $\frac{١}{٥}$ ٧) $\frac{١}{٦}$ ٨) $\frac{١}{٣}$
٩) صفر ١٠) $\frac{١}{١٢}$ ، $\frac{١١}{١٢}$
١١) $\frac{٣}{٤}$ ١٢) $\frac{١}{٥}$ ١٣) ٦٠٠ ١٤) ٣٩٢

٢

١) ∵ مضاعفات العدد ٤ هي
٤ ، ٨ ، ١٢ ، ١٦ ، ٢٠ ، ٢٤ وعددها = ٦
∴ الاحتمال = $\frac{٦}{٢٤}$ = $\frac{١}{٤}$

٢) ∵ مضاعفات العدد ٦ هي
٦ ، ١٢ ، ١٨ ، ٢٤ وعددها = ٤
∴ الاحتمال = $\frac{٤}{٢٤}$ = $\frac{١}{٦}$

٣) ∵ مضاعفات العدد ٤ ، ٦ معًا هي
١٢ ، ٢٤ وعددها = ٢
∴ الاحتمال = $\frac{٢}{٢٤}$ = $\frac{١}{١٢}$

٤) ∵ مضاعفات العدد ٤ أو ٦ هي
٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٢ ، ١٦ ، ١٨ ، ٢٠ ، ٢٤
وعددها = ٨
∴ الاحتمال = $\frac{٨}{٢٤}$ = $\frac{١}{٣}$

٥) ∵ الأعداد التي تقبل القسمة على ٢٥ عددها = صفر
∴ الاحتمال = $\frac{\text{صفر}}{٢٤}$ = صفر

٦) ∵ الأعداد من ١ إلى ٢٤ أعداد صحيحة موجبة وأقل من ٢٥ وعددها = ٢٤
∴ الاحتمال = $\frac{٢٤}{٢٤}$ = ١

٣

١) ∵ الأعداد من ١ إلى ٤٠ وتكون عددًا زوجيًا هي
٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ ، ١٢ ، ١٤ ، ١٦ ، ١٨ ،
٢٠ ، ٢٢ ، ٢٤ ، ٢٦ ، ٢٨ ، ٣٠ ، ٣٢ ،
٣٤ ، ٣٦ ، ٣٨ ، ٤٠ وعددها = ٢٠
∴ الاحتمال = $\frac{٢٠}{٤٠}$ = $\frac{١}{٢}$

٢) ∵ الأعداد من ١ إلى ٤٠ والتي تقبل القسمة على ٣ هي
٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢ ، ١٥ ، ١٨ ، ٢١ ، ٢٤ ، ٢٧ ،
٣٠ ، ٣٣ ، ٣٦ ، ٣٩ وعددها = ١٣
∴ الاحتمال = $\frac{١٣}{٤٠}$

٣) ∵ الأعداد من ١ إلى ٤٠ والتي تقبل القسمة على ١٠ هي
١٠ ، ٢٠ ، ٣٠ ، ٤٠ وعددها = ٤
∴ باقي الأعداد لا تقبل القسمة على ١٠
وعددها = ٣٦
∴ الاحتمال = $\frac{٣٦}{٤٠}$ = $\frac{٩}{١٠}$

٤) ∵ الأعداد من ١ إلى ٤٠ وتكون عددًا زوجيًا ويقبل القسمة على ٣ هي
٦ ، ١٢ ، ١٨ ، ٢٤ ، ٣٠ ، ٣٦ وعددها = ٦
∴ الاحتمال = $\frac{٦}{٤٠}$ = $\frac{٣}{٢٠}$

٥) ∵ الأعداد من ١ إلى ٤٠ وتكون عددًا أوليًا أقل من ٢٠ هي
٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ١١ ، ١٣ ، ١٧ ، ١٩
وعددها = ٨
∴ الاحتمال = $\frac{٨}{٤٠}$ = $\frac{١}{٥}$

٤

١) احتمال ظهور عدد زوجي أقل من أو يساوي ٤
= $\frac{٢}{٦}$ = $\frac{١}{٣}$

٢) احتمال ظهور عدد بين ٠ ، ١٠ = $\frac{٦}{٦}$ = ١

٣) احتمال ظهور عدد يقبل القسمة على ٧ = $\frac{٠}{٦}$ = صفر

٤) احتمال ظهور عدد لا يقبل القسمة على ٢
= $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

٥

∵ العدد الكلي للكرات = ١٢ + ١٨ + ٢٠ = ٥٠

١) احتمال أن تكون الكرة بيضاء = $\frac{١٨}{٥٠}$ = $\frac{٩}{٢٥}$

٢) احتمال أن تكون الكرة حمراء = $\frac{١٢}{٥٠}$ = $\frac{٦}{٢٥}$

٣) احتمال أن تكون الكرة صفراء = $\frac{\text{صفر}}{٥٠}$ = صفر

٤) احتمال أن تكون الكرة ليست حمراء
= $\frac{٥٠ - ١٢}{٥٠}$ = $\frac{١٩}{٢٥}$

٥) احتمال أن تكون الكرة حمراء أو زرقاء
= $\frac{١٢ + ٢٠}{٥٠}$ = $\frac{١٦}{٢٥}$

٦

∵ عدد الذين لا يلعبون أيًا من الرياضات السابقة
= ٤٠ − (٢٠ + ١٠ + ٦) = ٤ تلاميذ
∴ احتمال أن يكون ممن لا يلعبون أيًا من الرياضات السابقة
= $\frac{٤}{٤٠}$ = $\frac{١}{١٠}$

٧

∵ عدد البلي الأحمر = ٢٢ − ١٢ = ١٠
وبعد سحب بليتين حمراوين يكون المجموع ٢٠ وعدد البلي الأحمر ٨
∴ احتمال أن تكون البلية المسحوبة سوداء
= $\frac{١٢}{٢٠}$ = $\frac{٣}{٥}$

٨

عدد البنات = ٢٠ ، عدد البنين = ٣٠
∴ احتمال أن يكون الطالب ولدًا = $\frac{٣٠}{٥٠}$ = $\frac{٣}{٥}$

٩

∵ احتمال سحب كرة حمراء = $\frac{١}{٤}$
∴ احتمال سحب كرة زرقاء = ١ − $\frac{١}{٤}$ = $\frac{٣}{٤}$
∴ عدد الكرات الزرقاء = $\frac{٣}{٤}$ × ٨٠ = ٦٠ كرة

١٠

عدد الكرات الحمراء = $\frac{٣}{٥}$ × ٣٩ = ٢٤ كرة

١١

∵ احتمال أن يحرز اللاعب الأول هدفًا = $\frac{٤٣}{٥٠}$ = ٠,٨٦
، احتمال أن يحرز اللاعب الثاني هدفًا = $\frac{٣٩}{٥٠}$ = ٠,٧٨
، ∵ ٠,٨٦ > ٠,٧٨
∴ يتم اختيار اللاعب الأول لأن احتمال أن يحرز هدفًا أكبر

١٢

عدد المباريات المتوقع الفوز بها = ٠,٦ × ٣٠ = ١٨ مباراة
∵ احتمال هزيمة النادي = ١ − (٠,٦ + ٠,٣) = ٠,١
∴ عدد المباريات المتوقع الهزيمة فيها
= ٠,١ × ٣٠ = ٣ مباريات

١٣

العدد المحتمل للسيارات المصابة = ٠,٠٠٤ × ٧٠٠٠
= ٢٨ سيارة
∴ المبلغ المتوقع = ٢٨ × ٢٠٠٠ = ٥٦٠٠٠ جنيه

١٤

∵ احتمال القطع المعيبة = $\frac{٦٠}{١٠٠٠}$ = $\frac{٣}{٥٠}$
∴ عدد القطع المعيبة = $\frac{٣}{٥٠}$ × ٦٠٠٠ = ٣٦٠ قطعة

١٥

∵ نسبة الثمار التي تصلح للتصدير = ١٠٠٪ − ٣٠٪
= ٧٠٪
∴ كمية الثمار التي تصدر يوميًا = ٧٠٪ × ٢٠
= ١٤ طنًا
∴ كمية الثمار التي يمكن تصديرها في عشرة أيام
= ١٤ × ١٠ = ١٤٠ طنًا

١٦

١ عدد الوحدات التالفة فى العينة = ٠,٠٦ × ٢٠٠
= ١٢ وحدة

٢ ∵ احتمال الوحدات الصالحة = ١ − ٠,٠٦
= ٠,٩٤

∴ عدد الوحدات الصالحة = ٠,٩٤ × ١٥٠٠
= ١٤١٠ وحدات

١٧

١ احتمال أن يتوفى رجل بين سن ٤٠ وسن ٥٠ خلال عام واحد = $\frac{٦٧}{١٠٠٠٠}$ = ٠,٠٠٦٧

٢ لأن هذه النتائج تساعدها على وضع النظام التأمينى المناسب لكل فئة عمرية.

٣ عدد حالات استحقاق الوثيقة خلال عام واحد
= ٠,٠٠٦٧ × ٥٠٠٠٠ = ٣٣٥ حالة

١٨

١ احتمال أن يكون مستخدمًا الحافلة = $\frac{١٦}{٤٨} = \frac{١}{٣}$

٢ احتمال أن يصل سيرًا على الأقدام = $\frac{١٢}{٤٨} = \frac{١}{٤}$

٣ احتمال أن لا يركب الدراجة = $\frac{٣٦}{٤٨} = \frac{٣}{٤}$

١٩

١ احتمال أن يكون ممتازًا = $\frac{٦}{٥٠} = \frac{٣}{٢٥}$

٢ احتمال أن يكون جيدًا = $\frac{١١}{٥٠}$

٣ احتمال أن يكون دون المستوى = $\frac{٨}{٥٠} = \frac{٤}{٢٥}$

٤ احتمال أن يكون أقل من جيد = $\frac{٨ + ١٦}{٥٠} = \frac{١٢}{٢٥}$

٢٠

١ احتمال أن يتحدث أقل من ٢ دقيقة
= $\frac{١٢٠}{١٥٠} = \frac{٤}{٥}$

٢ احتمال أن يتحدث من ٢ إلى ٤ دقائق
= $\frac{١٥}{١٥٠} = \frac{١}{١٠}$

٣ احتمال أن يتحدث أكثر من ٦ دقائق
= $\frac{٥}{١٥٠} = \frac{١}{٣٠}$

٤ احتمال أن يتحدث ٢ دقيقة فأكثر
= $\frac{٥ + ١٠ + ١٥}{١٥٠} = \frac{١}{٥}$

٢١

١ (أ) احتمال أن يفضل ممارسة كرة القدم = $\frac{٤٤}{١٠٠}$
= ٠,٤٤

(ب) احتمال أن يفضل ممارسة كرة السلة = $\frac{٢٧}{١٠٠}$
= ٠,٢٧

(جـ) احتمال أن يفضل ممارسة ألعاب القوى = $\frac{١٢}{١٠٠}$
= ٠,١٢

(د) احتمال أن يفضل ممارسة تنس الطاولة = $\frac{٤}{١٠٠}$
= ٠,٠٤

(هـ) احتمال أن يفضل ممارسة الهوكى = $\frac{١٣}{١٠٠}$
= ٠,١٣

٢ عدد الطلاب = ٠,١٣ × ٦٠٠ = ٧٨ طالبًا

٢٢

١ العدد الكلى للمبيعات من النوع الأول
= ٣٩ + ٨٢ + ٣٤ + ٢٢ + ٥٣ = ٢٣٠ قميصًا

العدد الكلى للمبيعات من النوع الثانى
= ٦١ + ١٨ + ٦٦ + ٧٨ + ٤٧ = ٢٧٠ قميصًا

∴ احتمال بيع النوع الأول = $\frac{٢٣٠}{٥٠٠}$ = ٠,٤٦

احتمال بيع النوع الثانى = $\frac{٢٧٠}{٥٠٠}$ = ٠,٥٤

∴ النوع الثانى الأكثر طلبًا وأنصح الشركة بزيادة الإنتاج من النوع الثانى

٢ عدد القمصان من النوع الأول
= ٠,٤٦ × ٤٠٠٠ = ١٨٤٠ قميصًا

٢٣

١ احتمال أن تكون الوحدة معيبة = $\frac{١٨}{٣٠٠}$ = ٠,٠٦

٢ احتمال أن تكون الوحدة صالحة = $\frac{٣٠٠ - ١٨}{٣٠٠}$
= ٠,٩٤

٣ لا

٤ ٠,٠٦ + ٠,٩٤ = ١

نلاحظ أن : مجموع الاحتمالات يساوى ١

٥ عدد الوحدات الصالحة = ٠,٩٤ × ١٦٠٠
= ١٥٠٤ وحدات

٢٤

١ (أ) احتمال أن يكون الوزن المفضل ١٢٥ جم
= $\frac{١٢٠}{٣٠٠}$ = ٠,٤

(ب) احتمال أن يكون الوزن المفضل ٢٥٠ جم
= $\frac{٤٥}{٣٠٠}$ = ٠,١٥

(جـ) احتمال أن يكون الوزن المفضل ٣٧٥ جم
= $\frac{٩٦}{٣٠٠}$ = ٠,٣٢

(د) احتمال أن يكون الوزن المفضل ٥٠٠ جم
= $\frac{٣٩}{٣٠٠}$ = ٠,١٣

٢ أنصح مدير الشركة بزيادة الإنتاج من المسحوق ذى الوزن ١٢٥ جم

٢٥

١ (أ) $\frac{١}{٨}$ (ب) $\frac{٣}{٨}$ (جـ) $\frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$

٢ احتمال أن لا يتوقف عند اللون الأحمر هو احتمال أن يتوقف عند اللون الأخضر أو الأصفر = $\frac{٧}{٨}$

٢٦

١ (د) ٢ (أ) ٣ (ب) ٤ (جـ)
٥ (ب) ٦ (جـ) ٧ (ب) ٨ (ب)
٩ (د) ١٠ (جـ) ١١ (ب) ١٢ (د)
١٣ (جـ) ١٤ (د)

٢٧

∵ احتمال سحب كرة حمراء = $\frac{٢}{٣}$

∴ احتمال سحب كرة بيضاء = ١ − $\frac{٢}{٣}$ = $\frac{١}{٣}$

∴ العدد الكلى للكرات = ٣ × ٥ = ١٥ كرة

٢٨

احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل رقمًا أقل من أو يساوى ٨ = ١ − $\frac{١}{٣}$ = $\frac{٢}{٣}$

∴ عدد البطاقات = ٨ × $\frac{٣}{٢}$ = ١٢ بطاقة

∴ ن = ١٢

إجابات مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية

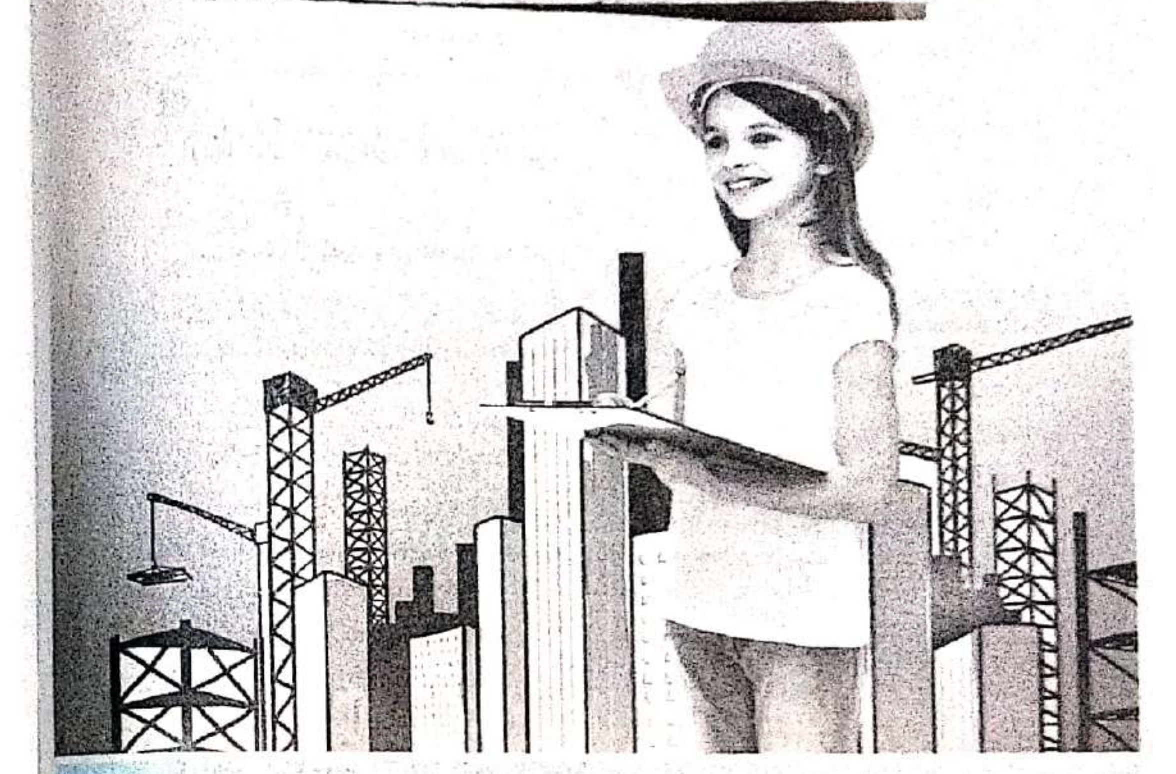
١

١ (أ) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤ (جـ)
٥ (جـ) ٦ (أ) ٧ (جـ) ٨ (جـ)
٩ (جـ) ١٠ (ب) ١١ (جـ) ١٢ (ب)
١٣ (أ) ١٤ (ب) ١٥ (د)

٢

١ ٨ ٢ ١٦ ٣ $\frac{٤}{١٢}$ ٤ صفر
٥ ٥٠٠ ٦ $-س^٢$ ٧ ٢٧ ٨ ١
٩ ١٤ ١٠ ٤ ١١ ١٦ ١٢ ٢٥
١٣ ٢٥ ١٤ −٤ ١٥ ٢

إجابات تمارين الهندســة



إجابات الوحدة الرابعة

إجابات تمارين ١

١

(١) متساويان في المساحة (٢) المستطيل

(٣) طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها

(٤) متساوية

٢

(١) (د) (٢) (ب) (٣) (ب)

(٤) (جـ) (٥) (جـ) (٦) (د)

٣

(١) ٤٨ (٢) ٢٤ (٣) ٤٨

(٤) ٣٫٤ (٥) ٦٠ ، ٥٠ (٦) $٦\frac{٢}{٣}$

٤

∵ ق (∠ د أ ب جـ) = ١٥٠°

∴ ق (∠ د أ ب هـ) = ٣٠°

، ∵ ق (∠ د هـ) = ٩٠° ∴ أ هـ = $\frac{١}{٢}$ أ ب

∴ أ هـ = ٤ سم

∴ م (▱ أ ب جـ ء) = ١٢ × ٤

= ٤٨ سم٢ (وهو المطلوب)

٥

∵ المستطيل أ ب جـ ء ، ومتوازي الأضلاع أ هـ و ء يشتركان في القاعدة $\overline{أ ء}$

، ∵ $\overleftrightarrow{أ ء}$ // $\overleftrightarrow{ب و}$

∴ م (المستطيل أ ب جـ ء) = م (▱ أ هـ و ء)

وبطرح م (△ أ م ء) من الطرفين ينتج أن :

م (الشكل أ ب جـ م) = م (الشكل ء م هـ و)

(وهو المطلوب)

٦

∵ المستطيل س ء هـ ص ، ومتوازي الأضلاع أ ب هـ ء يشتركان في القاعدة $\overline{ء هـ}$

، ∵ $\overleftrightarrow{أ ص}$ // $\overleftrightarrow{ء هـ}$

∴ م (▱ أ ب هـ ء) = م (المستطيل س ء هـ ص)

، ∵ م (المستطيل س ء هـ ص)

= ١٢ × ٢٤ = ٢٨٨ سم٢

∴ م (▱ أ ب هـ ء) = ٢٨٨ سم٢ (المطلوب أولًا)

∴ طول العمود النازل من ب على $\overline{أ ء}$

= $\frac{م (▱ أ ب هـ ء)}{أ ء}$ = $\frac{٢٨٨}{٣٠}$ = ٩٫٦ سم (المطلوب ثانيًا)

٧

من تطابق △△ جـ س ص ، س جـ ب

ينتج أن : م (△ س جـ ص) = م (△ س جـ ب)

، ∵ م (△ س جـ ص) = ١٥ سم٢

∴ م (▱ س ب جـ ص) = ٣٠ سم٢

، ∵ أ ب جـ ء ، س ب جـ ص متوازيا أضلاع مشتركان في القاعدة $\overline{ب جـ}$ ، $\overleftrightarrow{أ ص}$ // $\overleftrightarrow{ب جـ}$

∴ م (▱ أ ب جـ ء) = ٣٠ سم٢ (وهو المطلوب)

٨

∵ أ هـ ب ء متوازي أضلاع. ∴ $\overline{أ هـ}$ // $\overline{ء ب}$

، ∵ $\overline{هـ و}$ // $\overline{أ ب}$

∴ أ هـ و ب متوازي أضلاع. (المطلوب أولًا)

∵ أ ب جـ ء ، أ هـ ب ء متوازيا أضلاع مشتركان في القاعدة $\overline{أ ء}$ ، $\overleftrightarrow{أ ء}$ // $\overleftrightarrow{هـ جـ}$

∴ م (▱ أ ب جـ ء) = م (▱ أ هـ ب ء) (١)

، ∵ أ هـ و ب ، أ هـ ب ء متوازيا أضلاع مشتركان في القاعدة $\overline{أ هـ}$ ، $\overleftrightarrow{أ هـ}$ // $\overleftrightarrow{و ء}$

∴ م (▱ أ هـ و ب) = م (▱ أ هـ ب ء) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (▱ أ ب جـ ء) = م (▱ أ هـ و ب) (المطلوب ثانيًا)

∵ [illegible] متوازيا أضلاع مشتركان في القاعدة [illegible]

∴ م (▱ [illegible]) = م (▱ [illegible])

مساحة الشكل [illegible] = مساحة الشكل [illegible]

(وهو المطلوب)

∵ [illegible] متوازيا أضلاع مشتركان في القاعدة [illegible]

∴ م (▱ [illegible]) = م (▱ [illegible]) (١)

∵ [illegible] متوازيا أضلاع مشتركان في القاعدة [illegible]

∴ م (▱ [illegible]) = م (▱ [illegible]) (٢)

من (١) ، (٢)

∴ م (▱ [illegible]) = م (▱ [illegible]) (وهو المطلوب)

∵ [illegible] متوازيا أضلاع مشتركان في القاعدة [illegible]

∴ م (▱ [illegible]) = م (▱ [illegible]) (١)

∵ [illegible] متوازيا أضلاع مشتركان في القاعدة [illegible]

∴ م (▱ [illegible]) = م (▱ [illegible]) (٢)

من (١) ، (٢)

∴ م (▱ [illegible]) = م (▱ [illegible])

(وهو المطلوب)

[illegible]

(وهو المطلوب)

[illegible]

من (١) ، (٢) ينتج أن :

م (Δ ء أ هـ) = م (Δ أ ب حـ) (وهو المطلوب)

١٠

∵ Δ هـ ب حـ يشترك مع ▱ أ ب حـ ء

في القاعدة ب حـ ، هـ ∈ أ ء

∴ م (Δ هـ ب حـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء)

ولكن م (▱ أ ب حـ ء) = م (▱ أ ب م ن)

(مشتركان في القاعدة أ ب ومحصوران بين مستقيمين متوازيين أ ب // حـ ن)

∴ م (Δ هـ ب حـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب م ن) (وهو المطلوب)

١١

م (المستطيل أ ب حـ ء)

= أ ب × ب حـ = ٤ × ١٠ = ٤٠ سم^2

، ∵ م (▱ أ ب هـ و) = م (المستطيل أ ب حـ ء)

(مشتركان في القاعدة أ ب ومحصوران بين مستقيمين متوازيين : أ ب // حـ و)

∴ م (▱ أ ب هـ و) = ٤٠ سم^2 (المطلوب أولاً)

، ∵ Δ س أ و يشترك مع ▱ أ ب هـ و في القاعدة أ و ، س ∈ ب هـ

∴ م (Δ س أ و) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب هـ و) = ٢٠ سم^2

(المطلوب ثانيًا)

١٢

∵ ∆ م هـ حـ يشترك مع ▱ ب هـ حـ ء في القاعدة

هـ حـ ، م ∈ ب ء

∴ م (Δ م هـ حـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ ب هـ حـ ء) (٢)

من (١) ، (٢) ، (٣) :

∴ م (Δ أ ب ء) = م (Δ م هـ حـ) (وهو المطلوب)

١٢

∵ متوازيا الأضلاع أ ب حـ ء ، هـ ب حـ و مشتركان في القاعدة ب حـ ، أ و // ب حـ

∴ م (▱ أ ب حـ ء) = م (▱ هـ ب حـ و) (١)

، ∵ Δ أ ب ل يشترك مع ▱ أ ب حـ ء في القاعدة أ ب ، ل ∈ ء حـ

∴ م (Δ أ ب ل) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء) (٢)

، ∵ Δ و حـ ل يشترك مع ▱ هـ ب حـ و في القاعدة حـ و ، ل ∈ ب هـ

∴ م (Δ و حـ ل) = $\frac{1}{2}$ م (▱ هـ ب حـ و) (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣)

∴ م (Δ أ ب ل) = م (Δ و حـ ل) (المطلوب أولاً)

وبإضافة م (Δ ل ب حـ) للطرفين

∴ م (الشكل أ ب حـ ل) = م (الشكل و حـ ب ل)

(المطلوب ثانيًا)

١٣

∵ أ ب حـ ء ، أ هـ و ء متوازيا أضلاع مشتركان في القاعدة أ ء ، ب و // أ ء

∴ م (▱ أ ب حـ ء) = م (▱ أ هـ و ء) (١)

، ∵ Δ أ ب س يشترك مع ▱ أ ب حـ ء في القاعدة أ ب ، س ∈ ء حـ

∴ م (Δ أ ب س) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء) (٢)

، ∵ Δ ء و س يشترك مع ▱ أ هـ و ء في القاعدة ء و ، س ∈ أ هـ

∴ م (Δ ء و س) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ هـ و ء) (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) :

∴ م (Δ أ ب س) = م (Δ ء و س) (وهو المطلوب)

١٤

∵ متوازيا الأضلاع أ ب حـ ء ، أ هـ و ء مشتركان في القاعدة أ ء ، ب و // أ ء

∴ م (▱ أ ب حـ ء) = م (▱ أ هـ و ء) (١)

، ∵ Δ أ ب م يشترك مع ▱ أ ب حـ ء في القاعدة أ ب ، م ∈ حـ ء

∴ م (Δ أ ب م) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء) (٢)

، ∵ Δ ء م و يشترك مع ▱ أ هـ و ء في القاعدة ء و ، م ∈ أ هـ

∴ م (Δ ء م و) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ هـ و ء) (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) :

∴ م (Δ أ ب م) = م (Δ ء م و) (وهو المطلوب)

١٥

∵ Δ أ حـ ء يشترك مع ▱ أ حـ هـ و في القاعدة أ حـ ، ء ∈ و هـ

∴ م (Δ أ حـ ء) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ حـ هـ و) (١)

، ∵ Δ أ حـ ء يشترك مع ▱ أ ب حـ ء في القاعدة أ ء ، حـ ∈ ب حـ

∴ م (Δ أ حـ ء) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (▱ أ ب حـ ء) = م (▱ أ حـ هـ و) (وهو المطلوب)

١٦

∵ متوازيي الأضلاع هـ ب حـ و ، أ ب حـ ء مشتركان في القاعدة ب حـ ، ب حـ // هـ ء

∴ م (▱ هـ ب حـ و) = م (▱ أ ب حـ ء) (١)

، ∵ Δ ء س حـ يشترك مع ▱ أ ب حـ ء في القاعدة ء حـ ، س ∈ أ ب

∴ م (Δ ء س حـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء)

، ∵ Δ ء س حـ يشترك مع ▱ ء س حـ ص في القاعدة س حـ ، ء ∈ ء ص

∴ م (Δ ء س حـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ ء س حـ ص)

∴ م (▱ أ ب حـ ء) = م (▱ ء س حـ ص) (٢)

من (١) ، (٢)

∴ م (▱ هـ ب حـ و) = م (▱ أ ب حـ ء)

= م (▱ ء س حـ ص) (وهو المطلوب)

١٧

∵ أ ب حـ ء متوازي أضلاع ، س ص // أ ب // ء حـ

∴ أ ب ص س ، س ص حـ ء متوازيا أضلاع

[١] ∵ Δ س ل ص يشترك مع ▱ أ ب ص س في القاعدة س ص ، ل ∈ أ ب

∴ م (Δ س ل ص) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب ص س) (١)

، ∵ Δ س ص حـ يشترك مع ▱ س ص حـ ء في القاعدة ص حـ ، س ∈ س ء

∴ م (Δ س ص حـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ س ص حـ ء) (٢)

وبجمع (١) ، (٢) :

∴ م (الشكل س ل ص حـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء)

(وهو المطلوب)

[٢] ∵ Δ س ل ص يشترك مع ▱ أ ب ص س في القاعدة س ص ، ل ∈ أ ب

∴ م (Δ س ل ص) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب ص س) (١)

، ∵ Δ س ص م يشترك مع ▱ س ص حـ ء في القاعدة س ص ، م ∈ ء حـ

∴ م (Δ س ص م) = $\frac{1}{2}$ م (▱ س ص حـ ء) (٢)

ويجمع (١) ، (٢) :

∴ م (الشكل س ل ص م) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء)

(وهو المطلوب)

[٣] ∵ Δ أ س ص يشترك مع ▱ أ ب ص س في القاعدة أ س ، ص ∈ ب ص

∴ م (Δ أ س ص) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب ص س) (١)

، ∵ Δ س ص ل يشترك مع ▱ س ص حـ ء في القاعدة س ص ، ل ∈ ء حـ

∴ م (Δ س ص ل) = $\frac{1}{2}$ م (▱ س ص حـ ء) (٢)

بجمع (١) ، (٢) :

∴ م (Δ أ ل س) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء)

(وهو المطلوب)

[٤] ∵ Δ س ص و يشترك مع ▱ أ ب ص س في القاعدة س ص ، و ∈ أ ب

∴ م (Δ س ص و) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب ص س) (١)

، ∵ Δ هـ س ص يشترك مع ▱ س ص حـ ء في القاعدة س ص ، هـ ∈ حـ ء

∴ م (Δ هـ س ص) = $\frac{1}{2}$ م (▱ س ص حـ ء) (٢)

بجمع (١) ، (٢) :

∴ م (Δ و ص هـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء)

(وهو المطلوب)

[٥] ∵ Δ س ل ص يشترك مع ▱ أ ب ص س في القاعدة س ص ، ل ∈ أ ب

∴ م (Δ س ل ص) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب ص س) (١)

، ∵ Δ س هـ ص يشترك مع ▱ ء حـ ص س في القاعدة س ص ، هـ ∈ ء حـ

∴ م (Δ س هـ ص) = $\frac{1}{2}$ م (▱ ء حـ ص س) (٢)

ويطرح (٢) من (١) :

∴ م (Δ س ل هـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء)

(وهو المطلوب)

[٦] ∵ Δ س هـ ص يشترك مع ▱ أ ب ص س في القاعدة س ص ، هـ ∈ أ ب

∴ م (Δ س هـ ص) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب ص س) (١)

، ∵ Δ س م ص يشترك مع ▱ ء حـ ص س في القاعدة س ص ، م ∈ ء حـ

∴ م (Δ س م ص) = $\frac{1}{2}$ م (▱ ء حـ س ص) (٢)

ويطرح (٢) من (١) :

∴ م (Δ هـ م ص) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء) (وهو المطلوب)

١٨

(أ) ∵ أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، ب ء قطر.

∴ م (Δ أ ب ء) = م (Δ ب حـ ء) (١)

، ∵ ب هـ ل و متوازى أضلاع ، ب ل قطر.

∴ م (Δ ب هـ ل) = م (Δ ب و ل) (٢)

ويطرح (٢) من (١) :

∴ مساحة (الشكل (١)) = مساحة (الشكل (٢))

(وهو المطلوب)

(ب) ∵ أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، ب ء قطر.

∴ م (Δ أ ب ء) = م (Δ حـ ب ء) (١)

، ∵ س ب و م متوازى أضلاع ، ب م قطر.

∴ م (Δ س ب م) = م (Δ و ب م) (٢)

، ∵ هـ م ص ء متوازى أضلاع ، م ء قطر.

∴ م (Δ هـ م ء) = م (Δ ص م ء) (٣)

ويجمع (٢) ، (٣) وطرحهم من (١) :

∴ م (الشكل (١)) = م (الشكل (٢)) (وهو المطلوب)

١٩

∵ Δ ل و م يشترك مع ▱ ل م ن هـ في القاعدة ل م ، و ∈ هـ ن

∴ م (Δ ل و م) = $\frac{1}{2}$ م (▱ ل م ن هـ)

∴ م (Δ ل هـ و) + م (Δ م و ن)

= $\frac{1}{2}$ م (▱ ل م ن هـ) (١)

∵ Δ ل هـ م يشترك مع ▱ ل م ن هـ في القاعدة ل م ، هـ ∈ هـ ن

∴ م (Δ ل هـ م) = $\frac{1}{2}$ م (▱ ل م ن هـ) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (Δ ل هـ و) + م (Δ م و ن) = م (Δ ل هـ م)

(وهو المطلوب)

٢٠

∵ Δ أ و ب يشترك مع ▱ أ ب حـ ء في القاعدة أ ب ، و ∈ ء حـ

∴ م (Δ أ و ب) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء)

∴ م (Δ أ و ء) + م (Δ ب و حـ)

= $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء) (١)

، ∵ Δ ب حـ هـ يشترك مع ▱ أ ب حـ ء في القاعدة ب حـ ، هـ ∈ أ ء

∴ م (Δ ب حـ هـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (Δ أ و ء) + م (Δ ب و حـ) = م (Δ ب حـ هـ)

ويطرح م (Δ ب و حـ) من الطرفين :

∴ م (Δ أ و ء) = م (Δ هـ و حـ) (وهو المطلوب)

٢١

∵ متوازيا الأضلاع ء ب حـ و ، أ حـ و س مشتركان في القاعدة حـ و ، ب س // حـ و

∴ م (▱ ء ب حـ و) = م (▱ أ حـ و س) (١)

، ∵ Δ هـ ب حـ يشترك مع ▱ ء ب حـ و في القاعدة ب حـ ، هـ ∈ ء و

∴ م (Δ هـ ب حـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ ء ب حـ و) (٢)

، ∵ Δ هـ و س يشترك مع ▱ أ حـ و س في القاعدة س و ، هـ ∈ أ حـ

∴ م (Δ هـ و س) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ حـ و س) (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) :

∴ م (Δ هـ ب حـ) = م (Δ هـ و س) (المطلوب أولًا)

، ∵ م (▱ ء ب حـ و) = ٨٠ سم^2 ومن (١)

∴ م (▱ أ حـ و س) = ٨٠ سم^2

، ∵ م (Δ هـ و س) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ حـ و س)

∴ م (Δ أ س هـ) + م (Δ هـ حـ و)

= $\frac{1}{2}$ م (▱ أ حـ و س) = $\frac{1}{2}$ × ٨٠ = ٤٠ سم^2

(المطلوب ثانيًا)

٢٢

∵ أ ب حـ ء مربع محيطه ٤٨ سم

∴ أ ب = $\frac{٤٨}{٤}$ = ١٢ سم

، ∵ هـ منتصف أ ب ∴ أ هـ = $\frac{1}{2}$ أ ب = ٦ سم

، ∵ ب حـ هو ارتفاع Δ أ هـ حـ المناظر للقاعدة أ هـ

∴ م (Δ أ هـ حـ) = $\frac{1}{2}$ × أ هـ × ب حـ

= $\frac{1}{2}$ × ٦ × ١٢ = ٣٦ سم^2 (وهو المطلوب)

٢٣

∵ محيط متوازى الأضلاع أ ب حـ ء = ٤٨ سم

∴ أ ب + ب حـ = $\frac{٤٨}{٢}$ = ٢٤ سم

، ∵ ب حـ = ٢ أ ب

∴ أ ب + ٢ أ ب = ٢٤ سم ∴ ٣ أ ب = ٢٤ سم

∴ أ ب = $\frac{٢٤}{٣}$ = ٨ سم ، ب حـ = ٢ × ٨ = ١٦ سم

، ∵ مساحة Δ أ ب حـ = ٥٦ سم^2

∴ $\frac{1}{2}$ × أ ب × الارتفاع المناظر لها = ٥٦ سم^2

∴ $\frac{1}{2}$ × ٨ × الارتفاع المناظر للقاعدة أ ب = ٥٦ سم^2

∴ الارتفاع المناظر للقاعدة أ ب = $\frac{٥٦}{٤}$ = ١٤ سم

وبالمثل : $\frac{1}{2}$ × ١٦ × الارتفاع المناظر للقاعدة ب حـ = ٥٦ سم^2

∴ الارتفاع المناظر للقاعدة ب حـ = $\frac{٥٦}{٨}$ = ٧ سم

(المطلوب أولًا)

، ∵ م (Δ أ ب حـ) = ٥٦ سم^2 ∴ $\frac{1}{2}$ × ب حـ × ٧ = ٥٦

∴ ب حـ = ١٦ سم ∴ هـ حـ = ٨ سم

∴ م (Δ أ هـ حـ) = $\frac{1}{2}$ × ٨ × ٧ = ٢٨ سم^2

(المطلوب ثانيًا)

١١

١) المساحة المستخدمة لانتظار السيارات

= ٤ × مساحة متوازي الأضلاع

= ٤ × ٣ × ٣ = ٣٦ م²

٢) المساحة المستخدمة لزراعة الزهور

= ٢ × مساحة المثلث

= ٢ × ½ × ٣ × ٣ = ٩ م²

١٢

∵ Δ أ ب د يشترك مع ▱ أ ب ﺣ د في القاعدة أ ب

، د ∈ ﺣ د

∴ م (Δ أ ب د) = ½ م (▱ أ ب ﺣ د)

∴ م (Δ أ ء د) + م (Δ د ب ﺣ)

= ½ م (▱ أ ب ﺣ ء) (١)

، ∵ Δ ﻫ ب ﺣ يشترك مع ▱ أ ب ﺣ ء في القاعدة ب ﺣ ، ﻫ ∈ ء أ

∴ م (Δ ﻫ ب ﺣ) = ½ م (▱ أ ب ﺣ ء) (٢)

من (١) ، (٢)

∴ م (Δ أ ء د) + م (Δ د ب ﺣ) = م (Δ ﻫ ب ﺣ)

وبطرح م (Δ د ب ﺣ) من الطرفين :

∴ م (Δ أ ء د) = م (Δ ﻫ د ﺣ)

وبإضافة م (Δ ء د ﻫ) للطرفين :

∴ م (Δ أ د ﻫ) = م (Δ ء ﺣ ﻫ) (وهو المطلوب)

١٣

من Δ ب ء ﺣ

ق (∠ ب ﺣ ء)

= ١٨٠° − (٩٠° + ٣٠°) = ٦٠°

∴ ق (∠ أ ب ء) = ٩٠° − ٦٠° = ٣٠°

، من Δ أ ب ء

∵ ق (∠ أ ء ب) = ٩٠° ، ق (∠ أ ب ء) = ٣٠°

∴ أ ء = ½ أ ب أي أن : أ ب = ٢ أ ء (١)

، ∵ م (Δ أ ب ﺣ) = ½ أ ب × ب ﺣ

= ½ أ ﺣ × ب ء

∴ ب ء = (أ ب × ب ﺣ) / أ ﺣ وبالتعويض من (١) :

∴ ب ء = (٢ أ ء × ب ﺣ) / أ ﺣ (وهو المطلوب)

إجابات تمارين ٢

١ ١) متساويين في المساحة

٢) متساوية في المساحة

٣) سطحي مثلثين متساويين في المساحة

٤) Δ أ ﺣ ء ٥) ضعف ٦) ½

٢

∵ أ ء متوسط في المثلث أ ب ﺣ

∴ مساحة Δ أ ب ء = مساحة Δ أ ﺣ ء (١)

، ∵ ﻫ ء متوسط في Δ ﻫ ب ﺣ

∴ مساحة Δ ﻫ ب ء = مساحة Δ ﻫ ﺣ ء (٢)

بطرح طرفي (٢) من طرفي (١) ينتج أن :

مساحة Δ أ ب ﻫ = مساحة Δ أ ﺣ ﻫ (وهو المطلوب)

٣

١) Δ أ ﺣ ب ، مرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازي القاعدة.

٢) Δ ء ب ﺣ ، مرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازي القاعدة.

٣) Δ ﺣ ب م ، مساحة Δ ء أ ﺣ = مساحة Δ ء ب ﺣ

ومساحة Δ ء أ ﺣ − مساحة Δ ء م ﺣ

= مساحة Δ ء ب ﺣ − مساحة Δ ء م ﺣ

٤

∵ ء منتصف أ ب ، ﻫ منتصف أ ﺣ

∴ ء ﻫ // ب ﺣ

، ∵ ΔΔ ب ء ﻫ ، ﺣ ء ﻫ مشتركان في القاعدة ء ﻫ

، ء ﻫ // ب ﺣ

∴ م (Δ ب ء ﻫ) = م (Δ ﺣ ء ﻫ) (وهو المطلوب)

٥

∵ ΔΔ أ ﺣ ﻫ ، أ ء ﻫ مشتركان في القاعدة أ ﻫ

، أ ﻫ // ﺣ ء

∴ م (Δ أ ﺣ ﻫ) = م (Δ أ ء ﻫ)

وبإضافة م (Δ أ ب ﻫ) للطرفين :

∴ م (Δ أ ب ﺣ) = م (الشكل أ ب ﻫ ء) (وهو المطلوب)

٦

∵ ΔΔ أ ء ب ، أ ء ﺣ مشتركان في القاعدة أ ء

، أ ء // ب ﺣ

∴ م (Δ أ ء ب) = م (Δ أ ء ﺣ) (١)

، ∵ أ ء متوسط في Δ ب ء ﻫ

∴ م (Δ أ ء ﻫ) = م (Δ أ ء ب) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (Δ أ ء ﺣ) = م (Δ أ ء ﻫ) (وهو المطلوب)

٧

∵ ΔΔ أ س و ، ﺣ ص و قواعدهما متساوية في الطول ، س ص // أ ﺣ

∴ م (Δ أ س و) = م (Δ ﺣ ص و) (١)

∵ ب و متوسط في المثلث ب س ص

∴ م (Δ ب و س) = م (Δ ب و ص) (٢)

بجمع (١) ، (٢) :

∴ م (Δ أ ب و) = م (Δ ﺣ ب و) (وهو المطلوب)

٨

∵ س منتصف أ ب ، ص منتصف أ ﺣ

∴ س ص // ب ﺣ

، ∵ ΔΔ س ص ﻫ ، س ص ب مشتركان في القاعدة س ص ، س ص // ب ﺣ

∴ م (Δ س ص ﻫ) = م (Δ س ص ب) (١)

، ∵ س ص متوسط في Δ أ ب ص

∴ م (Δ س ص ب) = م (Δ أ س ص) (٢)

من (١) ، (٢)

∴ م (Δ س ص ﻫ) = م (Δ أ س ص) (وهو المطلوب)

٩

∵ ΔΔ أ ب ﺣ ، ء ب ﺣ مشتركان في القاعدة ب ﺣ

، ب ﺣ // أ ء

∴ م (Δ أ ب ﺣ) = م (Δ ء ب ﺣ) (١)

، ∵ م ﻫ متوسط في Δ م ب ﺣ

∴ م (Δ م ﺣ ﻫ) = م (Δ م ب ﻫ) (٢)

وبطرح (٢) من (١)

∴ م (الشكل أ ب ﻫ م) = م (الشكل ء م ﻫ ﺣ)

(وهو المطلوب)

١٠

∵ ΔΔ أ ب ﺣ ، ء ب ﺣ مشتركان في القاعدة ب ﺣ

، ب ﺣ // أ ء

∴ م (Δ أ ب ﺣ) = م (Δ ء ب ﺣ)

وبطرح م (Δ م ب ﺣ) من الطرفين

∴ م (Δ أ م ب) = م (Δ ء م ﺣ) (١)

، ∵ ΔΔ م ب س ، م ﺣ ص قواعدهما متساوية في الطول وعلى مستقيم واحد ومشتركان في الرأس م

∴ م (Δ م ب س) = م (Δ م ﺣ ص) (٢)

ويجمع (١) ، (٢) :

∴ م (الشكل أ ب س م) = م (الشكل ء حـ ص م)

(وهو المطلوب)

١١

∵ △△ أ ب ء ، أ حـ ء مشتركان في القاعدة أء ، أء // ب حـ

∴ م (△ أ ب ء) = م (△ أ حـ ء)

ويطرح م (△ أ م ء) من الطرفين :

∴ م (△ أ ب م) = م (△ ء حـ م) (١)

، ∵ أب متوسط في المثلث أ ص م

∴ م (△ أ ب م) = م (△ أ ص ب) (٢)

، ∵ ء حـ متوسط في المثلث ء م س

∴ م (△ ء م حـ) = م (△ ء حـ س) (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) :

∴ م (△ أ ص ب) = م (△ ء حـ س) (وهو المطلوب)

١٢

∵ △△ ء أ ب ، أ ء حـ مشتركان في القاعدة أء ، ب حـ // أء

∴ م (△ ء أ ب) = م (△ أ ء حـ)

ويطرح م (△ أ م ء) من الطرفين :

∴ م (△ أ م ب) = م (△ ء م حـ) (١)

، ∵ ءم متوسط في △ هـ م حـ

∴ م (△ م ء هـ) = م (△ ء م حـ) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (△ م ء هـ) = م (△ أ م ب) (وهو المطلوب)

١٣

∵ △△ أ ب ء ، أ حـ ء مشتركان في القاعدة أء ، أء // ب حـ

∴ م (△ أ ب ء) = م (△ أ حـ ء)

ويطرح م (△ أ م ء) من الطرفين :

∴ م (△ أ ب م) = م (△ ء م حـ) (١)

، ∵ م هـ متوسط في المثلث أ ب م

∴ م (△ أ هـ م) = $\frac{1}{2}$ م (△ أ ب م) (٢)

، ∵ ء ن متوسط في المثلث ء م حـ

∴ م (△ ء ن حـ) = $\frac{1}{2}$ م (△ ء م حـ) (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) :

∴ م (△ أ هـ م) = م (△ ء ن حـ) (وهو المطلوب)

١٤

∵ △△ أ ب هـ ، ء حـ هـ قواعدهما متساوية في الطول ، أء // ب حـ

∴ م (△ أ ب هـ) = م (△ ء حـ هـ)

وبإضافة م (△ هـ ب حـ) للطرفين :

∴ م (الشكل أ ب حـ هـ) = م (الشكل ء هـ ب حـ)

(وهو المطلوب)

١٥

∵ △ أ ب حـ يشترك مع ▱ أ ب حـ ء في القاعدة ب حـ

∴ م (△ أ ب حـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء) (١)

، ∵ أ هـ متوسط في △ أ ب حـ

∴ م (△ أ ب هـ) = $\frac{1}{2}$ م (△ أ ب حـ) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (△ أ ب هـ) = $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء)

= $\frac{1}{4}$ م (▱ أ ب حـ ء) (وهو المطلوب)

١٦

∵ △ ب حـ هـ يشترك مع ▱ أ ب حـ ء في القاعدة ب حـ ، هـ ∈ أء

∴ م (△ ب حـ هـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء)

∴ م (△ أ ب هـ) + م (△ ء هـ حـ)

= $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء) = $\frac{1}{2}$ × ٤٨ = ٢٤ سم^2

، ∵ △△ أ ب هـ ، ء هـ حـ قواعدهما متساوية في الطول ، ب حـ // أء

∴ م (△ أ ب هـ) = م (△ ء هـ حـ)

= $\frac{1}{2}$ × ٢٤ = ١٢ سم^2

(وهو المطلوب)

١٧

∵ △ س و ن يشترك مع المربع ء هـ و ن في القاعدة و ن ، س ∈ ء هـ

∴ م (△ س و ن) = $\frac{1}{2}$ مساحة المربع ء هـ و ن

= $\frac{1}{2}$ × ١٢ × ١٢ = ٧٢ سم^2

، ∵ ص و متوسط في △ س و ن

∴ م (△ س ص و) = $\frac{1}{2}$ م (△ س و ن)

= $\frac{1}{2}$ × ٧٢ = ٣٦ سم^2

(وهو المطلوب)

١٨

∵ ء هـ متوسط في △ أ ء حـ

∴ م (△ ء هـ حـ) = $\frac{1}{2}$ م (△ أ ء حـ)

∴ م (△ أ ء حـ) = ٢ × ٥ = ١٠ سم^2

، ∵ أء متوسط في △ أ ب حـ

∴ م (△ أ ء حـ) = $\frac{1}{2}$ م (△ أ ب حـ)

∴ م (△ أ ب حـ) = ٢ × ١٠ = ٢٠ سم^2 (وهو المطلوب)

١٩

∵ ب هـ متوسط في △ أ ب حـ

∴ م (△ أ ب هـ) = م (△ حـ ب هـ) (١)

، ∵ ء هـ متوسط في △ أ ء حـ

∴ م (△ أ ء هـ) = م (△ حـ ء هـ) (٢)

بجمع (١) ، (٢) : ∴ م (△ أ ب ء) = م (△ حـ ب ء)

، ∵ م (△ ب حـ ء) = $\frac{1}{2}$ × ٨ × ٦ = ٢٤ سم^2

∴ م (الشكل أ ب حـ ء) = ٢٤ + ٢٤ = ٤٨ سم^2

٢٠

∵ △△ أ س م ، ء ص م قواعدهما متساوية في الطول وعلى مستقيم واحد ومشتركان في الرأس م

∴ م (△ أ س م) = م (△ ء ص م) (١)

∵ △△ أ ب حـ ، ء حـ ب مشتركان في القاعدة ب حـ ، ب حـ // أء

∴ م (△ أ ب حـ) = م (△ ء حـ ب)

ويطرح م (△ ب م حـ) من الطرفين :

∴ م (△ أ ب م) = م (△ ء حـ م) (٢)

بجمع (١) ، (٢) :

∴ م (الشكل أ ب م س) = م (الشكل ء حـ م ص)

(وهو المطلوب)

٢١

∵ △ ب و حـ ، ▱ أ ب حـ ء مشتركان في القاعدة ب حـ ، محصوران بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل القاعدة.

∴ م (△ ب و حـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء) (١)

∵ ب و متوسط في المثلث و هـ حـ

∴ م (△ ب و حـ) = $\frac{1}{2}$ م (△ و هـ حـ) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (△ و هـ حـ) = م (▱ أ ب حـ ء) (وهو المطلوب)

٢٢

∵ △△ ء أ ب ، أ ء حـ مشتركان في القاعدة أء ، ب حـ // أء

∴ م (△ ء أ ب) = م (△ أ ء حـ)

وبطرح م (△ أ و ء) من الطرفين :

∴ م (△ أ و ب) = م (△ ء و حـ) (١)

، ∵ ب و متوسط فى △ أ ب هـ

∴ م (△ أ و ب) = م (△ ب و هـ) (٢)

من (١) ، (٢)

∴ م (△ ء و حـ) = م (△ ب و هـ) (وهو المطلوب)

٢٣

∵ △△ ء ب ، أ ء حـ مشتركان فى القاعدة أ ء

، ب حـ // أ ء

∴ م (△ أ ء ب) = م (△ أ ء حـ)

وبطرح م (△ أ ء هـ) من الطرفين :

∴ م (△ أ ب هـ) = م (△ ء هـ حـ) (١)

، ∵ △△ ء هـ حـ ، هـ حـ و مشتركان فى القاعدة هـ حـ

، ء و // هـ حـ

∴ م (△ ء هـ حـ) = م (△ هـ حـ و) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (△ أ ب هـ) = م (△ هـ حـ و) (وهو المطلوب)

٢٤

∵ أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، أ حـ قطر فيه.

∴ م (△ أ حـ ء) = م (△ أ ب حـ) (١)

∵ △△ أ ب حـ ، هـ ب ء قواعدهما متساوية فى الطول وعلى مستقيم واحد ، حـ هـ // أ ء

∴ م (△ أ ب حـ) = م (△ هـ ب ء) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (△ هـ ب ء) = م (△ أ حـ ء) (وهو المطلوب)

٢٥

∵ △△ أ ب حـ ، ء ب حـ مشتركان فى القاعدة ب حـ

، ب حـ // أ ء

∴ م (△ أ ب حـ) = م (△ ء ب حـ)

وبطرح م (△ ب م حـ) من الطرفين :

∴ م (△ أ ب م) = م (△ ء م حـ) (١)

∵ △△ ء م حـ ، هـ م حـ مشتركان فى القاعدة م حـ

، م حـ // ء هـ

∴ م (△ ء م حـ) = م (△ هـ م حـ) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (△ أ ب م) = م (△ ء م حـ)

= م (△ هـ م حـ) (المطلوب أولًا)

∵ م (△ ء م حـ) = م (△ هـ م حـ)

بإضافة م (△ ب م حـ) للطرفين :

∴ م (△ ء ب حـ) = م (△ هـ ب م) (المطلوب ثانيًا)

٢٦

∵ ب هـ = و حـ وبإضافة هـ و إلى الطرفين :

∴ ب و = هـ حـ

، ∵ △△ أ ب و ، ء هـ حـ قواعدهما متساوية فى الطول وعلى مستقيم واحد ، أ ء // ب حـ

∴ م (△ أ ب و) = م (△ ء هـ حـ)

∴ م (الشكل أ ب حـ ء) − م (△ أ ب و)

= م (الشكل أ ب حـ ء) − م (△ ء هـ حـ)

∴ م (الشكل أ و حـ ء) = م (الشكل أ ب هـ ء)

(وهو المطلوب)

٢٧

∵ △△ أ ب حـ ، ء ب حـ مشتركان فى القاعدة ب حـ

، ب حـ // أ ء

∴ م (△ أ ب حـ) = م (△ ء ب حـ)

وبطرح م (△ ب م حـ) من الطرفين :

∴ م (△ أ ب م) = م (△ ء م حـ) (المطلوب أولاً)

∵ م (△ أ ب م) = ٣ م (△ ب م حـ)

∴ م (△ أ ب م) = ٣ × ٢٠ = ٦٠ سم^2

∴ م (△ أ ب حـ) = ٦٠ + ٢٠ = ٨٠ سم^2

∵ △ أ ب حـ يشترك مع المستطيل المنشأ على ب حـ وقاعدة الأخرى على أ ء فى القاعدة ب حـ ، أ ∈ أ ء

∴ م (△ أ ب حـ) = $\frac{1}{2}$ مساحة المستطيل

∴ مساحة المستطيل المطلوب = ٢ × ٨٠ = ١٦٠ سم^2

(المطلوب ثانيًا)

٢٨

العمل : نرسم أ ء

البرهان :

∵ △△ و أ حـ ، ء أ حـ

مشتركان فى القاعدة أ حـ ، و ء // أ حـ

∴ م (△ و أ حـ) = م (△ ء أ حـ) (١)

، ∵ △△ أ هـ ب ، أ ء حـ قواعدهما متساوية فى الطول وعلى مستقيم واحد ومشتركان فى الرأس أ

∴ م (△ أ هـ ب) = م (△ أ ء حـ) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (△ و أ حـ) = م (△ أ هـ ب)

وبإضافة م (△ أ ب حـ) للطرفين :

∴ م (△ و ب حـ) = م (△ أ هـ حـ) (وهو المطلوب)

٢٩

العمل : نرسم أ س

البرهان :

∵ أ س متوسط فى △ أ ب حـ

∴ م (△ أ س حـ) = $\frac{1}{2}$ م (△ أ ب حـ)

∴ م (△ أ س ص) + م (△ ص س حـ)

= $\frac{1}{2}$ م (△ أ ب حـ) (١)

، ∵ △△ أ س ص ، هـ س ص مشتركان فى القاعدة س ص ، هـ أ // س ص

∴ م (△ أ س ص) = م (△ هـ س ص)

وبالتعويض فى (١) :

∴ م (△ هـ س ص) + م (△ ص س حـ)

= $\frac{1}{2}$ م (△ أ ب حـ)

∴ م (△ هـ ص حـ) = $\frac{1}{2}$ م (△ أ ب حـ) (وهو المطلوب)

إجابات تمارين ٤

١

∵ م (△ أ ب م) = م (△ ء م حـ)

وبإضافة م (△ ب م حـ) للطرفين :

∴ م (△ أ ب حـ) = م (△ ء ب حـ)

وهما مشتركان فى القاعدة ب حـ وفى جهة واحدة منها.

∴ أ ء // ب حـ (وهو المطلوب)

٢

∵ م (△ أ ب هـ) = م (△ أ حـ ء)

ويطرح م (△ أ ء هـ) من الطرفين :

∴ م (△ ء هـ ب) = م (△ ء هـ حـ)

وهما مشتركان فى القاعدة ء هـ وفى جهة واحدة منها.

∴ ء هـ // ب حـ (وهو المطلوب)

٣

∵ أ ب = أ حـ

∴ ق (∠ أ ب حـ) = ق (∠ أ حـ ب)

∴ △△ هـ ب حـ ، ء حـ ب فيهما :

ق (∠ ب هـ حـ) = ق (∠ حـ ء ب) = ٩٠°

ق (∠ هـ ب حـ) = ق (∠ ء حـ ب)

ب حـ ضلع مشترك

∴ △ هـ ب حـ ≡ △ ء حـ ب

∴ م (△ هـ ب حـ) = م (△ ء حـ ب)

وهما مشتركان فى القاعدة ب حـ وفى جهة واحدة منها.

∴ هـ د // ب جـ (المطلوب أولاً)

∵ ∆∆ د ب هـ ، هـ جـ د مشتركان في القاعدة هـ د

، هـ د // ب جـ

∴ م(∆ د ب هـ) = م(∆ هـ جـ د)

وبإضافة م(∆ أ د هـ) للطرفين :

∴ م(∆ أ د ب) = م(∆ أ هـ جـ) (المطلوب ثانياً)

٤

∵ م جـ متوسط في المثلث د هـ جـ

∴ م(∆ جـ م هـ) = م(∆ جـ م د)

ولكن م(∆ جـ م هـ) = م(∆ أ م ب)

∴ م(∆ أ م ب) = م(∆ جـ م د)

وبإضافة م(∆ أ م د) للطرفين :

∴ م(∆ أ ب د) = م(∆ أ جـ د)

وهما مشتركان في القاعدة أ د وفي جهة واحدة منها.

∴ أ د // ب جـ (وهو المطلوب)

٥

∵ ∆∆ أ د ب ، أ د جـ مشتركان في القاعدة أ د

، أ د // ب جـ

∴ م(∆ أ د ب) = م(∆ أ د جـ)

وبطرح م(∆ أ د م) من الطرفين :

∴ م(∆ أ ب م) = م(∆ د جـ م)

ولكن م(∆ أ ب م) = م(∆ هـ جـ م)

∴ م(∆ هـ جـ م) = م(∆ د جـ م)

وهما مشتركان في القاعدة م جـ وفي جهة واحدة منها.

∴ د هـ // أ جـ (وهو المطلوب)

٦

∵ أ ب هـ جـ متوازي أضلاع ، ب جـ قطر فيه.

∴ م(∆ أ ب جـ) = م(∆ ب هـ جـ)

ولكن م(∆ ب هـ جـ) = م(∆ د ب جـ)

∴ م(∆ أ ب جـ) = م(∆ د ب جـ)

وهما مشتركان في القاعدة ب جـ وفي جهة واحدة منها.

∴ أ د // ب جـ (وهو المطلوب)

٧

∵ م(المستطيل أ ب جـ د) = ١٢ × ٩ = ١٠٨ سم^2

، ∵ م(∆ أ د جـ) = ١/٢ م(المستطيل أ ب جـ د)

∴ م(∆ أ د جـ) = ١٠٨/٢ = ٥٤ سم^2

∴ م(∆ أ د جـ) = م(∆ س أ جـ) = ٥٤ سم^2

وهما مشتركان في القاعدة أ جـ وفي جهة واحدة منها.

∴ س د // أ جـ (وهو المطلوب)

٨

∵ م(∆ أ ب جـ) = م(∆ أ م هـ)

وبطرح م(∆ أ ب م) من الطرفين :

∴ م(∆ ب م جـ) = م(∆ ب م هـ)

وهما مشتركان في القاعدة ب م وفي جهة واحدة منها

∴ هـ جـ // ب م ∴ ب د // هـ جـ (١)

، ∵ أ ب جـ د متوازي أضلاع

∴ أ ب // د جـ ∴ ب هـ // د جـ (٢)

∴ الشكل ب هـ جـ د متوازي أضلاع (وهو المطلوب)

٩

∵ ∆ هـ ب جـ يشترك مع ▱ أ ب جـ د في القاعدة ب جـ ، هـ ∈ أ د

∴ م(∆ ب هـ جـ) = م(∆ أ ب هـ) + م(∆ هـ د جـ)

= ١/٢ م(▱ أ ب جـ د)

، ∵ م(∆ و جـ هـ) = م(∆ أ هـ ب) + م(∆ هـ جـ د)

∴ م(∆ ب هـ جـ) = م(∆ و جـ هـ)

وهما مشتركان في القاعدة هـ جـ وفي جهة واحدة منها

∴ ب و // هـ جـ (وهو المطلوب)

١٠

∵ ∆∆ أ ب جـ ، ب جـ د مشتركان في القاعدة ب جـ

، ب جـ // أ د

∴ م(∆ أ ب جـ) = م(∆ د ب جـ)

وبطرح م(∆ ب م جـ) من الطرفين :

∴ م(∆ أ ب م) = م(∆ د م جـ)

ولكن م(∆ د م جـ) = م(∆ أ ب س)

∴ م(∆ أ ب م) = م(∆ أ ب س)

وهما مشتركان في القاعدة أ ب وفي جهة واحدة منها

∴ أ ب // م س (وهو المطلوب)

١١

∵ ∆∆ أ س م ، د ص م قواعدهما متساوية في الطول وقواعدهما على استقامة واحدة ومشتركان في الرأس م

∴ م(∆ أ س م) = م(∆ د ص م) (١)

∵ م(∆ أ ب م) = م(∆ د جـ م) (٢)

بطرح (١) من (٢) :

∴ م(∆ أ س ب) = م(∆ د ص جـ)

وقواعدهما متساوية في الطول وعلى استقامة واحدة

، المثلثان في جهة واحدة من المستقيم المار بقاعدتيهما.

∴ أ د // ب جـ (وهو المطلوب)

١٢

∵ م(∆ أ ب د) = م(∆ أ جـ د) وهما مشتركان في القاعدة أ د وفي جهة واحدة منها.

∴ ب جـ // أ د

، ∵ هـ ∈ ب جـ ∴ هـ جـ // أ د

، ∵ ∆∆ أ هـ د ، أ جـ د مشتركان في القاعدة أ د

، هـ جـ // أ د

∴ م(∆ أ هـ د) = م(∆ أ جـ د) (وهو المطلوب)

١٣

∵ م(∆ أ ب هـ) = م(∆ د هـ جـ) ، وقواعدهما متساوية في الطول وعلى استقامة واحدة

، المثلثان في جهة واحدة من المستقيم المار بقاعدتيهما.

∴ أ د // ب جـ

∴ م(∆ أ ب جـ) = م(∆ د ب جـ)

(مشتركان في القاعدة ب جـ ، أ د // ب جـ)

وبطرح م(∆ م ب جـ) من الطرفين :

∴ م(∆ أ م ب) = م(∆ د م جـ) (وهو المطلوب)

١٤

∵ ∆∆ أ ب د ، أ جـ د مشتركان في القاعدة أ د

، ب جـ // أ د

∴ م(∆ أ ب د) = م(∆ أ جـ د) (١)

، ∵ م(∆ أ ب هـ) = م(∆ د و جـ) (٢)

وبطرح (٢) من (١) :

∴ م(∆ أ هـ د) = م(∆ أ و د)

وهما مشتركان في القاعدة أ د وفي جهة واحدة منها.

∴ أ د // هـ و

، ∵ ب جـ // أ د

∴ هـ و // ب جـ (وهو المطلوب)

١٥

∵ ∆∆ أ ب جـ ، د ب جـ مشتركان في القاعدة ب جـ

، أ د // ب جـ

∴ م(∆ أ ب جـ) = م(∆ د ب جـ)

∴ ١/٢ م(∆ أ ب جـ) = ١/٢ م(∆ د ب جـ)

∴ م(∆ س ب جـ) = م(∆ ص ب جـ)

(جـ س متوسط في ∆ د ب جـ ، ب ص متوسط في ∆ أ ب جـ)

وهما مشتركان فى القاعدة $\overline{\text{ب ح}}$ وفى جهة واحدة منها.

∴ $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب ح}}$ (وهو المطلوب)

١٦

∵ ΔΔ ا ء ب ، ا ء ح مشتركان فى القاعدة $\overline{\text{ا ء}}$

، $\overline{\text{ب ح}}$ // $\overline{\text{ا ء}}$

∴ م (Δ ا ء ب) = م (Δ ا ء ح)

∴ $\frac{١}{٢}$ م (Δ ا ء ب) = $\frac{١}{٢}$ م (Δ ا ء ح)

∴ م (Δ ا ء هـ) = م (Δ ا ء و)

($\overline{\text{ا هـ}}$ متوسط فى Δ ا ء ب ، $\overline{\text{ء و}}$ متوسط فى Δ ا ء ح)

وهما مشتركان فى القاعدة $\overline{\text{ا ء}}$ وفى جهة واحدة منها.

∴ $\overline{\text{ا ء}}$ // $\overline{\text{هـ و}}$

، ∵ $\overline{\text{ا ء}}$ // $\overline{\text{ب ح}}$

∴ $\overline{\text{هـ و}}$ // $\overline{\text{ب ح}}$ (وهو المطلوب)

١٧

∵ م (Δ س ا ء) = م (Δ ص ا ء) (١)

وهما مشتركان فى القاعدة $\overline{\text{ا ء}}$ وفى جهة واحدة منها.

∴ $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ا ء}}$ (٢)

، ∵ $\overline{\text{ء س}}$ متوسط فى Δ ا ب ء

∴ م (Δ ا ب ء) = ٢ م (Δ س ا ء) (٣)

، ∵ $\overline{\text{ا ص}}$ متوسط فى Δ ا ح ء

∴ م (Δ ا ح ء) = ٢ م (Δ ص ا ء) (٤)

من (١) ، (٣) ، (٤) :

∴ م (Δ ا ب ء) = م (Δ ا ح ء)

وهما مشتركان فى القاعدة $\overline{\text{ا ء}}$ وفى جهة واحدة منها.

∴ $\overline{\text{ب ح}}$ // $\overline{\text{ا ء}}$ (٥)

ومن (٢) ، (٥) :

∴ $\overline{\text{ا ء}}$ // $\overline{\text{ب ح}}$ // $\overline{\text{س ص}}$ (وهو المطلوب)

١٨

العمل : نرسم $\overline{\text{ب ص}}$ ، $\overline{\text{ح ص}}$

البرهان : ∵ $\overline{\text{س ص}}$ متوسط

فى المثلث ب ص ح

∴ م (Δ ب س ص) = م (Δ ح س ص) (١)

∵ م (الشكل ا ب ص س) = م (الشكل ء ح ص س) (٢)

بطرح (١) من (٢) :

∴ م (Δ ا ب س) = م (Δ ء ح س)

وقواعدهما متساوية فى الطول وعلى استقامة واحدة ، المثلثان فى جهة واحدة من المستقيم المار بقاعدتيهما.

∴ $\overline{\text{ا ء}}$ // $\overline{\text{ب ح}}$ (وهو المطلوب)

١٩

∵ ΔΔ ا م ء ، ء م ح قواعدهما $\overline{\text{ا م}}$ ، $\overline{\text{م ح}}$ على مستقيم واحد ومشتركان فى الرأس ء

، ا م = $\frac{١}{٢}$ م ح

∴ م (Δ ا ء م) = $\frac{١}{٢}$ م (Δ ء م ح) (١)

، ∵ ΔΔ ا ء م ، ا م ب قواعدهما $\overline{\text{ء م}}$ ، $\overline{\text{م ب}}$ على مستقيم واحد ومشتركان فى الرأس ا

، ء م = $\frac{١}{٢}$ م ب

∴ م (Δ ا ء م) = $\frac{١}{٢}$ م (Δ ا م ب) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (Δ ء م ح) = م (Δ ا م ب)

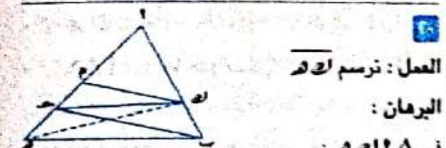
وبإضافة م (Δ ا م ء) للطرفين :

∴ م (Δ ا ء ب) = م (Δ ا ء ح)

وهما مشتركان فى القاعدة $\overline{\text{ا ء}}$ وفى جهة واحدة منها.

∴ $\overline{\text{ب ح}}$ // $\overline{\text{ا ء}}$ (وهو المطلوب)

٢٠



العمل : نرسم $\overline{\text{ك هـ}}$

البرهان :

فى Δ ا ك هـ :

∵ م منتصف $\overline{\text{ا ك}}$

∴ م (Δ ا ك هـ) = ٢ م (Δ ا ك م)

، ∵ م (Δ ا ب ح) = ٢ م (Δ ا ك م) (معطى)

∴ م (Δ ا ك هـ) = م (Δ ا ب ح)

وبطرح م (Δ ا ك ح) من الطرفين

∴ م (Δ ك ح هـ) = م (Δ ك ح ب)

وهما مشتركان فى $\overline{\text{ك ح}}$ وفى جهة واحدة منها.

∴ $\overline{\text{ب هـ}}$ // $\overline{\text{ك ح}}$ (وهو المطلوب)

إجابات تمارين ٥

١

١ ارتفاعه ، طولى القطرين

٢ ضلعه ، مربع طول قطره

٣ $\frac{١}{٢}$ مجموع طولى قاعدتيه المتوازيتين

٤ الارتفاع ، القاعدة المتوسطة

٥ متطابقتان (متساويتان فى القياس)

٦ متطابقين (متساويين فى الطول)

٢

١ المساحة = ٦ × ٥ = ٣٠ $\text{سم}^٢$

٢ المساحة = ١٢ × ٨ = ٩٦ $\text{سم}^٢$

٣ المساحة = $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ١٠ = ٤٠ $\text{سم}^٢$

٤ المساحة = $\frac{١}{٢}$ × ٢٤ × ١٠ = ١٢٠ $\text{سم}^٢$

٥ المساحة = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ١٠ = ٥٠ $\text{سم}^٢$

٦ المساحة = $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ٨ = ٣٢ $\text{سم}^٢$

٧ المساحة = $\left(\frac{٦ + ٨}{٢}\right)$ × ١٢ = ٨٤ $\text{سم}^٢$

٨ المساحة = $\left(\frac{٨ + ١٠}{٢}\right)$ × ٥ = ٤٥ $\text{سم}^٢$

٩ المساحة = ٧ × ٦ = ٤٢ $\text{سم}^٢$

١٠ المساحة = ١٢ × ٨ = ٩٦ $\text{سم}^٢$

٣

١ (ا)	٢ (ﺟ)	٣ (ا)	٤ (ب)
٥ (ب)	٦ (ﺟ)	٧ (ب)	٨ (ب)
٩ (ﺟ)	١٠ (ب)		

٤

فى Δ ا هـ ء : ∵ ق (∠ هـ) = ٩٠°

∴ $(\text{ا ء})^٢$ = $(\text{ا هـ})^٢$ + $(\text{هـ ء})^٢$ = ١٦ + ٩ = ٢٥

∴ ا ء = $\sqrt{٢٥}$ = ٥ سم

∴ مساحة الجزء المظلل = مساحة المربع − مساحة المثلث

= $٥^٢$ − $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ٣ = ١٩ $\text{سم}^٢$

٥

∵ مساحة المستطيل = ٢ × ٩ = ١٨ $\text{سم}^٢$

∴ مساحة المربع = ١٨ $\text{سم}^٢$

∴ $\frac{١}{٢}$ × $(\text{طول القطر})^٢$ = ١٨

∴ $(\text{طول القطر})^٢$ = ٣٦ ∴ طول القطر = ٦ سم

٦

∵ مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ١٦ = ٦٤ $\text{م}^٢$

∴ مساحة المربع = ٦٤ $\text{م}^٢$

∴ طول ضلع المربع = ٨ م

∴ محيط المربع = ٨ × ٤ = ٣٢ م

٧

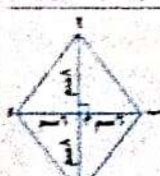
∵ مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ × ١٨ × ٢٤ = ٢١٦ $\text{م}^٢$

∴ مساحة شبه المنحرف = ٢١٦ $\text{م}^٢$

∴ طول قاعدته المتوسطة = $\frac{٢١٦}{١٢}$ = ١٨ م

---

٨ من الرسم :



$(\text{ا ب})^٢$ = $(٦)^٢$ + $(٨)^٢$ = ١٠٠

∴ ا ب = ١٠ سم

∴ طول الضلع = ١٠ سم

، ∵ مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ × ١٢ × ١٦

= ٩٦ $\text{سم}^٢$

∴ الارتفاع = $\frac{٩٦}{١٠}$ = ٩,٦ سم

٩

∵ محيط المعين = ٥٢ سم

∴ طول ضلع المعين

= $\frac{٥٢}{٤}$ = ١٣ سم

وبرسم المعين كما بالشكل بحيث ب ء = ١٠ سم

∴ ب م = ٥ سم

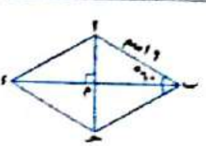
∵ $\overline{أ حـ} \perp \overline{ب ء}$ ∴ (أ م)^{٢} = (أ ب)^{٢} − (ب م)^{٢}

∴ (أ م)^{٢} = ١٦٩ − ٢٥ = ١٤٤

∴ أ م = ١٢ سم ∴ أ حـ = ٢٤ سم

∴ مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ٢٤ = ١٢٠ سم^{٢}

١٠



∵ محيط المعين = ٦٤ سم

∴ طول ضلع المعين

= $\frac{٦٤}{٤}$ = ١٦ سم

برسم المعين كما بالشكل بحيث أ ب = ١٦ سم

، ق (∠ ب) = ٦٠°

∵ قطر المعين ينصف زاويتي الرأس.

∴ ق (∠ أ ب م) = ٣٠°

∵ قطري المعين متعامدان. ∴ ق (∠ أ م ب) = ٩٠°

∵ في المثلث القائم الزاوية طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠° يساوي نصف طول الوتر.

∴ أ م = $\frac{١}{٢}$ × ١٦ = ٨ سم

∴ أ حـ = ٢ × ٨ = ١٦ سم

∵ ق (∠ أ م ب) = ٩٠°

∴ (ب م)^{٢} = (أ ب)^{٢} − (أ م)^{٢}

∴ (ب م)^{٢} = ٢٥٦ − ٦٤ = ١٩٢

∴ ب م = $\sqrt{١٩٢}$ = ٨ $\sqrt{٣}$ سم

∴ ب ء = ٢ × ٨ $\sqrt{٣}$ = ١٦ $\sqrt{٣}$

∴ مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ × ١٦ × ١٦ $\sqrt{٣}$

= ١٢٨ $\sqrt{٣}$ سم^{٢}

١١

[١] العمل :

نرسم $\overline{ء هـ} \perp \overline{ب حـ}$

البرهان : ∵ ق (∠ حـ) = ٤٥°

∴ ق (∠ حـ ء هـ) = ١٨٠° − (٩٠° + ٤٥°) = ٤٥°

∴ ء هـ = هـ حـ = ٥ سم

∴ مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ (٧ + ١٢) × ٥

= ٤٧,٥ سم^{٢}

[٢] العمل :

نرسم $\overline{أ هـ} \perp \overline{ب حـ}$

، $\overline{ء و} \perp \overline{ب حـ}$

البرهان :

ق (∠ حـ ء و) = ١٨٠° − (٩٠° + ٦٠°) = ٣٠°

∵ في المثلث القائم الزاوية الضلع المقابل للزاوية ٣٠° يساوي نصف طول الوتر.

∴ و حـ = ٥ سم

، (ء و)^{٢} = (ء حـ)^{٢} − (و حـ)^{٢} = ١٠٠ − ٢٥ = ٧٥

∴ ء و = ٥ $\sqrt{٣}$ سم

بالمثل ب هـ = ٥ سم

∴ ب حـ = ٥ + ٧ + ٥ = ١٧ سم

∴ مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ (٧ + ١٧) × ٥ $\sqrt{٣}$

= $\frac{١}{٢}$ × ٢٤ × ٥ $\sqrt{٣}$

= ٦٠ $\sqrt{٣}$ سم^{٢}

١٢

نفرض أن طول القطر الأصغر = ٣ س سم

∴ طول القطر الأكبر = ٤ س سم

∴ ٢ س = ٩ ∴ س = ٣

∴ طول القطر الأكبر = ٤ × ٣ = ١٢ سم

∴ مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ × ٩ × ١٢ = ٥٤ سم^{٢}

١٣

نفرض أن طول القطر الأصغر = ٥ س سم

∴ طول القطر الأكبر = ٨ س سم

∴ المساحة = $\frac{١}{٢}$ × ٥ س × ٨ س = ٢٠ س^{٢}

∴ ٢٠ س^{٢} = ٢٠٠٠ ∴ س^{٢} = ١٠٠

∴ س = ١٠

∴ طولا القطرين هما ٥٠ سم ، ٨٠ سم

١٤

نفرض أن طولي القاعدتين المتوازيتين هما ٢ س سم ، ٣ س سم

∴ $\frac{١}{٢}$ (٢ س + ٣ س) = ٣٠

∴ ٥ س = ٦٠ ∴ س = ١٢

∴ طولا القاعدتين هما : ٢٤ سم ، ٣٦ سم

مساحة شبه المنحرف = ٣٠ × ٢٤ = ٧٢٠ سم^{٢}

١٥

نفرض أن طولي القاعدتين ٣ س سم ، ٢ س سم

∴ المساحة = $\frac{١}{٢}$ (٣ س + ٢ س) × ١٢

∴ $\frac{١}{٢}$ (٣ س + ٢ س) × ١٢ = ١٨٠

∴ ٣٠ س = ١٨٠ ∴ س = ٦ سم

∴ طولا القاعدتين هما : ١٨ سم ، ١٢ سم

١٦

نفرض أن طولي القاعدتين المتوازيتين والارتفاع هم :

٣ س م ، ٢ س م ، ٤ س م

∴ المساحة = $\frac{١}{٢}$ (٣ س + ٢ س) × ٤ س

∴ ٤٠٠٠ = $\frac{١}{٢}$ (٣ س + ٢ س) × ٤ س

∴ ١٠ س^{٢} = ٤٠٠٠ ∴ س^{٢} = ٤٠٠

∴ س = ٢٠ م

∴ طولا القاعدتين المتوازيتين هما : ٦٠ م ، ٤٠ م

∴ طول القاعدة المتوسطة = $\frac{٦٠ + ٤٠}{٢}$ = ٥٠ م

١٧

مساحة القطعة الأرض التي على شكل شبه المنحرف

= $\frac{١}{٢}$ (٧٦ + ٦٤) × ٤٥ = ٣١٥٠ مترًا مربعًا

، مساحة القطعة التي على شكل معين

= $\frac{١}{٢}$ × ٧٤ × ٩٠ = ٣٣٣٠ مترًا مربعًا

∴ مساحة القطعة المستطيلة

= ٣١٥٠ + ٣٣٣٠ = ٦٤٨٠ مترًا مربعًا

وبفرض أن طول القطعة المستطيلة = ٥ س سم

∴ عرض القطعة المستطيلة = ٤ س متر

∴ ٥ س × ٤ س = ٦٤٨٠

∴ س^{٢} = ٣٢٤ ∴ س = $\sqrt{٣٢٤}$ = ١٨ مترًا

∴ طول القطعة المستطيلة = ٥ × ١٨ = ٩٠ مترًا

، وعرضها = ٤ × ١٨ = ٧٢ مترًا

١٨

∵ $\frac{أ ء + ب حـ}{٢}$ = س ص

∴ $\frac{أ ء + ١٠}{٢}$ = ٧

∴ أ ء = ٤ سم

، ∵ المساحة = طول القاعدة المتوسطة × طول البعد العمودي بين $\overline{أ ء}$ ، $\overline{ب حـ}$

∴ طول البعد العمودي بين $\overline{أ ء}$ ، $\overline{ب حـ}$ = $\frac{٣٥}{٧}$ = ٥ سم

١٩

∵ م (△ أ ب حـ)

= $\frac{١}{٢}$ ب حـ × أ هـ

∴ ٢٢٥ = $\frac{١}{٢}$ × ٤٥ × أ هـ

∴ أ هـ = ١٠ سم

∴ مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ (٣٧ + ٤٥) × ١٠

= ٣٦٠ سم^{٢}

٤٠

∵ مساحة Δ أ ب ء

= ½ أ ب × أ ء

= ½ أ و × ب ء

∴ ½ × أ ب × ٢٤

= ½ × ١٤,٤ × ٣٠

∴ أ ب = ١٨ سم

∴ مساحة شبه المنحرف أ ب حـ ء

= (٢٤ + ٤)/٢ × ١٨ = ٢٥٢ سم²

٤١

مساحة الشكل أ ب حـ ء هـ

= مساحة Δ أ ل هـ + مساحة Δ هـ ل ء

+ مساحة Δ أ م ب + مساحة Δ حـ ء ن

+ مساحة شبه المنحرف ب حـ ن م

= ½ × ٢ × ٣ + ½ × ٨ × ٣ + ½ × ٥,٦ × ٤

+ ½ × ٣ × ٤ + ((٤ + ٥,٦)/٢) × ٣

= ٣ + ١٢ + ١١,٢ + ٦ + ١٤,٤ = ٤٦,٦ سم²

٤٢

∵ أ ب حـ ء مستطيل ، $\overline{\text{م و}} \perp \overline{\text{أ ء}}$

∴ أ ب = م و = ٨ سم

، ∵ م منتصف $\overline{\text{هـ و}}$

∴ هـ و = ٢ × ٨ = ١٦ سم (١)

، ∵ م (المستطيل أ ب حـ ء) = أ ب × ب حـ

∴ ١٤٤ = ٨ × ب حـ ∴ ب حـ = ١٤٤/٨ = ١٨ سم

∴ أ ء = ١٨ سم (٢)

، ∵ في الشكل أ و ء هـ القطران $\overline{\text{أ ء}}$ ، $\overline{\text{و هـ}}$ ينصف كل منهما الآخر ، $\overline{\text{و هـ}} \perp \overline{\text{أ ء}}$

∴ الشكل أ و ء هـ معين

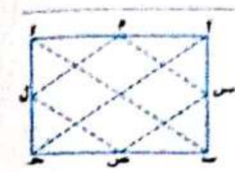
∴ من (١) ، (٢) نجد أن :

م (الشكل أ و ء هـ) = ½ و هـ × أ ء

= ½ × ١٦ × ١٨ = ١٤٤ سم²

(وهو المطلوب)

٤٣



∵ س ، ص منتصفا $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب حـ}}$

∴ $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{أ حـ}}$

، س ص = ½ أ حـ (١)

∵ ل ، م منتصفا $\overline{\text{ء حـ}}$ ، $\overline{\text{ء أ}}$

∴ $\overline{\text{ل م}}$ // $\overline{\text{أ حـ}}$ ، ل م = ½ أ حـ (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ $\overline{\text{ل م}}$ // $\overline{\text{س ص}}$ ، ل م = س ص

∴ س ص ل م متوازي أضلاع (٣)

∵ س ص = ½ أ حـ ، س م = ½ ب ء

ولكن أ حـ = ب ء (قطران في المستطيل أ ب حـ ء)

∴ س ص = س م (٤)

من (٣) ، (٤) : ∴ الشكل س ص ل م معين

∵ مساحة المعين = ½ حاصل ضرب القطرين

= ½ × س ل × ص م

= ½ × ٨ × ٦ = ٢٤ سم²

∵ (أ حـ)² = (أ ب)² + (ب حـ)²

∴ (أ حـ)² = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠

∴ أ حـ = ١٠ سم

∵ س ص = ½ أ حـ

∴ س ص = ½ × ١٠ = ٥ سم

∴ ارتفاع المعين س ص ل م = ٢٤/٥ = ٤,٨ سم

٤٤

∵ مساحة الشكل هـ ؤ حـ و

= ثلاثة أمثال مساحة الشكل أ ب و هـ

∴ (٤ + ٨)/٢ × الارتفاع = ٣ × (س + ١)/٢ × الارتفاع

∴ ٦ = ٣ × (س + ١)/٢

∴ (س + ١)/٢ = ٦ ÷ ٣ = ٢

∴ س + ١ = ٤ ∴ س = ٣

٤٥

∵ مساحة شبه المنحرف = ١٢٠ سم²

، طول قاعدته المتوسطة = ٢٠ سم

∴ ارتفاعه = ١٢٠/٢٠ = ٦ سم

∵ محيط شبه المنحرف = ٦٠ سم

، طول قاعدته المتوسطة = ٢٠ سم

∴ أ ء + ب حـ = ٢ × ٢٠ = ٤٠ سم

∴ أ ب + ء حـ = ٦٠ − ٤٠ = ٢٠ سم

∴ أ ب = ء حـ = ٢٠/٢ = ١٠ سم

من الشكل :

∴ (ب هـ)² = (أ ب)² − (أ هـ)² = ١٠٠ − ٣٦ = ٦٤

∴ ب هـ = ٨ سم

بالمثل و حـ = ٨ سم

∵ أ ء = و هـ ، ∵ أ ء + ب حـ = ٤٠ سم

∴ أ ء + و هـ + ٨ + ٨ = ٤٠ ∴ ٢ أ ء = ٤٠ − ١٦

∴ ٢ أ ء = ٢٤ ∴ أ ء = ١٢ سم

∴ ب حـ = ١٢ + ٨ + ٨ = ٢٨ سم

٤٦

نفرض أن ب و = ٥ س سم ∴ أ حـ = ٦ س سم

∴ ٥ س + ٦ س = ٣٣

∴ ١١ س = ٣٣ ∴ س = ٣

∴ ب ء = ١٥ سم ، أ حـ = ١٨ سم

، ∵ م هـ = ⅔ م أ ∴ م هـ = ⅔ × ٩ = ٦ سم

∴ م (Δ هـ ب ء) = ½ ب و × هـ م

= ½ × ١٥ × ٦ = ٤٥ سم² (١)

، م (المعين أ ب حـ ء) = ½ ب و × أ حـ = ½ × ١٥ × ١٨

= ١٣٥ سم² (٢)

من (١) ، (٢) بالطرح :

∴ مساحة الجزء المظلل = ١٣٥ − ٤٥ = ٩٠ سم²

إجابات الوحدة الخامسة

إجابات تمارين ٦

١

[١] الزوايا [٢] أطوال الأضلاع [٣] متشابهان

[٤] أطوال أضلاعهما [٥] متشابهين

[٦] متساوية فى القياس ، متناسبة [٧] متطابقان

[٨] ٣ : ٤ [٩] متشابهين

٢

[١] (ب) [٢] (د) [٣] (د) [٤] (ب)

[٥] (د) [٦] (ب) [٧] (جـ)

٣

∵ Δ أ ب جـ ~ Δ س ص ع

∴ $\frac{\text{أ ب}}{\text{س ص}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{ص ع}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{س ع}}$

∴ $\frac{٦}{\text{س ص}} = \frac{١٠}{٥} = \frac{\text{أ جـ}}{٧}$

∴ أ جـ = $\frac{١٠ \times ٧}{٥}$ = ١٤ سم

، س ص = $\frac{٦ \times ٥}{١٠}$ = ٣ سم (وهو المطلوب)

٤

فى ΔΔ أ ب جـ ، ع س ص :

∵ ق(∠أ) = ق(∠ع) ، ق(∠جـ) = ق(∠ص)

∴ ق(∠ب) = ق(∠س)

∴ Δ س ص ع ~ Δ ب جـ أ (المطلوب أولاً)

∴ $\frac{\text{س ص}}{\text{ب جـ}} = \frac{\text{ص ع}}{\text{جـ أ}}$ ∴ $\frac{\text{س ص}}{١٦} = \frac{٣}{١٢}$

∴ س ص = $\frac{١٦ \times ٣}{١٢}$ = ٤ سم

∴ محيط Δ س ص ع = ٣ + ٢ + ٤

= ٩ سم (المطلوب ثانياً)

٥

∵ $\frac{\text{أ ب}}{\text{س ص}} = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$ ، $\frac{\text{أ جـ}}{\text{س ع}} = \frac{٥}{١٠} = \frac{١}{٢}$

، $\frac{\text{ب جـ}}{\text{ص ع}} = \frac{٧}{١٤} = \frac{١}{٢}$

∴ $\frac{\text{أ ب}}{\text{س ص}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{س ع}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{ص ع}}$

∴ Δ أ ب جـ ~ Δ س ص ع (المطلوب أولاً)

، ∵ ق(∠ب) + ق(∠جـ) = ٦٠°

∴ ق(∠أ) = ١٢٠°

، ∵ ق(∠أ) = ق(∠س)

∴ ق(∠س) = ١٢٠° (المطلوب ثانياً)

٦

∵ Δ أ س ص ~ Δ أ ب جـ

∴ ق(∠أ س ص) = ق(∠أ ب جـ) وهما فى وضع تناظر

∴ $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ (المطلوب أولاً)

، ∵ Δ أ س ص ~ Δ أ ب جـ

∴ $\frac{\text{أ ص}}{\text{أ جـ}} = \frac{\text{س ص}}{\text{ب جـ}}$ ∴ $\frac{\text{أ ص}}{\text{أ جـ}} = \frac{١}{٢}$

∴ ص منتصف $\overline{\text{أ جـ}}$ (المطلوب ثانياً)

٧

[١] ∵ $\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ء ب}}$ قاطع لهما

∴ ق(∠ب) = ق(∠أ ء هـ) (بالتناظر)

وبالمثل ق(∠جـ) = ق(∠أ هـ ء) (بالتناظر)

، ∠أ مشتركة

∴ Δ أ ب جـ ~ Δ أ ء هـ

∴ $\frac{\text{ء هـ}}{\text{ب جـ}} = \frac{\text{أ هـ}}{\text{أ جـ}}$ ∴ $\frac{٨}{\text{س}} = \frac{٩}{٢١}$

∴ س = $\frac{٢١ \times ٨}{٩}$ = $١٨\frac{٢}{٣}$ سم

[٢] ∵ $\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ء ب}}$ قاطع لهما

∴ ق(∠ب) = ق(∠أ ء هـ) (بالتناظر)

وبالمثل ق(∠جـ) = ق(∠أ هـ ء) (بالتناظر)

، ∠أ مشتركة ∴ Δ أ ب جـ ~ Δ أ ء هـ

∴ $\frac{\text{أ ب}}{\text{أ ء}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{أ هـ}}$ ∴ $\frac{٧}{٥} = \frac{\text{أ جـ}}{٨}$

∴ أ جـ = $\frac{٨ \times ٧}{٥}$ = ١١,٢ سم

∴ س = ١١,٢ − ٨ = ٣,٢ سم

[٣] ق(∠ب) = ق(∠أ ء هـ) (بالتناظر)

، ق(∠جـ) = ق(∠أ هـ ء) (بالتناظر)

، ∠أ مشتركة فى ΔΔ أ ء هـ ، أ ب جـ

∴ Δ أ ء هـ ~ Δ أ ب جـ

∴ $\frac{\text{أ ء}}{\text{أ ب}} = \frac{\text{ء هـ}}{\text{ب جـ}}$ ∴ $\frac{٤}{\text{س} + ٤} = \frac{٥}{١٥}$

∴ $\frac{٤}{\text{س} + ٤} = \frac{١}{٣}$ ∴ س + ٤ = ١٢

∴ س = ٨ سم

[٤] ق(∠ء هـ ب) = ١٨٠° − ١١٠° = ٧٠°

∴ فى ΔΔ ء هـ ب ، أ جـ ب :

ق(∠ء هـ ب) = ق(∠جـ) ، ∠ب مشتركة

∴ ق(∠ب ء هـ) = ق(∠أ)

∴ Δ ء هـ ب ~ Δ أ جـ ب

∴ $\frac{\text{ء هـ}}{\text{أ جـ}} = \frac{\text{هـ ب}}{\text{جـ ب}}$ ∴ $\frac{\text{س}}{٥} = \frac{٤}{٨}$

∴ س = $\frac{٤ \times ٥}{٨}$ = $٢\frac{١}{٢}$ سم

[٥] فى ΔΔ أ ب هـ ، ء جـ هـ : ق(∠أ) = ق(∠ء)

، ق(∠أ هـ ب) = ق(∠ء هـ جـ) (بالتقابل بالرأس)

∴ ق(∠ب) = ق(∠جـ)

∴ Δ أ ب هـ ~ Δ ء جـ هـ

∴ $\frac{\text{أ ب}}{\text{ء جـ}} = \frac{\text{أ هـ}}{\text{ء هـ}}$ ∴ $\frac{١٤}{٢٤} = \frac{\text{س}}{٣٢}$

∴ س = $\frac{٣٢ \times ١٤}{٢٤}$ = $٩\frac{١}{١٧}$ سم

[٦] فى ΔΔ أ ب جـ ، هـ ء و :

∵ ق(∠أ) = ق(∠هـ) ، ق(∠جـ) = ق(∠و)

∴ ق(∠ب) = ق(∠ء)

∴ Δ أ ب جـ ~ Δ هـ ء و

∴ $\frac{\text{أ جـ}}{\text{هـ و}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{ء و}}$ ∴ $\frac{٦}{\text{س}} = \frac{٨}{١٢}$

∴ س = $\frac{١٢ \times ٦}{٨}$ = ٩ سم

٨

∵ الشكل أ ب جـ ء ~ الشكل س ص ع ل

∴ ق(∠ء) = ق(∠ل) ∴ ق(∠ء) = ٨٠°

∴ ق(∠ب جـ ء) = ٣٦٠° − (١٢٥° + ٧٠° + ٨٠°)

= ٨٥° (المطلوب أولاً)

∵ $\frac{\text{أ ء}}{\text{س ل}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{ص ع}}$ ∴ $\frac{٦}{\text{س ل}} = \frac{٨}{٢,٤}$

∴ س ل = $\frac{٢,٤ \times ٦}{٨}$ = ١,٨ سم (المطلوب ثانياً)

∴ نسبة التكبير = $\frac{٨}{٢,٤} = \frac{١٠}{٣}$ (المطلوب ثالثاً)

∵ $\frac{\text{محيط الشكل أ ب جـ ء}}{\text{محيط الشكل س ص ع ل}}$ = نسبة التكبير

∴ $\frac{٢٦}{\text{محيط الشكل س ص ع ل}} = \frac{١٠}{٣}$

∴ محيط الشكل س ص ع ل = $\frac{٣ \times ٢٦}{١٠}$ = ٧,٨ سم

(المطلوب رابعاً)

٩

∵ $\overline{\text{أ جـ}}$ // $\overline{\text{هـ ء}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ قاطع لهما

∴ ق(∠أ) = ق(∠ء) (بالتبادل) (١)

، ∵ $\overline{\text{أ جـ}}$ // $\overline{\text{هـ ء}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{جـ هـ}}$ قاطع لهما

∴ ق(∠جـ) = ق(∠هـ) (بالتبادل) (٢)

، ∵ ق(∠أ ب جـ) = ق(∠هـ ب ء) (بالتقابل بالرأس) (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) :

∴ Δ أ ب جـ ~ Δ ء ب هـ (المطلوب أولاً)

∴ $\frac{\text{أ ب}}{\text{ء ب}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{ب هـ}} = \frac{\text{جـ أ}}{\text{هـ ء}}$

$\therefore \frac{3}{2} = \frac{\text{ب حـ}}{8} = \frac{5}{\text{ء هـ}}$

∴ ب حـ = ٤ سم ، ء هـ = ١٠ سم (المطلوب ثانيًا)

نسبة التكبير = ء ب / أ ب = ٦ / ٣ = ٢ (المطلوب ثالثًا)

١٠

∵ أو // ء حـ ، ب حـ قاطع لهما

∴ ق (∠ و ب حـ) = ق (∠ حـ) (بالتبادل)

، ∵ أو // ء حـ ، و هـ قاطع لهما

∴ ق (∠ و) = ق (∠ س هـ حـ) (بالتبادل)

، ∵ ق (∠ ب س و) = ق (∠ حـ س هـ) (بالتقابل بالرأس)

∴ Δ هـ حـ س ~ Δ و ب س (المطلوب أولاً)

∵ أ ب = ء حـ (خواص متوازى الأضلاع)

∴ أ ب = ٦ سم

∵ ب منتصف أو ∴ أ ب = ب و = ٦ سم

، ∵ هـ حـ / و ب = حـ س / ب س ∴ ٣ / ٦ = ٣ / ب س

∴ ب س = ٩ سم ∴ ب حـ = ١٢ سم

، ∵ ب حـ = ء أ (خواص متوازى الأضلاع)

∴ أ ء = ١٢ سم (المطلوب ثانيًا)

١١

فى ΔΔ أ ب حـ ، أ هـ ء :

∵ ق (∠ ب) = ق (∠ أ هـ ء) ، ∠ أ مشتركة

∴ ق (∠ حـ) = ق (∠ أ ء هـ)

∴ Δ أ ب حـ ~ Δ أ هـ ء (المطلوب أولاً)

∴ أ ء / أ حـ = أ هـ / أ ب ∴ ٣ / أ حـ = ٤,٥ / ٩

∴ أ حـ = (٩ × ٣) / ٤,٥ = ٦ سم

∴ هـ حـ = ٦ − ٤,٥ = ١,٥ سم (المطلوب ثانيًا)

١٢

فى ΔΔ أ هـ ء ، أ ب حـ :

∵ ق (∠ أ هـ ء) = ق (∠ ب) ، ∠ أ مشتركة

∴ ق (∠ أ ء هـ) = ق (∠ حـ)

∴ Δ أ هـ ء ~ Δ أ ب حـ (المطلوب أولاً)

∴ أ هـ / أ ب = أ ء / أ حـ ∴ ٤ / أ ب = ٣ / ٩

∴ أ ب = ١٢ سم ∴ ب ء = ١٢ − ٣ = ٩ سم

، ق (∠ أ ء هـ) = ق (∠ حـ) = ٩٣° (المطلوب ثانيًا)

١٣

∵ Δ أ ب ء ~ Δ أ حـ ب

∴ ق (∠ ء ب أ) = ق (∠ ب حـ أ)

∴ ق (∠ ء ب أ) = ٣٥° (١)

، فى Δ أ ب حـ :

∵ ق (∠ أ ب حـ) = ١٨٠° − (٧٠° − ٣٥°) = ٧٥° (٢)

من (١) ، (٢) :

ق (∠ ء ب حـ) = ٧٥° − ٣٥° = ٤٠° (المطلوب أولاً)

، ب أ / حـ أ = ء ب / ب حـ = أ ء / أ ب

∴ ٦ / ٩ = أ ء / ٦ ∴ أ ء = ٤ سم

∴ حـ ء = ٩ − ٤ = ٥ سم (المطلوب ثانيًا)

١٤

فى Δ أ ب حـ : ∵ ق (∠ ب) = ٩٠°

∴ $(\text{أ حـ})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{ب حـ})^2 = 64 + 36 = 100$

∴ أ حـ = ١٠ سم

، ∵ ء منتصف أ ب ∴ أ ء = ء ب = ٤ سم

فى ΔΔ أ ء هـ ، أ ب حـ :

ق (∠ أ ء هـ) = ق (∠ ب) = ٩٠° (معطى)

، ∠ أ مشتركة

∴ ق (∠ أ ء هـ) = ق (∠ أ حـ ب)

∴ Δ أ هـ ء ~ Δ أ ب حـ

∴ ء هـ / حـ ب = أ ء / أ حـ ∴ ء هـ / ٦ = ٤ / ١٠

∴ ء هـ = (٤ × ٦) / ١٠ = ٢,٤ سم (وهو المطلوب)

١٥

فى ΔΔ ب أ حـ ، ب ء أ

ق (∠ أ ب حـ) = ق (∠ أ ء ب) = ٩٠° ، ∠ أ مشتركة

∴ ق (∠ حـ) = ق (∠ أ ب ء)

∴ Δ ب أ حـ ~ Δ ء أ ب (المطلوب أولاً)

∵ Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب

∴ $(\text{أ حـ})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{ب حـ})^2 = 9 + 16 = 25$

∴ أ حـ = ٥ سم

، ∵ أ ء / أ ب = أ ب / أ حـ = ب ء / حـ ب ∴ أ ء / ٣ = ٣ / ٥ = ب ء / ٤

∴ أ ء = (٣ × ٣) / ٥ = ١,٨ سم (المطلوب ثانيًا)

∴ ء حـ = أ حـ − أ ء

= ٥ − ١,٨ = ٣,٢ سم (المطلوب ثالثًا)

١٦

∵ ء منتصف أ ب

، و منتصف أ حـ

∴ ء و = ½ ب حـ ∴ ء و / ب حـ = ½

، وبالمثل نجد أن : هـ و / أ ب = ½ ، ء هـ / أ حـ = ½

∴ ء هـ / أ حـ = هـ و / أ ب = ء و / ب حـ

∴ Δ أ ب حـ ~ Δ هـ و ء (وهو المطلوب)

١٧

بفرض أن المثلث المعلوم أطوال أضلاعه هو أ ب حـ ، المثلث المعلوم محيطه هو س ص ع

∵ المثلثان متشابهان

∴ أ ب / س ص = ب حـ / ص ع = أ حـ / س ع = محيط Δ أ ب حـ / محيط Δ س ص ع

∴ ٤,٥ / س ص = ٦ / ص ع = ٨ / س ع = ١٨,٥ / ٧٤

∴ أكبر الأضلاع طولاً هو س ع ، س ع = ٣٢ سم

(وهو المطلوب)

١٨

∵ Δ أ هـ ء ~ Δ أ ء ب

∴ ق (∠ أ ء هـ) = ق (∠ أ ب ء)

∴ س + ٢٠° = ٢ س + ٥° ∴ س = ١٥°

∴ ق (∠ أ ء هـ) = ١٥° + ٢٠° = ٣٥° (وهو المطلوب)

١٩

∵ س ص // ل ن ، ص ع قاطع لهما

∴ ق (∠ ص) = ق (∠ ل ن ع) (بالتناظر) (١)

، ∵ س ص // ل ن ، س ع قاطع لهما

∴ ق (∠ س) = ق (∠ ن ل ع) (بالتناظر) (٢)

، فى ΔΔ س ص ع ، ل ن ع ∵ ∠ ع مشتركة

، من (١) ، (٢) : ∴ Δ س ص ع ~ Δ ل ن ع (٣)

وبالمثل يمكن إثبات أن : Δ أ ب حـ ~ Δ ل ن ع (٤)

من (٣) ، (٤) :

∴ Δ س ص ع ~ Δ ل ن ع ~ Δ أ ب حـ

(المطلوب أولاً)

من (٤) نجد أن : ن ع / ب حـ = ل ع / أ حـ

∴ ٤ / ب حـ = ٦ / ١٢ ∴ ب حـ = ٨ سم

∵ ع منتصف ب حـ (المطلوب ثانيًا)

ومنها ع حـ = ٤ سم

، من (٢) نجد أن : س ع / ل ع = ص ع / ن ع ∴ ٦ / ٤ = ص ع / ٤

∴ ص ع = ٣٢ / ٦ = ٥ ⅓ سم

∴ ص حـ = ص ع + ع حـ = ٥ ⅓ + ٤ = ٩ ⅓ سم

(المطلوب ثالثًا)

٢٠

∵ $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ا ب}}$ ، $\overline{\text{ا س}}$ // $\overline{\text{ب ص}}$

∴ ا ب ص س متوازى أضلاع

، ∵ ق (∠ ب) = ٩٠°

∴ ا ب ص س مستطيل

∴ ب ص = ا س = ٤ سم

، ∵ ب ح = ا ء = ١٢ سم

∴ ص ح = ١٢ − ٤ = ٨ سم

، ∵ Δ ا س م قائم الزاوية فى س

∴ $(\text{ا م})^2 = (\text{ا س})^2 + (\text{س م})^2 = ١٦ + ٩ = ٢٥$

∴ ا م = ٥ سم

فى ΔΔ ا م س ، ح م ص :

ق (∠ ا س م) = ق (∠ م ص ح) = ٩٠°

، ق (∠ ا م س) = ق (∠ ح م ص) (بالتقابل بالرأس)

∴ ق (∠ س ا م) = ق (∠ م ح ص)

∴ Δ ا م س ~ Δ ح م ص (المطلوب أولاً)

∴ $\frac{\text{ا س}}{\text{ح ص}} = \frac{\text{س م}}{\text{ص م}} = \frac{\text{ا م}}{\text{ح م}}$

∴ $\frac{٤}{٨} = \frac{٣}{\text{ص م}} = \frac{٥}{\text{ح م}}$

، ح م = $\frac{٨ \times ٥}{٤}$ = ١٠ سم

∴ ص م = $\frac{٨ \times ٣}{٤}$ = ٦ سم

∴ محيط Δ ص م ح = ٦ + ١٠ + ٨ = ٢٤ سم

(المطلوب ثانياً)

∵ ا ب = ح ء ∴ $\frac{\text{ا ب}}{\text{ح ء}} = ١$

، ∵ $\frac{\text{ص م}}{\text{س م}} = \frac{٦}{٣} = ٢$ ∴ $\frac{\text{ا ب}}{\text{ح ء}} \neq \frac{\text{ص م}}{\text{س م}}$

∴ الشكل ا ب ص م لا يشابه الشكل ح ء س م

(المطلوب ثالثاً)

٢١

∵ $\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب ح}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{هـ ح}}$ قاطع لهما

∴ ق (∠ ح) = ق (∠ ا هـ ء) (بالتناظر)

وبالمثل يمكن إثبات أن :

ق (∠ ب) = ق (∠ ا ء هـ) (بالتناظر)

فى ΔΔ ا ء هـ ، ا ب ح :

∠ ا مشتركة ، ق (∠ ح) = ق (∠ ا هـ ء)

، ق (∠ ب) = ق (∠ ا ء هـ)

∴ Δ ا ب ح ~ Δ ا ء هـ ∴ $\frac{\text{ا ء}}{\text{ا ب}} = \frac{\text{ا هـ}}{\text{ا ح}} = \frac{\text{ء هـ}}{\text{ب ح}}$

∴ $\frac{٣}{(\text{س} + ١) + ٣} = \frac{٢}{(\text{س} - ١) + ٢} = \frac{\text{ص}}{١٢}$ (١)

∴ $\frac{٣}{\text{س} + ٤} = \frac{٢}{\text{س} + ١} = \frac{\text{ص}}{١٢}$

∴ ٣ (س + ١) = ٢ (س + ٤)

∴ ٣ س + ٣ = ٢ س + ٨ ∴ س = ٥

∴ ا ب = ٩ سم (المطلوب أولاً)

، هـ ح = ٤ سم (المطلوب ثانياً)

، بالتعويض فى (١) : ∴ $\frac{٣}{٩} = \frac{\text{ص}}{١٢}$

∴ ص = $\frac{٣ \times ١٢}{٩}$ = ٤ سم

∴ ء هـ = ٤ سم (المطلوب ثالثاً)

٢٢

∵ $\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ا ب}}$

، $\overleftrightarrow{\text{ا ح}}$ قاطع لهما

∴ ق (∠ ا)

= ق (∠ ح ء هـ) (بالتناظر)

، ∵ $\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ا ب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$ قاطع لهما

∴ ق (∠ ب) = ق (∠ ح هـ ء) (بالتناظر)

، ∠ ح مشتركة ∴ Δ ا ب ح ~ Δ ء هـ ح

∴ $\frac{\text{ا ب}}{\text{ء هـ}} = \frac{\text{ب ح}}{\text{هـ ح}}$ ∴ $\frac{\text{ا ب}}{١.٨} = \frac{٤.٤}{٢.٤}$

∴ ا ب = $\frac{١.٨ \times ٤.٤}{٢.٤}$ = ٣.٣ م (وهو المطلوب)

٢٣

فى ΔΔ ا ب ح ، ء هـ ح :

ق (∠ ب) = ق (∠ هـ) = ٩٠°

، ق (∠ ا ح ب) = ق (∠ ء ح هـ)

∴ ق (∠ ا) = ق (∠ ء)

∴ Δ ا ب ح ~ Δ ء هـ ح

∴ $\frac{\text{ا ب}}{\text{ء هـ}} = \frac{\text{ب ح}}{\text{هـ ح}}$ ∴ $\frac{\text{ا ب}}{١.٨} = \frac{١٠}{٢}$

∴ ا ب = $\frac{١٠ \times ١.٨}{٢}$ = ٩ م (وهو المطلوب)

٢٤

فى Δ ا ب ح : ∵ س + ٢ س + ٣ س = ١٨٠°

∴ ٦ س = ١٨٠° ∴ س = ٣٠°

∴ ق (∠ ح) = ٣٠° ، ق (∠ ب) = ٦٠°

، ق (∠ ا) = ٩٠° ∴ ا ب = $\frac{١}{٢}$ ب ح

∴ ا ب = $\frac{١}{٢} \times ١٨$ = ٩ سم

، ∵ Δ ا ب ح ~ Δ ء هـ و

∴ $\frac{\text{ا ب}}{\text{ء هـ}} = \frac{\text{ب ح}}{\text{هـ و}}$ ∴ $\frac{٩}{٣} = \frac{١٨}{\text{هـ و}}$

∴ هـ و = ٦ سم (وهو المطلوب)

٢٥

العمل : نرسم $\overline{\text{ح هـ}} \perp \overline{\text{ا ب}}$ ، $\overline{\text{و ع}} \perp \overline{\text{س ص}}$

البرهان : فى الشكل الرباعى س ل ع و

∵ ق (∠ س) = ق (∠ ل) = ق (∠ س و ع) = ٩٠°

∴ ق (∠ ل ع و) = ٩٠°

∴ الشكل س ل ع و مستطيل

∴ و ع = س ل = ٥٠ سم ، س و = ل ع = ٧٠ سم

∴ و ص = س ص − س و = ١٢٠ − ٧٠ = ٥٠ سم

فى Δ ع و ص قائم الزاوية فى و

∵ و ص = و ع

∴ ق (∠ و ص ع) = ق (∠ و ع ص) = $\frac{١٨٠° - ٩٠°}{٢}$ = ٤٥°

، ∵ $(\text{ص ع})^2 = (\text{و ص})^2 + (\text{و ع})^2$

= ٢٥٠٠ + ٢٥٠٠ = ٥٠٠٠

∴ ص ع = ٥٠ $\sqrt{٢}$ سم

فى الشكل الرباعى ا ء ح هـ :

∵ ق (∠ ا) = ق (∠ ء) = ق (∠ ا هـ ح) = ٩٠°

∴ ق (∠ ء ح هـ) = ٩٠°

∴ الشكل ا ء ح هـ مستطيل

∴ هـ ح = ا ء = ٤٠ سم

، ا هـ = ء ح = ٥٦ سم

، فى Δ ب هـ ح القائم الزاوية فى هـ

∵ ق (∠ ب) = ٤٥°

∴ ق (∠ هـ ح ب) = ١٨٠° − (٩٠° + ٤٥°) = ٤٥°

∴ ق (∠ ب) = ق (∠ هـ ح ب)

∴ هـ ب = هـ ح = ٤٠ سم

، ∵ $(\text{ب ح})^2 = (\text{ب هـ})^2 + (\text{هـ ح})^2$

= ١٦٠٠ + ١٦٠٠ = ٣٢٠٠

∴ ب ح = ٤٠ $\sqrt{٢}$ سم

∵ ا ب = ا هـ + هـ ب

∴ ا ب = ٥٦ + ٤٠ = ٩٦ سم

فى الشكلين ا ب ح ء ، س ص ع ل :

∵ ق (∠ ا) = ق (∠ س) = ٩٠°

، ق (∠ ب) = ق (∠ ص) = ٤٥°

، ق(∠ هـ) = ق(∠ ع) = ١٣٥°

، ق(∠ ء) = ق(∠ ل) = ٩٠°

، أ ب / س ص = ٩٦ / ١٢٠ = ٤ / ٥

، ب جـ / ص ع = ٤٠√٢ / ٥٠√٢ = ٤ / ٥

، جـ ء / ع ل = ٥٦ / ٧٠ = ٤ / ٥ ، ء أ / ل س = ٤٠ / ٥٠ = ٤ / ٥

∴ أ ب / س ص = ب جـ / ص ع = جـ ء / ع ل = ء أ / ل س = ٤ / ٥

∴ الشكل أ ب جـ ء ~ الشكل س ص ع ل

(وهو المطلوب)

إجابات تمارين ٧

١

شكل (١):

∵ (أ ب)^2 = ٢٥ ، (ب جـ)^2 = ١٤٤ ، (أ جـ)^2 = ١٦٩

∴ (أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2

∴ ق(∠ ب) = ٩٠°

شكل (٢):

∵ (أ ب)^2 = ٢٢٥ ، (ب جـ)^2 = ٤٠٠ ، (أ جـ)^2 = ٦٢٥

∴ (أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2

∴ ق(∠ ب) = ٩٠°

شكل (٣):

∵ (أ ب)^2 = ٣٢٤ ، (ب جـ)^2 = ٥٧٦ ، (أ جـ)^2 = ٩٠٠

∴ (أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2

∴ ق(∠ ب) = ٩٠°

٢

١ (ء و)^2 = ٤٩ ، (ء هـ)^2 + (هـ و)^2 = ٦١

∴ المثلث ء هـ و ليس قائم الزاوية.

٢ (م ن)^2 = ١٦٩ ، (م ل)^2 + (ن ل)^2 = ١٦٩

∴ المثلث ن ل م قائم الزاوية في ل

٣ (س ص)^2 = (√٢٤)^2 = ٢٤

، (ص ع)^2 + (ع س)^2 = ٢٤

∴ المثلث س ع ص قائم الزاوية في ع

٤ (أ جـ)^2 = ٤٩ ، (أ ب)^2 + (ب جـ)^2 = ٢٤

∴ المثلث أ ب جـ ليس قائم الزاوية.

٣

في Δ أ ب جـ

∵ (أ ب)^2 = ٢٠,٢٥ ، (أ جـ)^2 = ٣٦

، (ب جـ)^2 = ٥٦,٢٥

∴ (ب جـ)^2 = (أ ب)^2 + (أ جـ)^2

∴ ق(∠ أ) = ٩٠°

∴ Δ أ ب جـ قائم الزاوية في أ (وهو المطلوب)

٤

في Δ أ ب جـ

∵ ق(∠ ب) = ٩٠°

∴ (أ جـ)^2 = (٧)^2 + (٢٤)^2 = ٤٩ + ٥٧٦ = ٦٢٥

∴ أ جـ = ٢٥ سم

، في Δ ء أ جـ:

∵ (ء أ)^2 + (ء جـ)^2 = (١٥)^2 + (٢٠)^2

= ٢٢٥ + ٤٠٠ = ٦٢٥

∴ (ء أ)^2 + (ء جـ)^2 = (أ جـ)^2

∴ ق(∠ أ ء جـ) = ٩٠° (وهو المطلوب)

٥

في Δ أ ب ء:

∵ ق(∠ أ) = ٩٠° ، ق(∠ أ ء ب) = ٣٠°

∴ أ ب = ½ ب ء ∴ ب ء = ١٥ سم

، في Δ ب ء جـ:

(ب ء)^2 = (١٥)^2 = ٢٢٥ ، (جـ ء)^2 = (٨)^2 = ٦٤

، (ب جـ)^2 = (١٧)^2 = ٢٨٩

، ∵ (ب ء)^2 + (ء جـ)^2 = ٢٢٥ + ٦٤ = ٢٨٩ = (ب جـ)^2

∴ ق(∠ ب ء جـ) = ٩٠° (وهو المطلوب)

٦

في Δ أ ب جـ:

∵ ق(∠ ب) = ٩٠°

∴ (أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2 = ٨١ + ١٤٤ = ٢٢٥

∴ أ جـ = ١٥ سم

∴ في Δ ء أ جـ

(أ جـ)^2 = ٢٢٥ ، (ء أ)^2 = ٦٤ ، (ء جـ)^2 = ٢٨٩

∴ (ء جـ)^2 = (ء أ)^2 + (أ جـ)^2

∴ ق(∠ ء أ جـ) = ٩٠° (المطلوب أولاً)

∵ م(الشكل أ ب جـ ء) = م(Δ أ ب جـ) + م(Δ ء أ جـ)

∴ م(الشكل أ ب جـ ء) = ½ × ٩ × ١٢

\+ ½ × ٨ × ١٥

= ٥٤ + ٦٠ = ١١٤ سم^2 (المطلوب ثانياً)

٧

في Δ س ل ص: ∵ ق(∠ س ل ص) = ٩٠°

∴ (س ص)^2 = (س ل)^2 + (ل ص)^2

= ٣٦ + ٩ = ٤٥ (١)

، في Δ س ل ع: ∵ ق(∠ س ل ع) = ٩٠°

∴ (س ع)^2 = (س ل)^2 + (ل ع)^2

= ٣٦ + ١٤٤ = ١٨٠ (٢)

من (١) ، (٢):

∴ (س ص)^2 + (س ع)^2 = ٤٥ + ١٨٠ = ٢٢٥

ولكن ص ع = ٣ + ١٢ = ١٥

∴ (ص ع)^2 = (١٥)^2 = ٢٢٥

أى أن: (س ص)^2 + (س ع)^2 = (ص ع)^2

∴ ق(∠ ص س ع) = ٩٠° (وهو المطلوب)

٨

في Δ أ ب جـ: ∵ ق(∠ ب) = ٩٠°

∴ (أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2 = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠

∴ أ جـ = ١٠ سم (المطلوب أولاً)

، ∵ ء منتصف أ جـ ∴ أ ء = ٥ سم

∴ في Δ أ ء هـ: (هـ ء)^2 = ١٦٩ ، (أ هـ)^2 = ١٤٤

، (أ ء)^2 = ٢٥

∴ (هـ ء)^2 = (أ هـ)^2 + (أ ء)^2

∴ ق(∠ ء أ هـ) = ٩٠° (المطلوب ثانياً)

٩

∵ Δ أ ب جـ قائم الزاوية في ب

∴ (ب جـ)^2 = (أ جـ)^2 − (أ ب)^2 = ١٠٠ − ٣٦ = ٦٤

∴ ب جـ = ٨ سم (المطلوب أولاً)

∴ ء جـ = ١٢ − ٨ = ٤ سم

، من Δ ء هـ جـ: (هـ جـ)^2 = ٢٥ ، (ء هـ)^2 = ٩

، (ء جـ)^2 = ١٦

∴ (هـ جـ)^2 = (ء هـ)^2 + (ء جـ)^2

∴ ق(∠ ء) = ٩٠° (المطلوب ثانياً)

١٠

∵ أ ب جـ ء مستطيل

∴ Δ أ ب هـ قائم الزاوية في أ

∴ (هـ ب)^2 = (أ هـ)^2 + (أ ب)^2 = ٨١ + ١٤٤ = ٢٢٥

∴ هـ ب = ١٥ سم

، ∵ Δ ء هـ جـ قائم الزاوية في ء

∴ (هـ جـ)^2 = (هـ ء)^2 + (ء جـ)^2 = ٢٥٦ + ١٤٤ = ٤٠٠

∴ هـ جـ = ٢٠ سم

، في Δ هـ ب جـ: (ب جـ)^2 = ٦٢٥ ، (ب هـ)^2 = ٢٢٥

، (هـ جـ)^2 = ٤٠٠

∴ (ب جـ)^2 = (ب هـ)^2 + (هـ جـ)^2

∴ ب هـ ⊥ هـ جـ (وهو المطلوب)

١١

∵ $\overline{\text{أء}} \perp \overline{\text{ءحـ}}$

، $\overline{\text{بهـ}} \perp \overline{\text{ءحـ}}$

∴ $\overline{\text{أء}}$ // $\overline{\text{بهـ}}$

، ∵ $\overline{\text{أب}}$ // $\overline{\text{ءهـ}}$ ∴ الشكل أءهـب مستطيل.

∴ أء = بهـ ∴ بهـ = ١٢ سم

في △ بهـحـ : ∵ ق(∠بهـحـ) = ٩٠°

∴ (حـهـ)^{٢} = (بحـ)^{٢} − (بهـ)^{٢} = ١٦٩ − ١٤٤ = ٢٥

∴ حـهـ = ٥ سم (المطلوب أولاً)

∵ ءهـ = ءحـ − حـهـ

= ٣٣,٨ − ٥ = ٢٨,٨ سم

∵ ءهـ = أب

∴ أب = ٢٨,٨ سم (المطلوب ثانيًا)

في △ ءبهـ : ∵ ق(∠بهـء) = ٩٠°

∴ (ءب)^{٢} = (ءهـ)^{٢} + (بهـ)^{٢}

= ٨٢٩,٤٤ + ١٤٤ = ٩٧٣,٤٤

∴ ءب = ٣١,٢ سم (المطلوب ثالثًا)

مساحة شبه المنحرف أبحـء

= $\frac{١}{٢}$ (٢٨,٨ + ٣٣,٨) × ١٢

= ٣٧٥,٦ سم^{٢} (المطلوب رابعًا)

في △ ءبحـ : ∵ (ءحـ)^{٢} = ١١٤٢,٤٤

، (ءب)^{٢} = ٩٧٣,٤٤ ، (بحـ)^{٢} = ١٦٩

∴ (ءحـ)^{٢} = (ءب)^{٢} + (بحـ)^{٢}

∴ ق(∠ءبحـ) = ٩٠° (المطلوب خامسًا)

١٢

في △ ءهـحـ :

∵ (ءحـ)^{٢} = ٢٢٥ سم^{٢} ، (ءهـ)^{٢} = ١٤٤ سم^{٢}

، (هـحـ)^{٢} = ٨١ سم^{٢}

∴ (ءحـ)^{٢} = (ءهـ)^{٢} + (هـحـ)^{٢}

∴ ق(∠ءهـحـ) = ٩٠°

∴ م(▱ أبحـء) = أء × ءهـ

= ٢٠ × ١٢ = ٢٤٠ سم^{٢} (وهو المطلوب)

١٣

في △ سصع :

∵ (صع)^{٢} = ٢٥ سم^{٢} ، (سص)^{٢} = ١٦ سم^{٢}

، (عس)^{٢} = ٩ سم^{٢}

∴ (صع)^{٢} = (سص)^{٢} + (عس)^{٢}

∴ ق(∠صسع) = ٩٠°

∴ م(△ سصع) = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ٣

= ٦ سم^{٢} (المطلوب أولاً)

∵ $\overline{\text{سهـ}} \perp \overline{\text{عص}}$

∴ سهـ = $\frac{٦ \times ٢}{٥}$ = ٢,٤ سم (المطلوب ثانيًا)

١٤

∵ △ أبء قائم الزاوية في ء

∴ (أب)^{٢} = (بء)^{٢} + (أء)^{٢}

= (٩)^{٢} + (١٢)^{٢} = ٢٢٥

∴ أب = ١٥ سم

، ∵ △ أحـء قائم الزاوية في ء

∴ (حـء)^{٢} = (أحـ)^{٢} − (أء)^{٢} = (٢٠)^{٢} − (١٢)^{٢} = ٢٥٦

∴ حـء = ١٦ سم ∴ بحـ = ٩ + ١٦ = ٢٥ سم

∴ في △ أبحـ :

(أب)^{٢} + (أحـ)^{٢} = (١٥)^{٢} + (٢٠)^{٢} = ٦٢٥

، (بحـ)^{٢} = ٦٢٥

∴ (أب)^{٢} + (أحـ)^{٢} = (بحـ)^{٢}

∴ △ أبحـ قائم الزاوية في أ (وهو المطلوب)

١٥

∵ △ أبحـ قائم الزاوية في ب

∴ (أحـ)^{٢} = (أب)^{٢} + (بحـ)^{٢} = (٤)^{٢} + (٣)^{٢} = ٢٥

∴ أحـ = ٥ سم

في △ أحـء :

∵ (أء)^{٢} = ١٦٩ ، (أحـ)^{٢} = ٢٥ ، (حـء)^{٢} = ١٤٤

∴ (أء)^{٢} = (أحـ)^{٢} + (حـء)^{٢}

∴ ق(∠حـ) = ٩٠°

∴ م(△ أحـء) = $\frac{١}{٢}$ أحـ × حـء

= $\frac{١}{٢}$ × ٥ × ١٢ = ٣٠ سم^{٢}

، ∵ م(△ أبحـ) = $\frac{١}{٢}$ أب × بحـ

= $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ٣ = ٦ سم^{٢}

∴ م الشكل أبحـء = م(△ أحـء) − م(△ أبحـ)

= ٣٠ − ٦ = ٢٤ سم^{٢} (وهو المطلوب)

١٦

العمل : نرسم $\overline{\text{بء}}$

البرهان : في △ ءبحـ :

∵ ق(∠حـ) = ٩٠°

∴ (ءب)^{٢} = (بحـ)^{٢} + (حـء)^{٢} = ٥٧٦ + ٣٢٤ = ٩٠٠

∴ ءب = ٣٠ سم

، في △ أبء :

∵ (أء)^{٢} = ٢٥٠٠ ، (أب)^{٢} = ١٦٠٠ ، (بء)^{٢} = ٩٠٠

∴ (أء)^{٢} = (أب)^{٢} + (بء)^{٢}

∴ ق(∠أبء) = ٩٠°

∴ م(△ أبء) = $\frac{١}{٢}$ بء × أب

= $\frac{١}{٢}$ × ٣٠ × ٤٠ = ٦٠٠ سم^{٢} (١)

، ∵ م(△ ءبحـ) = $\frac{١}{٢}$ × بحـ × حـء

= $\frac{١}{٢}$ × ٢٤ × ١٨

= ٢١٦ سم^{٢} (٢)

بجمع (١) ، (٢) :

∴ م(الشكل أبحـء) = ٢١٦ + ٦٠٠

= ٨١٦ سم^{٢} (وهو المطلوب)

١٧

في △ أبم

∵ (أب)^{٢} + (بم)^{٢}

= (٨)^{٢} + (٦)^{٢} = ١٠٠ ، (أم)^{٢} = (١٠)^{٢} = ١٠٠

∴ (أب)^{٢} + (بم)^{٢} = (أم)^{٢}

∴ △ أبم قائم الزاوية في ب

∴ ق(∠أبء) = ٩٠° (المطلوب أولاً)

∴ م(▱ أبحـء) = أب × بء = ٨ × ١٢

= ٩٦ سم^{٢} (المطلوب ثانيًا)

١٨

في △ أبحـ :

∵ أب = أحـ ، $\overline{\text{أء}} \perp \overline{\text{بحـ}}$ ∴ ء منتصف $\overline{\text{بحـ}}$

∴ بء = ءحـ = ٤,٥ سم

، في △ أءهـ : ∵ ق(∠أءهـ) = ٩٠°

∴ (ءهـ)^{٢} = (أهـ)^{٢} − (أء)^{٢} = (١٠)^{٢} − (٦)^{٢}

= ١٠٠ − ٣٦ = ٦٤

∴ ءهـ = $\sqrt{٦٤}$ = ٨ سم

، في △ أءب : ∵ ق(∠أءب) = ٩٠°

∴ (أب)^{٢} = (أء)^{٢} + (بء)^{٢} = (٦)^{٢} + (٤,٥)^{٢}

= ٣٦ + ٢٠,٢٥ = ٥٦,٢٥

∴ (أب)^{٢} + (أهـ)^{٢} = ٥٦,٢٥ + (١٠)^{٢}

= ١٥٦,٢٥ (١)

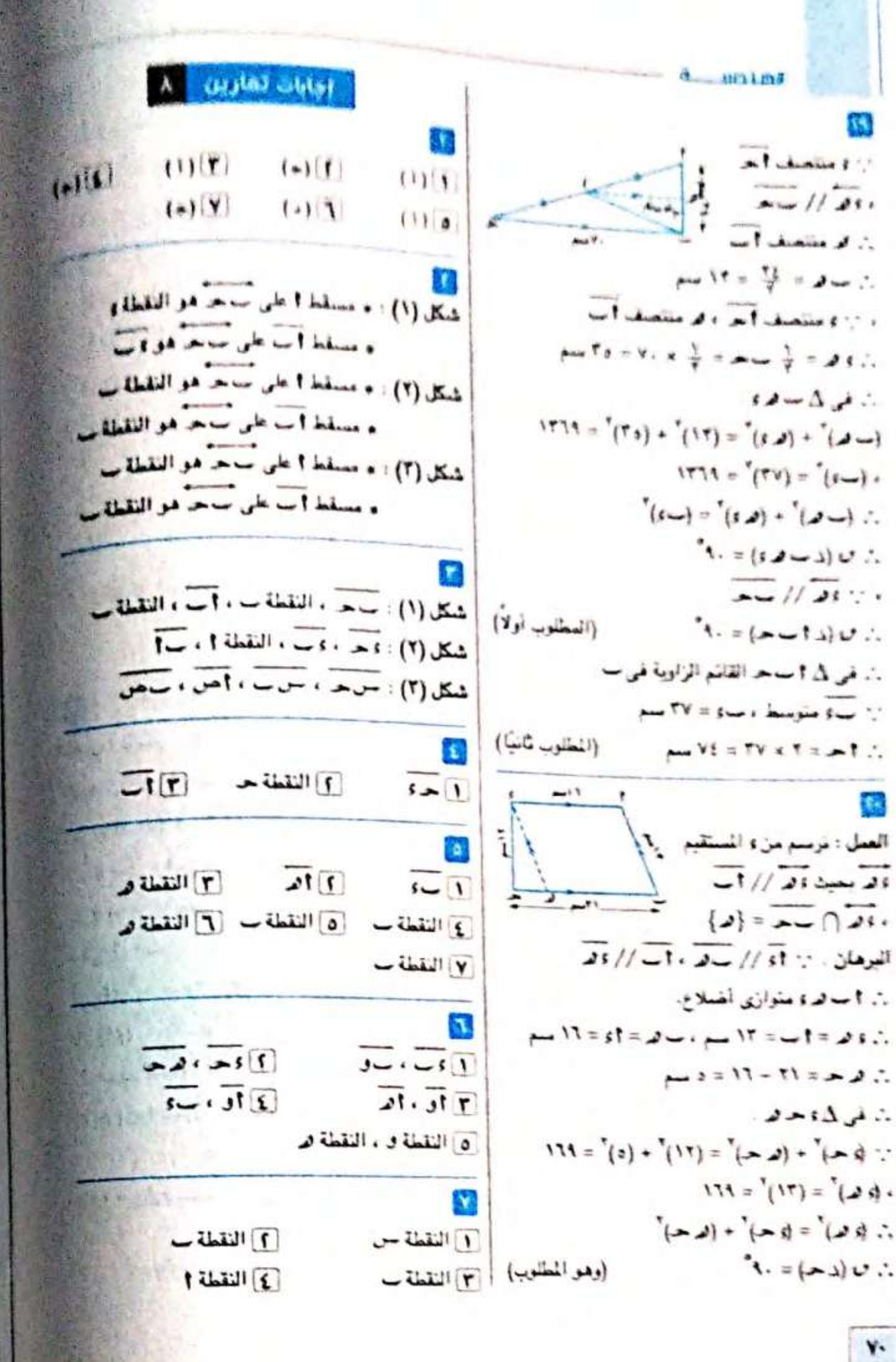
، ∵ بهـ = بء + ءهـ

= ٤,٥ + ٨ = ١٢,٥ سم

∴ (بهـ)^{٢} = (١٢,٥)^{٢} = ١٥٦,٢٥ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ (أب)^{٢} + (أهـ)^{٢} = (بهـ)^{٢}

∴ ق(∠بأهـ) = ٩٠° (وهو المطلوب)



١٩

∵ ء منتصف $\overline{أحـ}$ ، $\overline{ءهـ}$ // $\overline{بحـ}$

∴ هـ منتصف $\overline{أب}$

∴ ب هـ = $\frac{٢٤}{٢}$ = ١٢ سم

∵ ء منتصف $\overline{أحـ}$ ، هـ منتصف $\overline{أب}$

∴ ء هـ = $\frac{١}{٢}$ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ × ٧٠ = ٣٥ سم

∴ في △ ب هـ ء

(ب هـ)^{٢} + (هـ ء)^{٢} = (١٢)^{٢} + (٣٥)^{٢} = ١٣٦٩

، (ب ء)^{٢} = (٣٧)^{٢} = ١٣٦٩

∴ (ب هـ)^{٢} + (هـ ء)^{٢} = (ب ء)^{٢}

∴ ق (∠ ب هـ ء) = ٩٠°

، ∵ $\overline{ءهـ}$ // $\overline{بحـ}$

∴ ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠° (المطلوب أولاً)

∴ في △ أ ب حـ القائم الزاوية في ب

∵ $\overline{بء}$ متوسط ، ب ء = ٣٧ سم

∴ أ حـ = ٢ × ٣٧ = ٧٤ سم (المطلوب ثانياً)

٢٠

العمل : نرسم من ء المستقيم $\overleftrightarrow{ءهـ}$ بحيث $\overleftrightarrow{ءهـ}$ // $\overline{أب}$

، $\overleftrightarrow{ءهـ}$ ∩ $\overline{بحـ}$ = {هـ}

البرهان : ∵ $\overline{أء}$ // $\overline{بهـ}$ ، $\overline{أب}$ // $\overline{ءهـ}$

∴ أ ب هـ ء متوازي أضلاع.

∴ ء هـ = أ ب = ١٣ سم ، ب هـ = أ ء = ١٦ سم

∴ هـ حـ = ٢١ - ١٦ = ٥ سم

∴ في △ ء حـ هـ

∵ (ء حـ)^{٢} + (هـ حـ)^{٢} = (١٢)^{٢} + (٥)^{٢} = ١٦٩

، (ء هـ)^{٢} = (١٣)^{٢} = ١٦٩

∴ (ء هـ)^{٢} = (ء حـ)^{٢} + (هـ حـ)^{٢}

∴ ق (∠ حـ) = ٩٠° (وهو المطلوب)

إجابات تمارين ٨

١

١ (أ) ٢ (حـ) ٣ (أ) ٤ (حـ)

٥ (أ) ٦ (د) ٧ (حـ)

٢

شكل (١) : • مسقط أ على $\overleftrightarrow{بحـ}$ هو النقطة ء

• مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{بحـ}$ هو $\overline{ءب}$

شكل (٢) : • مسقط أ على $\overleftrightarrow{بحـ}$ هو النقطة ب

• مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{بحـ}$ هو النقطة ب

شكل (٣) : • مسقط أ على $\overleftrightarrow{بحـ}$ هو النقطة ب

• مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{بحـ}$ هو النقطة ب

٣

شكل (١) : $\overline{بحـ}$ ، النقطة ب ، $\overline{أب}$ ، النقطة ب

شكل (٢) : $\overline{ءحـ}$ ، $\overline{ءب}$ ، النقطة أ ، $\overline{بأ}$

شكل (٣) : $\overline{سحـ}$ ، $\overline{سب}$ ، $\overline{أص}$ ، $\overline{بص}$

٤

١ $\overline{حـء}$ ٢ النقطة حـ ٣ $\overline{أب}$

٥

١ $\overline{بء}$ ٢ $\overline{أهـ}$ ٣ النقطة هـ

٤ النقطة ب ٥ النقطة ب ٦ النقطة هـ

٧ النقطة ب

٦

١ $\overline{ءب}$ ، $\overline{بو}$ ٢ $\overline{ءحـ}$ ، $\overline{هـحـ}$

٣ $\overline{أو}$ ، $\overline{أهـ}$ ٤ $\overline{أو}$ ، $\overline{بء}$

٥ النقطة و ، النقطة هـ

٧

١ النقطة س ٢ النقطة ب

٣ النقطة ب ٤ النقطة أ

٨

العمل : نرسم $\overline{أء}$ ⊥ $\overline{بحـ}$

البرهان : $\overline{بء}$ هي مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{بحـ}$

∵ △ أ ب حـ متساوي الساقين

∴ $\overline{أء}$ متوسط في △ أ ب حـ ∴ ب ء = $\frac{١}{٢}$ ب حـ

∴ ب ء = ٣ سم (المطلوب أولاً)

في △ أ ب ء القائم في ء

∴ (أ ء)^{٢} = (أ ب)^{٢} - (ب ء)^{٢} = ٢٥ - ٩ = ١٦

∴ أ ء = ٤ سم

∴ م (△ أ ب حـ) = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ٦ = ١٢ سم^{٢} (المطلوب ثانياً)

٩

١ $\overline{هـم}$ هي مسقط $\overline{وم}$ على $\overleftrightarrow{هـم}$

في △ و هـ م القائم الزاوية في هـ

∴ (هـ م)^{٢} = (و م)^{٢} - (و هـ)^{٢} = ٩ - ١ = ٨

∴ هـ م = $\sqrt{٨}$ = ٢$\sqrt{٢}$ سم (المطلوب أولاً)

٢ $\overline{أم}$ هي مسقط $\overline{بم}$ على $\overleftrightarrow{أم}$

في △ هـ ء م القائم في ء

∴ (ء م)^{٢} = (هـ م)^{٢} - (هـ ء)^{٢} = ٨ - ١ = ٧

∴ ء م = $\sqrt{٧}$ سم

في △ ء حـ م القائم في حـ

∴ (حـ م)^{٢} = (ء م)^{٢} - (ء حـ)^{٢} = ٧ - ١ = ٦

∴ حـ م = $\sqrt{٦}$ سم

في △ حـ ب م القائم في ب

∴ (ب م)^{٢} = (حـ م)^{٢} - (ب حـ)^{٢} = ٦ - ١ = ٥

∴ ب م = $\sqrt{٥}$ سم

في △ ب أ م القائم في أ

∴ (أ م)^{٢} = (ب م)^{٢} - (أ ب)^{٢} = ٥ - ١ = ٤

∴ أ م = ٢ سم (المطلوب ثانياً)

١٠

١ $\overline{أء}$ هي مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{أحـ}$

في △ ب ء حـ القائم في ء

يكون ق (∠ حـ) = ٣٠° ، ق (∠ ء ب حـ) = ٦٠°

في △ أ ب ء القائم في ء يكون

ق (∠ أ ب ء) = ٣٠° ، ق (∠ أ) = ٦٠°

∴ أ ء = $\frac{١}{٢}$ أ ب

∴ أ ء = ٣ سم (المطلوب أولاً)

٢ $\overline{ءحـ}$ هي مسقط $\overline{بحـ}$ على $\overleftrightarrow{أحـ}$

في △ أ ب حـ القائم في ب يكون

ق (∠ أ) = ٦٠° ، ق (∠ حـ) = ٣٠°

∴ أ ب = $\frac{١}{٢}$ أ حـ ∴ أ حـ = ٢ أ ب

∴ أ حـ = ١٢ سم ∴ ء حـ = أ حـ - أ ء

∴ ء حـ = ١٢ - ٣ = ٩ سم (المطلوب ثانياً)

١١

العمل : نرسم $\overline{بو}$ ⊥ $\overline{هـء}$

البرهان :

١ $\overline{ءو}$ هي مسقط $\overline{بء}$ على $\overline{حـء}$

في △ أ حـ هـ القائم في حـ

(حـ هـ)^{٢} = (أ هـ)^{٢} - (أ حـ)^{٢} = ٤٠٠ - ٢٥٦ = ١٤٤

∴ حـ هـ = ١٢ سم

∵ حـ هـ = هـ ء ∴ هـ ء = ١٢ سم

∵ △ هـ ب ء متساوي الساقين ، $\overline{بو}$ ⊥ $\overline{هـء}$

∴ $\overline{بو}$ هو متوسط في △ هـ ب ء

∴ و ء = $\frac{١}{٢}$ هـ ء

∴ و ء = ٦ سم (المطلوب أولاً)

٢ $\overline{حـو}$ هي مسقط $\overline{أب}$ على $\overline{حـء}$

∵ حـ و = حـ هـ + هـ و

∴ حـ و = ١٢ + ٦ = ١٨ سم (المطلوب ثانياً)

١٢

[١] هـ حـ هى مسقط ب حـ على ء حـ

∵ أ ء ⊥ ء حـ ، ب هـ ⊥ ء حـ

∴ أ ء // ب هـ ∴ الشكل أ ء هـ ب مستطيل،

∴ أ ء = ب هـ ∴ ب هـ = ١٢ سم

فى Δ ب هـ حـ القائم فى هـ

∴ (هـ حـ)^2 = (ب حـ)^2 − (ب هـ)^2 = ١٦٩ − ١٤٤ = ٢٥

∴ هـ حـ = ٥ سم (المطلوب أولاً)

[٢] ء هـ هى مسقط أ ب على ء حـ

∵ ء هـ = ء حـ − هـ حـ

∴ ء هـ = ٢٥ − ٥ = ٢٠ سم (المطلوب ثانيًا)

[٣] ∵ ء حـ // أ ب

∴ طول مسقط ء حـ على أ ب = طول ء حـ = ٢٥ سم (المطلوب ثالثًا)

[٤] ∵ ء هـ = أ ب ∴ أ ب = ٢٠ سم

∴ مساحة شبه المنحرف أ ب حـ ء

= $\frac{١}{٢}$ (٢٥ + ٢٠) × ١٢ = ٢٧٠ سم^2 (المطلوب رابعًا)

١٣

[١] أ حـ هى مسقط أ ب على أ حـ

فى Δ أ حـ ب القائم فى حـ

(أ حـ)^2 = (أ ب)^2 − (ب حـ)^2 = ١٦٩ − ٢٥ = ١٤٤

∴ أ حـ = ١٢ سم (المطلوب أولاً)

[٢] أ ء هى مسقط حـ ء على أ ء

فى Δ ء أ حـ القائم فى أ

∴ (أ ء)^2 = (حـ ء)^2 − (أ حـ)^2 = ٢٢٥ − ١٤٤ = ٨١

∴ أ ء = ٩ سم (المطلوب ثانيًا)

١٤

العمل : نرسم ء هـ ⊥ ب حـ

البرهان :

[١] هـ حـ هى مسقط ء حـ على ب حـ

∵ أ ب ⊥ ب حـ ، ء هـ ⊥ ب حـ

∴ أ ب // ء هـ ∴ الشكل أ ب هـ ء مستطيل،

∴ أ ء = ب هـ ∴ ب هـ = ٩ سم

∵ هـ حـ = ب حـ − ب هـ

∴ هـ حـ = ١٥ − ٩ = ٦ سم (المطلوب أولاً)

[٢] أ ب هى مسقط ء حـ على أ ب

فى Δ ء هـ حـ القائم فى هـ

∴ (ء هـ)^2 = (ء حـ)^2 − (هـ حـ)^2 = ١٠٠ − ٣٦ = ٦٤

∴ ء هـ = ٨ سم

∵ ء هـ = أ ب

∴ أ ب = ٨ سم (المطلوب ثانيًا)

١٥

* هـ حـ هى مسقط ء حـ على ب حـ

∵ أ ب حـ ء متوازى أضلاع.

∴ أ ب = ء حـ ∴ ء حـ = ١٣ سم

، ء هـ = $\frac{١٩٢}{١٦}$ = ١٢ سم

فى Δ ء هـ حـ القائم الزاوية فى هـ

(هـ حـ)^2 = (ء حـ)^2 − (ء هـ)^2 = ١٦٩ − ١٤٤ = ٢٥

∴ هـ حـ = ٥ سم (وهو المطلوب)

١٦

[١] (أ) النقطة ء (ب) النقطة هـ

(جـ) أ هـ (د) أ ء

[٢] ب ء هى مسقط أ ب على ب حـ

، ∵ أ ء = $\frac{٣٣٦ \times ٢}{٢٨}$ = ٢٤ سم

فى Δ أ ء ب القائم فى ء

∴ (ب ء)^2 = (أ ب)^2 − (أ ء)^2 = ٩٠٠ − ٥٧٦ = ٣٢٤

∴ ب ء = ١٨ سم (وهو المطلوب)

١٧

العمل : نرسم أ ء ⊥ ب حـ

البرهان : ء ب هى مسقط أ ب على ب حـ

، ∵ ق (∠ أ ب حـ) = ١٢٠°

∴ فى Δ ء أ ب القائم الزاوية فى ء يكون :

ق (∠ أ ب ء) = ٦٠° ، ق (∠ ء أ ب) = ٣٠°

∴ ب ء = $\frac{١}{٢}$ أ ب

∴ ب ء = ٦ سم (وهو المطلوب)

إجابات تمارين ٩

١

[١] (أ ء)^2 + (ء حـ)^2 [٢] (ب حـ)^2 − (أ ب)^2

[٣] حـ ء × حـ ب [٤] ب ء × ء حـ

[٥] ب حـ × أ ء [٦] ء ب أ ، ء أ حـ

٢

[١] ٣ [٢] ٣,٢ [٣] ٢,٤ [٤] ٢,١٦

٣

∵ Δ س ص ل قائم الزاوية فى ل

∴ (س ص)^2 = (س ل)^2 + (ص ل)^2

= ٨١ + ١٤٤ = ٢٢٥

∴ س ص = ١٥ سم (المطلوب أولاً)

، ∵ Δ س ص ع قائم الزاوية فى ص

، ص ل ⊥ س ع

∴ (ص ل)^2 = ل ع × ل س

∴ ١٤٤ = ل ع × ٩

∴ ل ع = $\frac{١٤٤}{٩}$ = ١٦ سم (المطلوب ثانيًا)

، ∵ (ع ص)^2 = ل ع × ع س = ١٦ × ٢٥ = ٤٠٠

∴ ع ص = ٢٠ سم (المطلوب ثالثًا)

٤

∵ أ ب حـ ء مستطيل ∴ ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠°

∴ (أ حـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب حـ)^2 = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠

∴ أ حـ = ١٠ سم

، ∵ ب هـ ⊥ أ حـ

∴ ب هـ = $\frac{أ ب \times ب حـ}{أ حـ}$ = $\frac{٦ \times ٨}{١٠}$

= ٤,٨ سم (المطلوب أولاً)

، (ب حـ)^2 = حـ هـ × أ حـ

∴ ٦٤ = حـ هـ × ١٠

∴ حـ هـ = $\frac{٦٤}{١٠}$ = ٦,٤ سم (المطلوب ثانيًا)

٥

∵ Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى أ ، أ ء ⊥ ب حـ

∴ (ب حـ)^2 = (أ ب)^2 + (أ حـ)^2

= ٦٤ + ٣٦ = ١٠٠

∴ ب حـ = ١٠ سم

، (أ ب)^2 = ب ء × ب حـ ∴ ٦٤ = ب ء × ١٠

∴ ب ء = ٦,٤ سم (المطلوب أولاً)

، (أ حـ)^2 = حـ ء × ب حـ ∴ ٣٦ = حـ ء × ١٠

∴ حـ ء = ٣,٦ سم (المطلوب ثانيًا)

، (أ ء)^2 = ب ء × حـ ء = ٦,٤ × ٣,٦ = ٢٣,٠٤

∴ أ ء = ٤,٨ سم (المطلوب ثالثًا)

٦

∵ Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب ، ب ء ⊥ أ حـ

∴ (أ ب)^2 = أ ء × أ حـ = ٤,٥ × ١٢,٥ = ٥٦,٢٥

∴ أ ب = ٧,٥ سم (المطلوب أولاً)

، ∵ (ب حـ)^2 = حـ ء × حـ أ

∴ (ب حـ)^2 = ٨ × ١٢,٥ = ١٠٠

∴ ب حـ = ١٠ سم (المطلوب ثانيًا)

، ∵ (ب ء)^{٢} = ء أ × ء حـ = ٤,٥ × ٨ = ٣٦

∴ ب ء = ٦ سم (المطلوب ثالثًا)

٧

∵ Δ ب حـ ء قائم الزاوية فى حـ

∴ (ب ء)^{٢} = (ب حـ)^{٢} + (حـ ء)^{٢} = ٤٩ + ٥٧٦ = ٦٢٥

∴ ب ء = ٢٥ سم (المطلوب أولاً)

، ∵ Δ أ ب ء قائم الزاوية فى أ ، $\overline{\text{أ هـ}} \perp \overline{\text{ب ء}}$

∴ (أ ء)^{٢} = (ب ء)^{٢} − (أ ب)^{٢} = ٦٢٥ − ٢٢٥ = ٤٠٠

∴ أ ء = ٢٠ سم (المطلوب ثانيًا)

، ∵ $\overline{\text{ب هـ}}$ هى مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$

، (أ ب)^{٢} = ب هـ × ب ء ∴ ٢٢٥ = ب هـ × ٢٥

∴ ب هـ = ٩ سم (المطلوب ثالثًا)

، ∵ $\overline{\text{أ هـ}}$ هى مسقط $\overline{\text{أ ء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ هـ}}$

∴ أ هـ = $\frac{\text{أ ب × أ ء}}{\text{ب ء}}$ = $\frac{١٥ × ٢٠}{٢٥}$ = ١٢ سم

(المطلوب رابعًا)

٨

مسقط $\overline{\text{أ ص}}$ على $\overleftrightarrow{\text{س هـ}}$ هو $\overline{\text{س ص}}$

، ∵ Δ أ س ص قائم الزاوية فى س

∴ (س ص)^{٢} = (أ ص)^{٢} − (أ س)^{٢}

= ١٠٠ − ٦٤ = ٣٦

∴ س ص = ٦ سم (المطلوب أولاً)

، ∵ $\overline{\text{س و}} \perp \overline{\text{أ ص}}$

∴ س و = $\frac{\text{س أ × س ص}}{\text{أ ص}}$ = $\frac{٨ × ٦}{١٠}$

= ٤,٨ سم (المطلوب ثانيًا)

، (أ س)^{٢} = أ و × أ ص

∴ ٦٤ = أ و × ١٠

∴ أ و = $\frac{٦٤}{١٠}$ = ٦,٤ سم (المطلوب ثالثًا)

، ∵ Δ أ س هـ قائم الزاوية فى س

∴ (هـ س)^{٢} = (أ هـ)^{٢} − (أ س)^{٢}

= ٢٨٩ − ٦٤ = ٢٢٥

∴ هـ س = ١٥ سم

∴ مساحة Δ أ س هـ = $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ١٥ = ٦٠ سم^{٢}

(المطلوب رابعًا)

٩

مسقط $\overline{\text{ص ع}}$ على $\overleftrightarrow{\text{س ع}}$ هو $\overline{\text{ل ع}}$

، ∵ Δ ص ل ع قائم الزاوية فى ل

∴ (ع ل)^{٢} = (ص ع)^{٢} − (ص ل)^{٢}

= ١٤٤ − ٩٢,١٦ = ٥١,٨٤

∴ ع ل = ٧,٢ سم (المطلوب أولاً)

مسقط $\overline{\text{س ص}}$ على $\overleftrightarrow{\text{س ع}}$ هو $\overline{\text{س ل}}$

، ∵ Δ س ص ع قائم الزاوية فى ص

، $\overline{\text{ص ل}} \perp \overline{\text{س ع}}$

∴ (ص ل)^{٢} = ع ل × س ل

∴ (٩,٦)^{٢} = ٧,٢ × س ل

∴ س ل = $\frac{(٩,٦)^{٢}}{٧,٢}$ = ١٢,٨ سم (المطلوب ثانيًا)

مسقط $\overline{\text{س ع}}$ على $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ هو $\overline{\text{س ص}}$

، ∵ Δ س ص ع قائم الزاوية فى ص

، $\overline{\text{ص ل}} \perp \overline{\text{س ع}}$

∴ (ص س)^{٢} = س ل × س ع

= ١٢,٨ × (١٢,٨ + ٧,٢) = ٢٥٦

∴ ص س = ١٦ سم (المطلوب ثالثًا)

١٠

∵ أ ب حـ ء مستطيل

∴ أ ب = ء حـ ∴ ء حـ = ٣٠ سم

∵ Δ أ ء حـ قائم الزاوية فى ء ، $\overline{\text{ء و}} \perp \overline{\text{أ حـ}}$

∴ (أ حـ)^{٢} = (أ ء)^{٢} + (ء حـ)^{٢} = ١٦٠٠ + ٩٠٠ = ٢٥٠٠

∴ أ حـ = ٥٠ سم

، ∵ (أ ء)^{٢} = أ و × أ حـ ∴ ١٦٠٠ = أ و × ٥٠

∴ أ و = $\frac{١٦٠٠}{٥٠}$ = ٣٢ سم (المطلوب أولاً)

∴ ء و = $\frac{\text{أ ء × ء حـ}}{\text{أ حـ}}$ = $\frac{٤٠ × ٣٠}{٥٠}$

= ٢٤ سم (المطلوب ثانيًا)

، ∵ Δ ء حـ هـ قائم الزاوية فى حـ ، $\overline{\text{حـ و}} \perp \overline{\text{ء هـ}}$

∴ (ء حـ)^{٢} = ء و × ء هـ ∴ ٩٠٠ = ٢٤ × ء هـ

∴ ء هـ = $\frac{٩٠٠}{٢٤}$ = ٣٧,٥ سم

، ∵ و هـ = ء هـ − ء و

= ٣٧,٥ − ٢٤ = ١٣,٥ سم

، ∵ (حـ هـ)^{٢} = و هـ × ء هـ

= ١٣,٥ × ٣٧,٥ = ٥٠٦,٢٥

∴ حـ هـ = ٢٢,٥ سم (المطلوب ثالثًا)

١١

فى ΔΔ حـ ب أ ، حـ هـ ء

القائمى الزاوية فى ب ، هـ

على الترتيب

∵ ∠ حـ مشتركة فى المثلثين

∴ Δ حـ هـ ء ~ Δ حـ ب أ (المطلوب أولاً)

∴ $\frac{\text{أ ب}}{\text{ء هـ}}$ = $\frac{\text{أ حـ}}{\text{ء حـ}}$

∴ أ حـ = $\frac{٦ × ٥}{٣}$ = ١٠ سم (المطلوب ثانيًا)

∵ Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب

∴ (ب حـ)^{٢} = (أ حـ)^{٢} − (أ ب)^{٢} = ١٠٠ − ٣٦ = ٦٤

∴ ب حـ = ٨ سم

، $\overline{\text{أ و}}$ هى مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$

، ∵ (أ ب)^{٢} = أ و × أ حـ

∴ ٣٦ = أ و × ١٠

∴ أ و = $\frac{٣٦}{١٠}$ = ٣,٦ سم (المطلوب ثالثًا)

١٢

العمل : نرسم $\overline{\text{أ ء}}$

البرهان : ∵ $\overline{\text{أ ء}}$ متوسط فى المثلث القائم أ ب حـ مرسوم من رأس القائمة

∴ أ ء = $\frac{١}{٢}$ ب حـ = ١٠ سم

، ∵ Δ أ هـ ء قائم الزاوية فى هـ

∴ (هـ ء)^{٢} = (أ ء)^{٢} − (أ هـ)^{٢} = ١٠٠ − ٩٢,١٦ = ٧,٨٤

∴ هـ ء = ٢,٨ سم

∴ حـ هـ = حـ ء − هـ ء = ١٠ − ٢,٨ = ٧,٢ سم

، ∵ Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى أ ، $\overline{\text{أ هـ}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$

∴ (أ ب)^{٢} = ب هـ × حـ ب = ١٢,٨ × ٢٠ = ٢٥٦

∴ أ ب = ١٦ سم (المطلوب أولاً)

، (أ حـ)^{٢} = حـ هـ × حـ ب = ٧,٢ × ٢٠ = ١٤٤

∴ أ حـ = ١٢ سم (المطلوب ثانيًا)

١٣

∵ Δ أ ب ء قائم الزاوية فى ب

∴ (ب ء)^{٢} = (أ ء)^{٢} − (أ ب)^{٢} = ١٠٠ − ٣٦ = ٦٤

∴ ب ء = ٨ سم

∴ م (▱ أ ب حـ ء) = أ ب × ب ء = ٦ × ٨

= ٤٨ سم^{٢} (المطلوب أولاً)

، ∵ $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{ء حـ}}$ من خواص متوازى الأضلاع

، $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$ قاطع لهما

∴ ق (∠ أ ب ء) = ق (∠ حـ ء ب) (بالتبادل)

∴ ق (∠ حـ ء ب) = ٩٠°

∵ أ ب = ء حـ ، أ ء = ب حـ

من خواص متوازى الأضلاع

∵ ء حـ = ٦ سم ، ب حـ = ١٠ سم

∵ Δ دبحـ قائم الزاوية فى د ، $\overline{\text{د هـ}} \perp \overline{\text{بحـ}}$

∴ $\overline{\text{ب هـ}}$ مسقط $\overline{\text{دب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{بحـ}}$

، (ب د)^{٢} = ب هـ × ب حـ ∴ ٦٤ = ب هـ × ١٠

∴ ب هـ = $\frac{٦٤}{١٠}$ = ٦٫٤ سم (المطلوب ثانيًا)

، د هـ = $\frac{\text{دب} \times \text{دحـ}}{\text{بحـ}}$ = $\frac{٨ \times ٦}{١٠}$ = $\frac{٤٨}{١٠}$

= ٤٫٨ سم (المطلوب ثالثًا)

١٤

∵ $\overline{\text{دب}} \perp \overline{\text{أب}}$

∴ م (▱ أبحـد) = أب × دب

∴ ١٩٢ = أب × ١٦ ∴ أب = ١٢ سم

، ∵ Δ أبد قائم الزاوية فى ب

∴ (أد)^{٢} = (أب)^{٢} + (ب د)^{٢} = ١٤٤ + ٢٥٦ = ٤٠٠

∴ أد = ٢٠ سم

، ∵ Δ أبد قائم الزاوية فى ب ، $\overline{\text{ب و}} \perp \overline{\text{أد}}$

∴ ب و = $\frac{\text{أب} \times \text{ب د}}{\text{أد}}$ = $\frac{١٢ \times ١٦}{٢٠}$ = ٩٫٦ سم

، ∵ (د ب)^{٢} = د و × د أ ∴ ٢٥٦ = د و × ٢٠

∴ د و = ١٢٫٨ سم

∴ مساحة المستطيل ب هـ د و = و د × ب و

= ١٢٫٨ × ٩٫٦ = ١٢٢٫٨٨ سم^{٢} (وهو المطلوب)

١٥

∵ $\overline{\text{أد}}$ // $\overline{\text{هـحـ}}$ ، $\overline{\text{أهـ}}$ // $\overline{\text{دحـ}}$

∴ الشكل أهـحـد متوازى أضلاع

∴ أد = هـحـ = ٦ سم

، ∵ هـ منتصف $\overline{\text{بحـ}}$

∴ بحـ = ٢ × ٦ = ١٢ سم

، ∵ م (شبه المنحرف أبحـد) = ٧٢ سم^{٢}

∴ ٧٢ = $\frac{١}{٢}$ (أد + بحـ) × أب

∴ ٧٢ = $\frac{٦ + ١٢}{٢}$ × أب

∴ أب = $\frac{٢ \times ٧٢}{١٨}$ = ٨ سم

، ∵ Δ أب هـ قائم الزاوية فى ب

∴ (أهـ)^{٢} = (أب)^{٢} + (ب هـ)^{٢} = ٦٤ + ٣٦ = ١٠٠

∴ أهـ = ١٠ سم

، ∵ $\overline{\text{ب و}} \perp \overline{\text{أهـ}}$

∴ ب و = $\frac{\text{أب} \times \text{ب هـ}}{\text{أهـ}}$ = $\frac{٨ \times ٦}{١٠}$ = ٤٫٨ سم

(وهو المطلوب)

١٦

∵ $\overline{\text{أب}}$ // $\overline{\text{دحـ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{بحـ}}$ قاطع لهما

∴ ق (∠ دحـب) + ق (∠ أبحـ) = ١٨٠°

(داخلتان وفى جهة واحدة من القاطع)

∴ ق (∠ دحـب) = ١٨٠° − ٩٠° = ٩٠°

∵ Δ دحـهـ قائم الزاوية فى حـ

∴ (د هـ)^{٢} = (د حـ)^{٢} + (حـ هـ)^{٢}

= ٨١ + (حـ هـ)^{٢} (١)

، ∵ Δ أب هـ قائم الزاوية فى ب

∴ (أهـ)^{٢} = (أب)^{٢} + (ب هـ)^{٢}

= ٢٥٦ + (ب هـ)^{٢} (٢)

، ∵ Δ د هـ أ قائم الزاوية فى هـ

∴ (د أ)^{٢} = (د هـ)^{٢} + (أهـ)^{٢}

∴ ٦٢٥ = (د هـ)^{٢} + (أهـ)^{٢} (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) :

∴ ٦٢٥ = ٨١ + ٢٥٦ + (حـ هـ)^{٢} + (ب هـ)^{٢}

، ∵ ب هـ = حـ هـ ∴ ٦٢٥ = ٣٣٧ + ٢ (ب هـ)^{٢}

∴ ٢ (ب هـ)^{٢} = ٢٨٨ ∴ (ب هـ)^{٢} = ١٤٤

∴ ب هـ = ١٢ سم ، حـ هـ = ١٢ سم

، بحـ = ٢٤ سم

∴ م (شبه المنحرف أبحـد)

= $\frac{١}{٢}$ (دحـ + أب) × بحـ

= $\frac{١}{٢}$ (٩ + ١٦) × ٢٤ = ٣٠٠ سم^{٢} (المطلوب أولًا)

، من (٢) ∴ (أهـ)^{٢} = ٢٥٦ + ١٤٤ = ٤٠٠

∴ أهـ = ٢٠ سم

∵ Δ د هـ أ قائم الزاوية فى هـ ، $\overline{\text{هـ و}} \perp \overline{\text{أد}}$

∴ $\overline{\text{أو}}$ هى مسقط $\overline{\text{أهـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أد}}$ ، (أهـ)^{٢} = أو × أد

∴ ٤٠٠ = أو × ٢٥

∴ أو = ١٦ سم (المطلوب ثانيًا)

١٧

∵ Δ أبحـ قائم الزاوية فى ب

∴ (أحـ)^{٢} = (أب)^{٢} + (بحـ)^{٢}

= ٢٢٥ + ٤٠٠ = ٦٢٥

∴ أحـ = ٢٥ سم

، ∵ Δ أبحـ قائم الزاوية فى ب ، $\overline{\text{ب د}} \perp \overline{\text{أحـ}}$

∴ (ب أ)^{٢} = أد × أحـ ∴ (١٥)^{٢} = أد × ٢٥

∴ أد = $\frac{٢٢٥}{٢٥}$ = ٩ سم ∴ دحـ = ١٦ سم

، ∵ (ب د)^{٢} = د أ × دحـ ∴ (ب د)^{٢} = ٩ × ١٦

∴ ب د = ١٢ سم

، ∵ Δ دبحـ قائم الزاوية فى د

، $\overline{\text{د و}} \perp \overline{\text{بحـ}}$

∴ د و = $\frac{\text{د ب} \times \text{دحـ}}{\text{بحـ}}$ = $\frac{١٢ \times ١٦}{٢٠}$

= ٩٫٦ سم (المطلوب أولًا)

، ∵ Δ د أب قائم الزاوية فى د ، $\overline{\text{د هـ}} \perp \overline{\text{أب}}$

∴ د هـ = $\frac{\text{أد} \times \text{ب د}}{\text{أب}}$ = $\frac{٩ \times ١٢}{١٥}$

= ٧٫٢ سم (المطلوب ثانيًا)

١٨

لكى يكون طول

الطريق أقل ما يمكن لابد

أن يكون الطريق عموديًا

على الطريق السريع

أى أن : $\overline{\text{ب د}} \perp \overline{\text{أحـ}}$

∵ Δ أبحـ قائم الزاوية فى ب

∴ (أحـ)^{٢} = (أب)^{٢} + (بحـ)^{٢}

= ١٦٠٠ + ٩٠٠ = ٢٥٠٠

∴ أحـ = ٥٠ كم

، ∵ $\overline{\text{ب د}} \perp \overline{\text{أحـ}}$

∴ ب د = $\frac{\text{أب} \times \text{بحـ}}{\text{أحـ}}$ = $\frac{٤٠ \times ٣٠}{٥٠}$ = ٢٤ كم

(وهو المطلوب)

١٩

الطريقة الأولى :

∵ Δ أبحـ قائم الزاوية فى أ ، $\overline{\text{أد}} \perp \overline{\text{بحـ}}$

∴ (د أ)^{٢} = د ب × دحـ ∴ (٤٫٨)^{٢} = ٣٫٦ × دحـ

∴ دحـ = $\frac{(٤٫٨)^{٢}}{٣٫٦}$ = ٦٫٤ كم (وهو المطلوب)

الطريقة الثانية :

∵ Δ أبد قائم الزاوية فى د

∴ (أب)^{٢} = (أد)^{٢} + (ب د)^{٢} = ٢٣٫٠٤ + ١٢٫٩٦ = ٣٦

∴ أب = ٦ سم

فى ΔΔ أبحـ ، د ب أ :

ق (∠ ب أحـ) = ق (∠ ب د أ) = ٩٠° ، ∠ ب مشترك

∴ ق (∠ حـ) = ق (∠ ب أد)

∴ Δ أبحـ ~ Δ د ب أ

∴ $\frac{\text{أب}}{\text{د ب}}$ = $\frac{\text{بحـ}}{\text{ب أ}}$ ∴ $\frac{٦}{٣٫٦}$ = $\frac{\text{بحـ}}{٦}$

∴ بحـ = $\frac{٦ \times ٦}{٣٫٦}$ = ١٠ كم

∴ دحـ = بحـ − ب د = ١٠ − ٣٫٦ = ٦٫٤ كم

(وهو المطلوب)

٢٠

بفرض حـ د = س سم ∴ ب د = (٢٥ − س) سم

، فى Δ أبحـ :

∵ ق (∠ أ) = ٩٠° ، $\overline{\text{أد}} \perp \overline{\text{بحـ}}$

∴ (أ ء)^2 = حـ ء × ء ب ∴ ١٤٤ = س (٢٥ − س)

∴ ١٤٤ = ٢٥ س − س^2

∴ س^2 − ٢٥ س + ١٤٤ = ٠

∴ (س − ٩) (س − ١٦) = ٠

∴ س = ٩ أو س = ١٦ (مرفوض لأن حـ ء < ب ء)

∴ (أ ب)^2 = ب ء × ب حـ = ١٦ × ٢٥ = ٤٠٠

∴ أ ب = ٢٠ سم ، ب ء هو مسقط أ ب على ب حـ

، ب ء = ١٦ سم (المطلوب أولاً)

، (أ حـ)^2 = حـ ء × حـ ب = ٩ × ٢٥ = ٢٢٥

∴ أ حـ = ١٥ سم ، حـ ء هو مسقط أ حـ على ب حـ

، حـ ء = ٩ سم (المطلوب ثانيًا)

٤

في Δ س ص ع

، ∵ ق (∠ ص) = ٩٠°

، ص ل ⊥ س ع

∴ (س ص)^2 = س ل × س ع

ولكن س ل = $\frac{٩}{٢٥}$ س ع

∴ (س ص)^2 = $\frac{٩}{٢٥}$ س ع × س ع

∴ س ص = $\frac{٣}{٥}$ س ع (١)

، ∵ (ص ع)^2 = ع ل × س ع

، ∵ س ل = $\frac{٩}{٢٥}$ س ع

∴ ع ل = $\frac{١٦}{٢٥}$ س ع

∴ (ص ع)^2 = $\frac{١٦}{٢٥}$ س ع × س ع

∴ ص ع = $\frac{٤}{٥}$ س ع (٢)

من (١) ، (٢)

∴ س ص : ص ع = $\frac{٣}{٥}$ س ع : $\frac{٤}{٥}$ س ع

= ٣ : ٤ (وهو المطلوب)

إجابات تمارين ١٠

١

[١] ∵ أكبر أضلاع المثلث طولاً هو أ حـ

، (أ حـ)^2 = (١٥)^2 = ٢٢٥

، ∵ (أ ب)^2 + (ب حـ)^2 = (١٢)^2 + (١٤)^2

= ١٤٤ + ١٩٦ = ٣٤٠

∴ (أ حـ)^2 < (أ ب)^2 + (ب حـ)^2

∴ Δ أ ب حـ حاد الزوايا.

[٢] ∵ أكبر أضلاع المثلث طولاً هو أ ب

، (أ ب)^2 = (٨)^2 = ٦٤

، ∵ (أ حـ)^2 + (ب حـ)^2 = (٣)^2 + (٧)^2

= ٩ + ٤٩ = ٥٨

∴ (أ ب)^2 > (أ حـ)^2 + (ب حـ)^2

∴ Δ أ ب حـ منفرج الزاوية في حـ

[٣] ∵ أكبر أضلاع المثلث طولاً هو أ ب

، (أ ب)^2 = (٢٥)^2 = ٦٢٥

، ∵ (أ حـ)^2 + (ب حـ)^2 = (٢٠)^2 + (١٥)^2

= ٤٠٠ + ٢٢٥ = ٦٢٥

∴ (أ ب)^2 = (أ حـ)^2 + (ب حـ)^2

∴ Δ أ ب حـ قائم الزاوية في حـ

٢

∵ (س ع)^2 = (٧)^2 = ٤٩

، ∵ (س ص)^2 + (ص ع)^2 = (٤)^2 + (٥)^2 = ٤١

∴ (س ع)^2 > (س ص)^2 + (ص ع)^2

∴ ∠ ص منفرجة

٣

∵ (ب حـ)^2 = (١٠)^2 = ١٠٠

، ∵ (أ ب)^2 + (أ حـ)^2 = (٦)^2 + (٨)^2

= ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠

∴ (ب حـ)^2 = (أ ب)^2 + (أ حـ)^2 ∴ ∠ أ قائمة

٤

∵ (أ حـ)^2 = (١٥)^2 = ٢٢٥

، ∵ (أ ب)^2 + (ب حـ)^2 = (١٠)^2 + (١٢)^2

= ١٠٠ + ١٤٤ = ٢٤٤

∴ (أ حـ)^2 < (أ ب)^2 + (ب حـ)^2 ∴ ∠ ب حادة

٥

[١] ∵ أكبر أضلاع المثلث طولاً هو أ حـ

∴ ∠ ب المقابلة للضلع أ حـ هي الأكبر قياسًا

، ∵ (أ حـ)^2 = (١٢)^2 = ١٤٤

، (أ ب)^2 + (ب حـ)^2 = (٩)^2 + (١٠)^2

= ٨١ + ١٠٠ = ١٨١

∴ (أ حـ)^2 < (أ ب)^2 + (ب حـ)^2

∴ ∠ ب حادة ، Δ أ ب حـ حاد الزوايا

[٢] ∵ أكبر أضلاع المثلث طولاً هو أ حـ

∴ ∠ ب المقابلة للضلع أ حـ هي الأكبر قياسًا

، ∵ (أ حـ)^2 = (١٣)^2 = ١٦٩

، (أ ب)^2 + (ب حـ)^2 = (٥)^2 + (١٢)^2

= ٢٥ + ١٤٤ = ١٦٩

∴ (أ حـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب حـ)^2

∴ ∠ ب قائمة ، Δ أ ب حـ قائم الزاوية

[٣] ∵ أكبر أضلاع المثلث طولاً هو ب حـ

∴ ∠ أ المقابلة للضلع ب حـ هي الأكبر قياسًا

، ∵ (ب حـ)^2 = (١٦)^2 = ٢٥٦

، (أ ب)^2 + (أ حـ)^2 = (٧)^2 + (١٤)^2

= ٤٩ + ١٩٦ = ٢٤٥

∴ (ب حـ)^2 > (أ ب)^2 + (أ حـ)^2

∴ ∠ أ منفرجة ، Δ أ ب حـ منفرج الزاوية

٦

ب ء هي مسقط أ ء على ب ء

∵ Δ أ ب ء قائم الزاوية في ب

∴ (ب ء)^2 = (أ ء)^2 − (أ ب)^2 = ٢٨٩ − ٦٤ = ٢٢٥

∴ ب ء = ١٥ سم (المطلوب أولاً)

في Δ ب حـ ء

∵ أكبر أضلاع المثلث طولاً هو ب ء

، ∵ (ب ء)^2 = ٢٢٥

، (ب حـ)^2 + (حـ ء)^2 = ٨١ + ١٤٤ = ٢٢٥

∴ (ب ء)^2 = (ب حـ)^2 + (حـ ء)^2

∴ Δ ب حـ ء قائم الزاوية في حـ (المطلوب ثانيًا)

٧

∵ أ ب = ء حـ من خواص متوازي الأضلاع

∴ أ ب = ٨ سم

في Δ أ ب حـ : ∵ (أ حـ)^2 = ٣٦١

، (أ ب)^2 + (ب حـ)^2 = ٦٤ + ٢٢٥ = ٢٨٩

∴ (أ حـ)^2 > (أ ب)^2 + (ب حـ)^2

∴ ∠ أ ب حـ منفرجة (وهو المطلوب)

٨

في Δ أ ب حـ : ∵ ق (∠ ب) = ٩٠°

∴ (أ حـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب حـ)^2

= ١٠٢٤ + ٥٧٦ = ١٦٠٠

∴ أ حـ = ٤٠ سم

، في Δ أ حـ ء : ∵ أكبر الأضلاع طولاً هو أ ء

، ∵ (أ ء)^2 = ٢٠٢٥

، (أ حـ)^2 + (حـ ء)^2 = ١٦٠٠ + ٨١ = ١٦٨١

∴ (أ ء)^2 > (أ حـ)^2 + (حـ ء)^2

∴ Δ أ حـ ء منفرج الزاوية في حـ (وهو المطلوب)

٩

العمل : نرسم $\overline{اح}$

البرهان : في Δ ا ب حـ :

∵ ق (∠ ب) = ٩٠°

∴ (ا حـ)^2 = (ا ب)^2 + (ب حـ)^2

= ٢٥ + ٤٩ = ٧٤

، في Δ ا ء حـ : ∵ (ا حـ)^2 = ٧٤

، (ا ء)^2 + (ء حـ)^2 = ٦٤ + ٣٦ = ١٠٠

∴ (ا حـ)^2 < (ا ء)^2 + (ء حـ)^2

∴ ∠ ء حادة (وهو المطلوب)

١٠

في Δ ا ب حـ :

∵ (ا ب)^2 + (ب حـ)^2 = ١٩٦ + ٢٣٠٤ = ٢٥٠٠

، (ا حـ)^2 = ٢٥٠٠

∴ (ا ب)^2 + (ب حـ)^2 = (ا حـ)^2

∴ Δ ا ب حـ قائم الزاوية في ب

، ∵ $\overline{ب ء}$ متوسط مرسوم من رأس القائمة

∴ ب ء = $\frac{1}{2}$ ا حـ = ٢٥ سم

في Δ ء ب حـ ∵ (ب حـ)^2 = ٢٣٠٤

، (ب ء)^2 + (ء حـ)^2 = ٦٢٥ + ٦٢٥ = ١٢٥٠

∴ (ب حـ)^2 > (ب ء)^2 + (ء حـ)^2

∴ ∠ ب ء حـ منفرجة (وهو المطلوب)

١١

∵ ا ب حـ ء مستطيل

∴ ا ء = ب حـ = ٢٤ سم ، ء حـ = ا ب = ١٦ سم

، ∵ و منتصف $\overline{ا ء}$

∴ ا و = و ء = ١٢ سم

، ∵ ء حـ = ١٦ سم ، ء هـ = ٩ سم

∴ هـ حـ = ٧ سم

∵ Δ و ا ب قائم الزاوية في ا :

∴ (و ب)^2 = (ا ب)^2 + (ا و)^2 = ٢٥٦ + ١٤٤ = ٤٠٠

، ∵ Δ و ء هـ قائم الزاوية في ء

∴ (و هـ)^2 = (و ء)^2 + (ء هـ)^2 = ١٤٤ + ٨١ = ٢٢٥

∵ Δ ب حـ هـ قائم الزاوية في حـ :

∴ (ب هـ)^2 = (ب حـ)^2 + (هـ حـ)^2 = ٥٧٦ + ٤٩ = ٦٢٥

في Δ ب و هـ

∵ (ب هـ)^2 = ٦٢٥

، (ب و)^2 + (و هـ)^2 = ٤٠٠ + ٢٢٥ = ٦٢٥

∴ (ب هـ)^2 = (ب و)^2 + (و هـ)^2

∴ Δ ب و هـ قائم الزاوية في و (وهو المطلوب)

١٢

نفرض أن $\overline{ا حـ}$ ∩ $\overline{ب ء}$ = {م}

، ∵ قطرى المعين متعامدان

وينصف كل منهما الآخر

∴ م ب = م ء = ٦ سم

، ا م = م حـ = ٨ سم ، $\overline{ا م}$ ⊥ $\overline{ب ء}$

∴ ق (∠ ا م ب) = ٩٠°

في Δ ا ب م :

(ا ب)^2 = (ا م)^2 + (م ب)^2 = ٦٤ + ٣٦ = ١٠٠

∴ ا ب = ١٠ سم

، ∵ ا ب حـ ء معين ∴ ا ء = ا ب = ١٠ سم

∴ في Δ ا ب ء :

∵ $\overline{ب ء}$ هو أكبر الأضلاع طولاً ، ب ء = ١٢ سم

∴ (ب ء)^2 = ١٤٤

، ∵ (ا ب)^2 + (ا ء)^2 = ١٠٠ + ١٠٠ = ٢٠٠

∴ (ب ء)^2 < (ا ب)^2 + (ا ء)^2

∴ Δ ا ب ء حاد الزوايا (وهو المطلوب)

١٣

$\overline{ب ء}$ هى مسقط $\overline{ا ء}$

على $\overleftrightarrow{ب ء}$

∵ Δ ا ب ء قائم الزاوية في ب

∴ (ب ء)^2 = (ا ء)^2 − (ا ب)^2

= ٢٨٩ − ٦٤ = ٢٢٥

∴ ب ء = ١٥ سم (المطلوب أولاً)

في Δ ب حـ ء :

∵ $\overline{ب ء}$ أكبر الأضلاع طولاً ، (ب ء)^2 = ٢٢٥

، (ب حـ)^2 + (ء حـ)^2 = ٨١ + ١٤٤ = ٢٢٥

∴ (ب ء)^2 = (ب حـ)^2 + (ء حـ)^2

∴ Δ ب حـ ء قائم الزاوية في حـ (المطلوب ثانيًا)

١٤

∵ Δ ا ء ب

قائم الزاوية في ء

∴ (ء ب)^2 = (ا ب)^2 − (ا ء)^2

= ٢٢٥ − ١٤٤ = ٨١

∴ ء ب = ٩ سم

∵ Δ ا ء حـ قائم الزاوية في ء

∴ (ء حـ)^2 = (ا حـ)^2 − (ا ء)^2 = ١٦٩ − ١٤٤ = ٢٥

∴ ء حـ = ٥ سم

∴ حـ ب = ء ب − ء حـ

= ٩ − ٥ = ٤ سم (وهو المطلوب)

١٥

١ (أ) ٢ (أ) ٣ (جـ)

٤ (ب) ٥ (ب) ٦ (أ)

١٦

١ (حـ) ٢ حادة ٣ منفرجة ٤ قائمة

٥ حادة ٦ حادة ٧ منفرجة ٨ حادة

٩ منفرجة ١٠ > ١١ =

١٢ ٢ سم ، ٨ سم ١٣ منفرج الزاوية

١٤ حادة

١٧

في Δ ا ب حـ :

∵ (ا حـ)^2 = ٤٠٠

، ∵ (ا ب)^2 + (ب حـ)^2

= (١٣)^2 + (١١)^2 = ١٦٩ + ١٢١ = ٢٩٠

∴ (ا حـ)^2 > (ا ب)^2 + (ب حـ)^2

∴ Δ ا ب حـ منفرج الزاوية في ب (المطلوب أولاً)

نرسم : $\overline{ا هـ}$ ⊥ $\overleftrightarrow{ب حـ}$

بحيث $\overline{ا هـ}$ ∩ $\overleftrightarrow{ب حـ}$ = {هـ}

∵ $\overline{ا هـ}$ ⊥ $\overleftrightarrow{ب حـ}$

∴ $\overline{هـ ب}$ هو مسقط $\overline{ا ب}$ على $\overleftrightarrow{ب حـ}$

∴ من Δ ا هـ ب : ∵ ق (∠ هـ) = ٩٠°

∴ (ا هـ)^2 = (ا ب)^2 − (هـ ب)^2 = ١٦٩ − (هـ ب)^2 (١)

من Δ ا هـ حـ : ∵ ق (∠ هـ) = ٩٠°

∴ (ا هـ)^2 = (ا حـ)^2 − (هـ حـ)^2

= ٤٠٠ − (هـ ب + ١١)^2 (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ ١٦٩ − (هـ ب)^2 = ٤٠٠ − (هـ ب + ١١)^2

∴ (هـ ب + ١١)^2 − (هـ ب)^2 = ٤٠٠ − ١٦٩

∴ (هـ ب)^2 + ٢٢ هـ ب + ١٢١ − (هـ ب)^2 = ٢٣١

∴ ٢٢ ب هـ = ٢٣١ − ١٢١ = ١١٠

∴ هـ ب = ١١٠ / ٢٢ = ٥ سم (المطلوب ثانيًا)

∴ (أ هـ)^٢ = ١٦٩ − (٥)^٢ = ١٦٩ − ٢٥ = ١٤٤

∴ أ هـ = ١٢ سم

∴ م (△ أ ب حـ) = ١/٢ × ب حـ × أ هـ

= (١١ × ١٢) / ٢ = ٦٦ سم^٢ (المطلوب ثالثًا)

١٨

∵ أكبر الأضلاع طولاً هو أ ب

∴ ∠ أ حـ ب أكبر الزوايا

قياسًا والمطلوب تحديد قياسها

وهى زاوية منفرجة لأن

(أ ب)^٢ > (أ حـ)^٢ + (حـ ب)^٢

العمل : نرسم أ هـ ⊥ ب حـ

بحيث أ هـ ∩ ب حـ = {هـ}

البرهان : ∵ △ أ هـ حـ قائم الزاوية فى هـ

∴ (أ هـ)^٢ = (أ حـ)^٢ − (هـ حـ)^٢

∴ (أ هـ)^٢ = ٢٥ − (هـ حـ)^٢ (١)

، ∵ △ أ هـ ب قائم الزاوية فى هـ

∴ (أ هـ)^٢ = (أ ب)^٢ − (هـ ب)^٢

∴ (أ هـ)^٢ = ٤٩ − (هـ حـ + ٣)^٢ (٢)

من (١) ، (٢)

∴ ٢٥ − (هـ حـ)^٢ = ٤٩ − (هـ حـ)^٢ − ٦ هـ حـ − ٩

∴ ٦ هـ حـ = ١٥ ∴ هـ حـ = ٢٫٥ سم

، ∵ هـ حـ = ١/٢ أ حـ

∴ ق (∠ هـ أ حـ) = ٣٠°

∴ ق (∠ أ حـ هـ) = ٦٠°

∴ ق (∠ أ حـ ب) = ١٨٠° − ٦٠° = ١٢٠°

(وهو المطلوب)

إجابات مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية

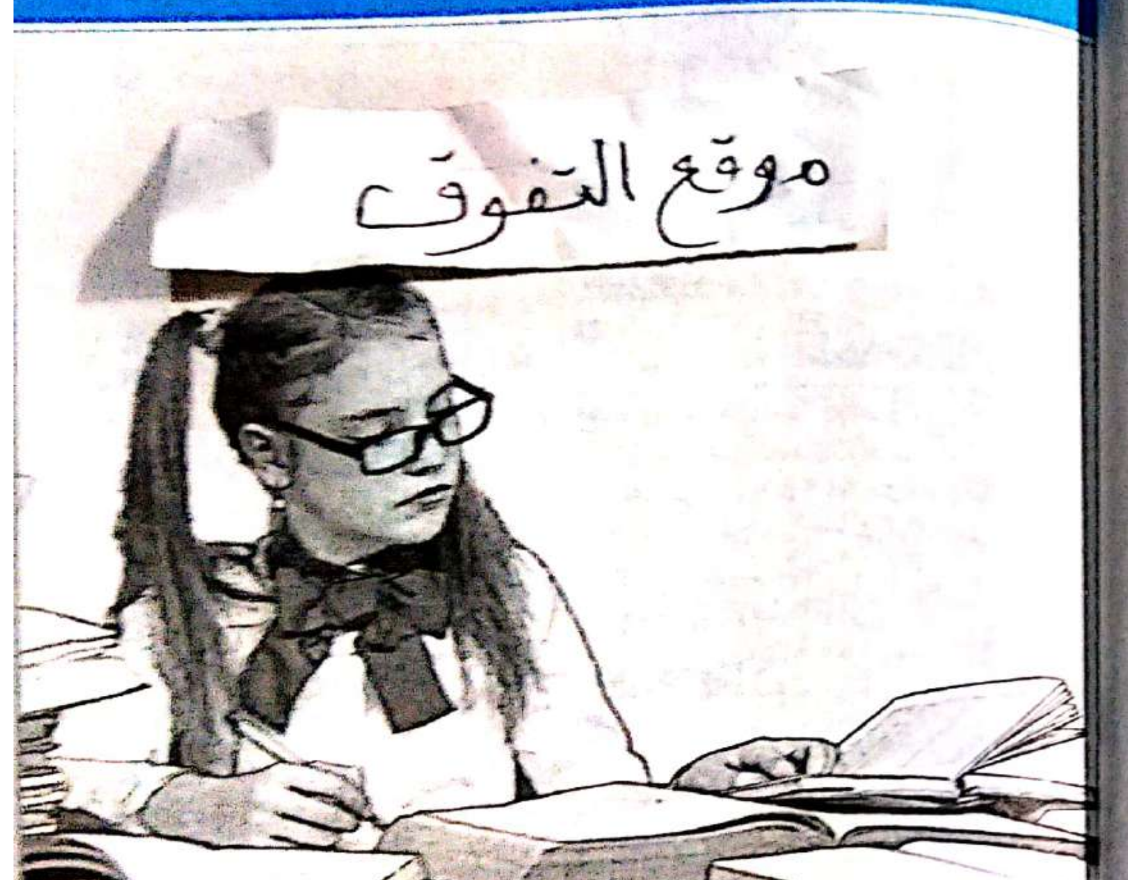
١

١ (ب)	٢ (د)	٣ (جـ)	٤ (جـ)
٥ (د)	٦ (د)	٧ (جـ)	٨ (ب)
٩ (أ)	١٠ (ب)	١١ (ب)	١٢ (جـ)
١٣ (د)	١٤ (أ)	١٥ (جـ)	

٢

١ ١٦	٢ ١٢٠°	٣ ١٢°
٤ ٢٠ + ٢٠ √٢	٥ ٦٠°	٦ ١٤
٧ ١٢٠	٨ ٥٦	٩ ٤٢
١٠ ١٠ √٢	١١ ١١٨°	١٢ ١١٥°

إجابات كراسة التقويم المستمر



إجابات الاختبارات التراكمية في الجبر والإحصاء

اختبار تراكمي ١

١ ١ (د) ٢ (د) ٣ (جـ) ٤ (ب) ٥ (ب) ٦ (أ) ٧ (أ) ٨ (ب)

٢
- ١ (س − ٩)(س + ٤)
- ٢ (س − ٥)(س + ٧)
- ٣ (س − ٣)(س + ٧)
- ٤ (س + ٢)(س − ٦)
- ٥ ٢(س − ١)(س − ٤)
- ٦ (جـ − ء + ٢)(جـ + ء + ٢)

اختبار تراكمي ٢

١ ١ (جـ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (جـ) ٥ (ب) ٦ (ب) ٧ (ب) ٨ (جـ)

٢
- ١ (٣ س + ١)(س + ٦)
- ٢ (٢ س − ١)(٤ س − ١)
- ٣ ٢(٣ س + ٤)(س + ٢)
- ٤ (٢ س − ص)(٤ س + ص)
- ٥ (س + ٤)(س − ٣)
- ٦ س(٢ س − ١)(س − ٣)

اختبار تراكمي ٣

١ ١ (د) ٢ (د) ٣ (أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٦ (ب) ٧ (جـ) ٨ (أ) ٩ (أ)

٢
- ١ (س − ٢ ص)^2
- ٢ (٢ ص − ٣)(ص − ٣)
- ٣ (ء^2 − ١)^2

٣ (٩٩ + ١)^2 = (١٠٠)^2 = ١٠٠٠٠

اختبار تراكمي ٤

١ ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (أ) ٤ (جـ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ٧ (ب) ٨ (د)

٢
- ١ (٤ س + ٧)(٤ س − ٧)
- ٢ (٢ س + ٣)(٢ س − ٣)
- ٣ (٣ س − ٢)(س + ٣)
- ٤ س(س + ١)(س − ١)
- ٥ ((س + ٣) + ٥)((س + ٣) − ٥) = (س + ٨)(س − ٢)
- ٦ (٢ س − ص)(٤ س + ص)

اختبار تراكمي ٥

١ ١ (ب) ٢ (أ) ٣ (أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٦ (د) ٧ (جـ) ٨ (جـ)

٢
- ١ س(س + ٢)(س^2 − ٢ س + ٤)
- ٢ ٣ س^2(س − ٣)(س^2 + ٣ س + ٩)
- ٣ (٣ س + ٥)(٩ س^2 − ١٥ س + ٢٥)
- ٤ (س + ٢ ص)(س^2 − ٢ س ص + ٤ ص^2)
- ٥ (س + ٨)(س − ١)
- ٦ (٢ س + ١)(س − ٢)

اختبار تراكمي ٦

١ ١ (د) ٢ (ب) ٣ (أ) ٤ (د) ٥ (ب) ٦ (جـ) ٧ (أ) ٨ (جـ)

٢
- ١ س(٢ س − ٣ ص)(٤ س^2 − ٦ س ص + ٩ ص^2)
- ٢ (س − ١)(س^2 + ١)
- ٣ (أ + ٢ ب − ٣ جـ)(أ − ٢ ب + ٣ جـ)
- ٤ (س − ص)(س + ص − ٣)

٣ ١ ١٠٠ ٢ ٩٨٠٠

اختبار تراكمي ٧

١ ١ (أ) ٢ (أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (جـ) ٦ (ب) ٧ (أ) ٨ (جـ)

٢
- ١ (٩ س^2 − ١٦)(س^2 − ١) = (٣ س − ٤)(٣ س + ٤) × (س − ١)(س + ١)
- ٢ (س^2 + ٢ ص^2 + ٢ س ص)(س^2 + ٢ ص^2 − ٢ س ص)
- ٣ $\frac{1}{8}$ (أ − ٤ ب)(أ^2 + ٤ أ ب + ١٦ ب^2)
- ٤ (س^2 − ٢)(س^2 + ٢) × (س^2 + ٢ + ٢ س)(س^2 + ٢ − ٢ س)

٣ (أ) ٨٩٩ (ب) قيمة المقدار = ٢٨٠

اختبار تراكمي ٨

١ ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (أ) ٤ (جـ) ٥ (ب) ٦ (د) ٧ (أ) ٨ (د)

٢
- ١ (٢ س − ٣ ص)^2
- ٢ (٢ أ^2 + ٩ ب^2 − ٦ أ ب)(٢ أ^2 + ٩ ب^2 + ٦ أ ب)
- ٣ (س − ١)(س^2 + س + ١)

٣
- ١ مجموعة الحل = {٣ ، ٥}
- ٢ مجموعة الحل = {−٦ ، ٢}

اختبار تراكمي ٩

١ ١ (أ) ٢ (أ) ٣ (جـ) ٤ (د) ٥ (د) ٦ (د) ٧ (أ) ٨ (جـ)

٢
- ١ $\frac{1}{2}$ (س + ٣)(س − ٣)
- ٢ (أ − ٣)(س + ٥)

٣ (أ) محيط المستطيل = ٢٤ سم
(ب) العدد هو ٤

اختبار تراكمي ١٠

١ ١ (ب) ٢ (ب) ٣ (د) ٤ (د) ٥ (جـ) ٦ (جـ) ٧ (د) ٨ (ب)

٢ ١ $\frac{2}{3}$ ٢ ٢٥

٣ (أ) العدد هو ١ ، − $\frac{3}{2}$
(ب) س(س + ٢)(س^2 − ٢ س + ٤)

اختبار تراكمي ١١

١ ١ (جـ) ٢ (د) ٣ (د) ٤ (ب) ٥ (د) ٦ (ب) ٧ (د) ٨ (ب)

٢ (أ) قيمة س = − $\frac{3}{2}$
(ب) مجموعة الحل = {−٣ ، ٨}

٣ (أ) مجموعة الحل = {−٣}
(ب) (ص + ٥)(س − ٤)

اختبار تراكمي ١٢

١ ١ (ب) ٢ (د) ٣ (جـ) ٤ (ب) ٥ (أ) ٦ (ب) ٧ (جـ) ٨ (أ)

٢ (أ) القيمة العددية = ٨
(ب) قيمة المقدار = ١٠

٣ (أ) مجموعة الحل = {٣}
(ب) $\frac{5}{2}$

اختبار تراكمي ١٣

١ ١ (أ) ٢ (جـ) ٣ (جـ) ٤ (ب) ٥ (د) ٦ (د) ٧ (أ) ٨ (أ)

٢ (أ) ١ $\frac{1}{3}$ ٢ $\frac{1}{4}$
(ب) ٣٦

٣ (أ) ١ $\frac{3}{20}$ ٢ $\frac{13}{20}$ ٣ ٤−١٠ وحدة
(ب) عدد الكرات = ٤٠ كرة

إجابات الأسئلة العامة في الجبر والإحصاء

الوحدة الأولى

أولًا إجابات أسئلة الاختيار من متعدد

١ (د)	٢ (د)	٣ (جـ)	٤ (ب)
٥ (جـ)	٦ (جـ)	٧ (جـ)	٨ (أ)
٩ (د)	١٠ (ب)	١١ (ب)	١٢ (جـ)
١٣ (ب)	١٤ (جـ)	١٥ (ب)	١٦ (ب)
١٧ (أ)	١٨ (ب)	١٩ (أ)	٢٠ (جـ)
٢١ (جـ)	٢٢ (د)	٢٣ (ب)	٢٤ (أ)
٢٥ (جـ)	٢٦ (ب)	٢٧ (ب)	٢٨ (ب)
٢٩ (أ)	٣٠ (د)	٣١ (جـ)	٣٢ (د)
٣٣ (د)	٣٤ (جـ)	٣٥ (ب)	٣٦ (أ)
٣٧ (جـ)	٣٨ (ب)	٣٩ (أ)	٤٠ (ب)
٤١ (أ)	٤٢ (جـ)	٤٣ (جـ)	

ثانيًا إجابات أسئلة الإكمال

١ ١	٢ (س − ٥)
٣ ٥	٤ (س + ٤)
٥ −٥ أ	٦ −٣
٧ (س + ٥)	٨ ٢ س ، ٣ ، ٢
٩ ٧ ، ١٠	١٠ ٢ ، س
١١ −٩	١٢ ٢٥
١٣ ± ٣٠	١٤ ± ١٢
١٥ ١٥	١٦ ٨
١٧ س^{٢} ، ٢ س	١٨ ٨ س^{٣} − ٢٧ ص^{٣}
١٩ ٨	٢٠ ٢ أ + ١
٢١ ب ، س ، ص	٢٢ ١٥
٢٣ ٣	٢٤ س^{٢} + ٢ س + ٤
٢٥ ١٦ س^{٢}	٢٦ ∅
٢٧ {٠ ، $\frac{١}{٢}$}	٢٨ {−١ ، ٢}
٢٩ −٢ ، −٣	٣٠ صفر ، صفر

ثالثًا إجابات الأسئلة المقالية

١

١ أ (س + ٥) + ب (س + ٥)
= (س + ٥) (أ + ب)

٢ (س + ٣) (س + ٥)

٣ (س − ٢) (س − ٦)

٤ (س − ٢) (س + ١٥)

٥ (س + ٣) (س − ٦)

٦ ((جـ + د) + ٢) ((جـ + د) + ٣)

٧ (٣ س + ١) (س + ٢)

٨ (٢ س − ٣) (س + ٢)

٩ (٢ س − ١) (س − ١)

١٠ (٢ س + ٣) (س − ٤)

١١ (س − ٣) (س + ٣)

١٢ (٤ س − ٣) (٤ س + ٣)

١٣ (٢ س + ٥) (٤ س^{٢} − ١٠ س + ٢٥)

١٤ ٢ (س − ٣) (س^{٢} − ٣ س + ٩)

١٥ (أ + ٠,٢) (أ^{٢} − ٠,٢ أ + ٠,٠٤)

١٦ س (ب + جـ) + ص (ب + جـ)
= (ب + جـ) (س + ص)

١٧ ص (س + ٢) + ٥ (س + ٢)
= (س + ٢) (ص + ٥)

١٨ (أ + ب)^{٢} − جـ^{٢}
= (أ + ب + جـ) (أ + ب − جـ)

١٩ س^{٤} + ٤ ص^{٤} + ٤ س^{٢} ص^{٢} − ٤ س^{٢} ص^{٢}
= (س^{٢} + ٢ ص^{٢})^{٢} − ٤ س^{٢} ص^{٢}
= (س^{٢} + ٢ ص^{٢} + ٢ س ص)
(س^{٢} + ٢ ص^{٢} − ٢ س ص)

٢٠ ٨١ س^{٤} + ٤ ص^{٤} + ٣٦ س^{٢} ص^{٢} − ٣٦ س^{٢} ص^{٢}
= (٩ س^{٢} + ٢ ص^{٢})^{٢} − ٣٦ س^{٢} ص^{٢}
= (٩ س^{٢} + ٢ ص^{٢} − ٦ س ص)
(٩ س^{٢} + ٢ ص^{٢} + ٦ س ص)

٢

∵ س (س + ١) = ٣٠
∴ س^{٢} + س − ٣٠ = ٠
∴ (س − ٥) (س + ٦) = ٠
∴ س = ٥ أ، س = −٦ (مرفوض)
∴ العرض = ٥ سم ، الطول = ٥ + ١ = ٦ سم

٣

∵ المقدار : س^{٢} + ك س + ٩ مربعًا كاملًا
∴ الحد الأوسط = ± ٢ × $\sqrt{س^{٢}}$ × $\sqrt{٩}$
= ± ٢ × س × ٣ = ± ٦ س
∴ ك س = ± ٦ س ∴ ك = ± ٦

٤

١ (٧,٣ + ٢,٧)^{٢} = (١٠,٠)^{٢} = ١٠٠

٢ (٩٩ + ١)^{٢} = (١٠٠)^{٢} = ١٠٠٠٠

٣ (٧٥ − ٢٥) (٧٥ + ٢٥) = ٥٠ × ١٠٠ = ٥٠٠٠

٥

١ ∵ س^{٢} − ٨ س + ١٥ = ٠
∴ (س − ٣) (س − ٥) = ٠
∴ س = ٣ أ، س = ٥
∴ م.ح = {٣ ، ٥}

٢ ∵ س^{٢} + س − ٦ = ٠
∴ (س − ٢) (س + ٣) = ٠
∴ س = ٢ أ، س = −٣
∴ م.ح = {−٣ ، ٢}

٣ ∵ س^{٢} − ١٢ س + ٣٢ = ٠
∴ (س − ٤) (س − ٨) = ٠
∴ س = ٤ أ، س = ٨
∴ م.ح = {٤ ، ٨}

٤ ∵ س^{٢} − س − ١٢ = ٠
∴ (س − ٤) (س + ٣) = ٠
∴ س = ٤ أ، س = −٣
∴ م.ح = {−٣ ، ٤}

٦

نفرض أن العدد = س
∴ س^{٢} + ٥ س = ٣٦
∴ س^{٢} + ٥ س − ٣٦ = ٠
∴ (س − ٤) (س + ٩) = ٠
∴ س = ٤ أ، س = −٩ (مرفوض)
∴ العدد هو ٤

٧

نفرض أن العدد = س ∴ ٢ س − $\frac{١}{س}$ = ١
∴ ٢ س^{٢} − ١ = س

ثالثاً إجابات الأسئلة المقالية

(١) المقدار $= (\sqrt{5})^{4} = 25$

(٢) المقدار $= (\sqrt{3})^{-4} \times (\sqrt{3})^{5} = \frac{\sqrt{3}}{9}$

(٣) المقدار $= 2^{0} \times 3^{0} = 1$

(٤) المقدار $= 2^{0} \times 3^{0} = 1$

والقيمة العددية $= 4 \times 2^{1-1} = 4 \times 2^{0} = 4$

٣

$\because 5^{س-1} = 5^{2}$ $\therefore س - 1 = 2$

$\therefore س = 2 + 1 = 3$

٤

$\because 2^{س-3} = 2^{4}$ $\therefore س - 3 = 4$

$\therefore س = 4 + 3 = 7$

٥

$\because 3^{س} = 3^{2}$ $\therefore س = 2$

$\therefore 4^{س} = 4^{2} = 64$

١٣

∵ $\frac{٢^{س} \times ٢^{س}}{(٢^{٢} \times ٢)^{س}} = \frac{١}{٢}$ ∴ $\frac{٢^{س} \times ٢^{س}}{٢^{٢س} \times ٢^{س}} = \frac{١}{٢}$

∴ $٢^{س + س - ٢س - س} = ٢^{-١}$

∴ $٢^{-س} = ٢^{-١}$ ∴ $-س = -١$

∴ س = ١

١٤

∵ $(س + ص)^{٣} (س - ص)^{٣} = (س^{٢} - ص^{٢})^{٣}$

∴ $((\sqrt{٣})^{٢} - (\sqrt{٧})^{٢})^{٣} = (٣ - ٧)^{٣}$

$= (-٤)^{٣} = -٦٤$

١٥

$\frac{س^{٤} - ص^{٤}}{س^{٢} - ص^{٢}} = \frac{(\sqrt{٥})^{٤} - (\sqrt{٣})^{٤}}{(\sqrt{٥})^{٢} - (\sqrt{٣})^{٢}} = \frac{٢٥ - ٩}{٥ - ٣}$

$= \frac{١٦}{٢} = ٨$

١٦

١ $س^{٢} + ص^{٤} = (٣)^{٢} + (\sqrt{٢})^{٤} = ٩ + ٤ = ١٣$

٢ $س^{-٢} \times ص^{٤} = (٣)^{-٢} \times (\sqrt{٢})^{٤} = \frac{١}{٩} \times ٤ = \frac{٤}{٩}$

١٧

$س^{٢} + (س ع)^{٢} \times ص^{٢}$

$= (\frac{\sqrt{٣}}{٢})^{٢} + (\frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \frac{\sqrt{٣}}{٢})^{٢} \times (\frac{١}{\sqrt{٣}})^{٢}$

$= \frac{٣}{٤} + \frac{٦}{١٦} \times \frac{١}{٣} = \frac{٣}{٤} + \frac{١}{٨} = \frac{٧}{٨}$

الوحدة الثالثة

أولًا إجابات أسئلة الاختيار من متعدد

١ (ج)	٢ (ج)	٣ (د)	٤ (ب)
٥ (ج)	٦ (أ)	٧ (ب)	٨ (أ)
٩ (ج)	١٠ (أ)	١١ (ج)	١٢ (ب)
١٣ (ج)	١٤ (ج)	١٥ (أ)	١٦ (د)
١٧ (ب)			

ثانيًا إجابات أسئلة الإكمال

١ ٠ ، ١	٢ [٠ ، ١]
٣ $\frac{١}{٦}$	٤ صفر
٥ $\frac{٣}{١٠}$	٦ ٥ ٪
٧ $\frac{٤}{٩}$	٨ $\frac{٢}{٥}$
٩ $\frac{١}{٢}$	١٠ $\frac{٢}{٥}$

ثالثًا إجابات الأسئلة المقالية

١

١ احتمال ظهور عدد أقل من ١ = $\frac{٠}{٦}$ = صفر

٢ احتمال ظهور عدد أكبر من ٤ = $\frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$

٢

١ احتمال سحب بطاقة تحمل رقمًا زوجيًا = $\frac{٥}{١٠} = \frac{١}{٢}$

٢ احتمال سحب بطاقة تحمل رقمًا لا يقبل القسمة على ٥ = $\frac{٨}{١٠} = \frac{٤}{٥}$

٣

∵ العدد الكلي للكرات = ١٢ + ١٨ + ٢٠ = ٥٠ كرة

١ احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء = $\frac{١٢}{٥٠}$

$= \frac{٦}{٢٥}$

٢ احتمال أن تكون الكرة المسحوبة ليست بيضاء

$= \frac{٢٠ + ١٢}{٥٠} = \frac{١٦}{٢٥}$

٤

١ احتمال سحب بطاقة تحمل عددًا يقبل القسمة على ٣ = $\frac{٣}{١٠}$

٢ احتمال سحب بطاقة تحمل عددًا أوليًا = $\frac{٤}{١٠} = \frac{٢}{٥}$

٥

∵ احتمال سحب كرة خضراء = $\frac{\text{عدد الكرات الخضراء}}{\text{العدد الكلي للكرات}}$

∴ $\frac{١}{٦} = \frac{٢}{\text{العدد الكلي للكرات}}$

∴ العدد الكلي للكرات = ٢ × ٦ = ١٢ كرة

∴ عدد الكرات الحمراء = ١٢ − (٢ + ٤) = ٦ كرات

٦

١ احتمال ظهور عدد يقبل القسمة على ٧ = $\frac{٠}{٦}$ = صفر

٢ احتمال ظهور عدد أولي أقل من أو يساوي ٤

$= \frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$

٧

∵ احتمال أن يكون التلميذ المثالي بنتًا = ١ − ٠,٦

= ٠,٤

∴ عدد البنات = ٣٢٠ × ٠,٤ = ١٢٨ بنتًا

٨

∵ ف = {٣٢ ، ٥٢ ، ٢٣ ، ٥٣ ، ٢٥ ، ٣٥}

∴ احتمال أن يكون العدد زوجي = $\frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$

٩

١ عدد المباريات المتوقع أن يتعادل فيها

= ٠,٣ × ٣٠ = ٩ مباريات

٢ ∵ احتمال خسارة النادي = ١ − (٠,٦ + ٠,٣)

= ٠,١

∴ عدد المباريات المتوقع أن يخسرها

= ٠,١ × ٣٠ = ٣ مباريات

١٠

١ احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة عليها عدد مضاعف للعدد ٦ = $\frac{٤}{٢٤} = \frac{١}{٦}$

٢ احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة عليها عدد مربع كامل = $\frac{٤}{٢٤} = \frac{١}{٦}$

إجابات نماذج امتحانات الكتاب المدرسى فى الجبر والإحصاء

نموذج ١

١ [١] −٣   [٢] ٨   [٣] {٣}
[٤] $\frac{١}{٢٧}$ [٥] {$\sqrt[٣]{٢}$ ، −$\sqrt[٣]{٢}$}

٢ [١] (أ)   [٢] (ب)   [٣] (جـ)
[٤] (جـ)   [٥] (ب)   [٦] (ب)

٣ [١] (س + ٣) (س + ٥)
[٢] (٢ س + ١) (س + ٣)
[٣] (س − ١) (س^٢ + س + ١)
[٤] (أ + ٣) (س − ٧)

٤ (أ) ١   (ب) م.ح = {٦ ، ٢}

٥ (أ) ١٥ كرة
(ب) س = ٣ ، ص = −٣

نموذج ٢

١ [١] ٢ ب ، ١٢ أ   [٢] ٨ ، س^٢
[٣] ١٢٥ س^٣ − ٨ ص^٣
[٤] ١٥   [٥] $\frac{١}{٢}$

٢ [١] (جـ)   [٢] (ب)   [٣] (جـ)
[٤] (أ)   [٥] (أ)   [٦] (جـ)

٣ [١] (٢ س − ٣) (٢ س + ٣)
[٢] (س + ٢) (س^٢ − ٢ س + ٤)
[٣] س (س − ٥)   [٤] (س − ٢) (س − ٤)

٤ (أ) م.ح = {−٢ ، ٣}   (ب) $\frac{١}{١٠٨}$

٥ (أ) ١   (ب) ٦ كرات

إجابة نموذج امتحان الدمج

١ [١] (د)   [٢] (ب)   [٣] (جـ)
[٤] (أ)   [٥] (جـ)

٢ [١] ٥   [٢] $\frac{٢}{٥}$ [٣] ٦
[٤] ٤^١ [٥] صفر

٣
[١] (س − ص) (س + ص)
[٢] (س − ٢) (س^٢ + ٢ س + ٤)
[٣] (س − ٢) (س − ٣)
[٤] (أ + ب) (س + ص)

٤ [١] ✔   [٢] ✗   [٣] ✔
[٤] ✔   [٥] ✔

٥

$$\frac{(٢^٢)^ن \times (٢ \times ٣)^{٢ن}}{٢^{٤ن} \times ٣^{٢ن}} = \frac{٢^{٢ن} \times ٢^{٢ن} \times ٣^{٢ن}}{٢^{٤ن} \times ٣^{٢ن}}$$

$$= ٢^{٢ن + ٢ن - ٤ن} \times ٣^{٢ن - ٢ن}$$

$$= ٢^{\text{صفر}} \times ٣^{\text{صفر}} = ١$$

إجابات الاختبارات التراكمية فى الهندسة

اختبار تراكمى ١

١ [١] (ب)   [٢] (أ)   [٣] (أ)   [٤] (د)

٢ (أ) أثبت بنفسك.
(ب) أثبت بنفسك.

٣ (أ) [١] ١٨٠ سم^٢ [٢] ١٥ سم
(ب) ٩٦ سم^٢

اختبار تراكمى ٢

١ [١] (ب)   [٢] (د)   [٣] (ب)   [٤] (جـ)
[٥] (جـ)   [٦] (جـ)   [٧] (أ)

٢ (أ) أثبت بنفسك.
(ب) [١] ٢٤ سم^٢ [٢] ٤٨ سم^٢

٣ (أ) أثبت بنفسك.
(ب) ٢٠ سم^٢ ، ٤ سم

اختبار تراكمى ٣

١ [١] (أ)   [٢] (جـ)   [٣] (د)   [٤] (جـ)

٢ (أ) أثبت بنفسك.
(ب) أثبت بنفسك.

٣ (أ) [١] أثبت بنفسك.   [٢] أثبت بنفسك.
(ب) أثبت بنفسك.

اختبار تراكمى ٤

١ [١] (أ)   [٢] (جـ)   [٣] (جـ)   [٤] (د)

٢ (أ) أثبت بنفسك.
(ب) أثبت بنفسك.

٣ (أ) أثبت بنفسك.
(ب) برهن بنفسك.

اختبار تراكمى ٥

١ [١] (جـ)   [٢] (د)   [٣] (ب)   [٤] (أ)
[٥] (ب)   [٦] (جـ)   [٧] (ب)   [٨] (جـ)

٢ (أ) أثبت بنفسك.
(ب) ٢٥ سم

٣ (أ) ٢٤ سم^٢
(ب) أثبت بنفسك.

اختبار تراكمى ٦

١ [١] (ب)   [٢] (ب)   [٣] (أ)   [٤] (جـ)
[٥] (ب)   [٦] (جـ)   [٧] (ب)   [٨] (د)

٢ (أ) ١٨ سم ، ١٢ سم
(ب) برهن بنفسك ، ١٠,٥ سم

٣ (أ) س = ٨ ، ص = ٢
(ب) أثبت بنفسك.

اختبار تراكمى ٧

١ [١] (ب)   [٢] (ب)   [٣] (ب)   [٤] (د)
[٥] (أ)   [٦] (أ)

٢ (أ) ٤٠ م ، ٥٦ م
(ب) أثبت بنفسك.

٣ (أ) [١] ٢٥ سم   [٢] أثبت بنفسك.
(ب) أثبت بنفسك.

اختبار تراكمي ٨

١ ١ (أ) ٢ (أ) ٣ (د) ٤ (ـه)
٥ (ب) ٦ (ب) ٧ (د) ٨ (ـه)

٢ (أ) ١ ١٥ سم ٢ أثبت بنفسك

(ب) ١٢ سم

٣ (أ) ٩ سم

(ب) أثبت بنفسك ، ٤,٥ سم

اختبار تراكمي ٩

١ ١ (ب) ٢ (د) ٣ (ـه) ٤ (ب)
٥ (أ) ٦ (أ)

٢ (أ) أب = ٢٠ سم ، أحـ = ١٥ سم
، أ ء = ١٢ سم
، مساحة △ أ ب حـ = ١٥٠ سم²

(ب) أثبت بنفسك

٢ (أ) ١ ٦ سم
٢ س و = ٤,٨ سم ، أ و = ٦,٤ سم
، ص ص = ٩ سم

(ب) ١٣ سم

اختبار تراكمي ١٠

١ ١ (ب) ٢ (ـه) ٣ (ب) ٤ (ـه)
٥ (ـه) ٦ (ـه) ٧ (أ) ٨ (أ)

٢ (أ) د حـ ، △ أ ب حـ حاد الزوايا.

(ب) ٩ سم ، ١٢ سم

٣ (أ) ١ أثبت بنفسك ٢ ٩ سم

(ب) ٩ سم ، ١٢ سم ، ١٥ سم

إجابات الأسئلة الهامة في الهندسة

الوحدة الرابعة

أولاً إجابات أسئلة الاختيار من متعدد

١ (د) **٢** (ب) **٣** (ب) **٤** (أ)
٥ (د) **٦** (ب) **٧** (ـه) **٨** (ب)
٩ (د) **١٠** (د) **١١** (ب) **١٢** (ـه)
١٣ (ب) **١٤** (ب) **١٥** (ـه) **١٦** (د)
١٧ (ـه) **١٨** (ب) **١٩** (ب) **٢٠** (ـه)
٢١ (ب) **٢٢** (ب) **٢٣** (أ) **٢٤** (أ)
٢٥ (ـه) **٢٦** (ب)

ثانياً إجابات أسئلة الإكمال

١ ٨ سم **٢** ٢٤

٣ متساويين في المساحة

٤ ٤

٥ القاعدة ، مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة المشتركة

٦ ٢٠ **٧** ١٠

٨ ٥٠

٩ يكونان متساويين في المساحة

١٠ متساوية في المساحة

١١ رأساهما على مستقيم يوازي هذه القاعدة

١٢ ٢٠ **١٣** ٩٦

١٤ ٨ **١٥** ٣٠

١٦ ٢٥ **١٧** ٨

١٨ ٦ **١٩** ٥

٢٠ ١٢

ثالثاً إجابات الأسئلة المقالية

١

مساحة متوازي الأضلاع = ٦ × ٥ = ٣٠ سم²

٢

١ مساحة متوازي الأضلاع = ب حـ × ء س
= ١٨ × ١٠ = ١٨٠ سم²

٢ طول ء ص = المساحة ÷ أ ب = ١٨٠ ÷ ١٢ = ١٥ سم

٣

∵ أ ب حـ ء مستطيل ∴ أ ء // ب حـ
∴ أ ء // هـ و
، ∵ أ هـ // ء و ∴ أ هـ و ء متوازي أضلاع
، ∵ المستطيل أ ب حـ ء ، ▱ أ هـ و ء
مشتركان في القاعدة أ ء ، أ ء // ب و
∴ م (المستطيل أ ب حـ ء) = م (▱ أ هـ و ء)
وبطرح م (△ أ م ء) من الطرفين
∴ م (الشكل أ ب حـ م) = م (الشكل ء م هـ و)
(وهو المطلوب)

٤

∵ أ ب // ء هـ ، ∵ أ ء // ب هـ
∴ أ ب هـ ء متوازي أضلاع
، ∵ المستطيل س ص هـ ء ، ▱ أ ب هـ ء
مشتركان في القاعدة ء هـ ، أ ب // ء هـ
∴ م (▱ أ ب هـ ء) = م (المستطيل س ص هـ ء)
، ∵ م (المستطيل س ص هـ ء) = ١٢ × ٢٤
= ٢٨٨ سم²
∴ م (▱ أ ب هـ ء) = ٢٨٨ سم² (وهو المطلوب)

5

∵ ▱ ا ب حـ ء ، ▭ ا ب ع و مشتركان في القاعدة $\overline{اب}$

، $\overline{اب}$ // $\overline{حـ و}$

∴ م (▱ ا ب حـ ء) = م (▭ ا ب ع و) (1)

، ∵ ▱ ا م هـ و ، ▭ ا ب ع و مشتركان في القاعدة $\overline{ا و}$

، $\overline{ا و}$ // $\overline{ب هـ}$

∴ م (▱ ا م هـ و) = م (▭ ا ب ع و) (2)

من (1) ، (2)

∴ م (▱ ا ب حـ ء) = م (▱ ا م هـ و)

(وهو المطلوب)

6

∵ ΔΔ ب ء س ، ء حـ ص

قواعدهما متساوية في الطول وعلى مستقيم واحد ومشتركان في الرأس ء

∴ م (Δ ب ء س) = م (Δ ء حـ ص) (1)

، ∵ ΔΔ ء حـ ص ، ا ص ء مشتركان في القاعدة $\overline{ء ص}$ ، $\overline{ء ص}$ // $\overline{ا حـ}$

∴ م (Δ ء حـ ص) = م (Δ ا ص ء) (2)

من (1) ، (2) :

∴ م (Δ ب ء س) = م (Δ ا ص ء) (وهو المطلوب)

7

∵ Δ هـ ب حـ ، ▱ ا ب حـ ء مشتركان في القاعدة $\overline{ب حـ}$ ، هـ ∈ $\overline{ا ء}$

∴ م (Δ هـ ب حـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ ا ب حـ ء)

= $\frac{1}{2}$ × ٤٠ = ٢٠ سم٢

، ∵ و منتصف $\overline{حـ هـ}$

∴ $\overline{ب و}$ متوسط في Δ ب هـ حـ

∴ م (Δ ب هـ و) = $\frac{1}{2}$ م (Δ ب هـ حـ)

= $\frac{1}{2}$ × ٢٠ = ١٠ سم٢

(وهو المطلوب)

8

∵ ا ب حـ ء ، ا هـ و ء متوازيا أضلاع مشتركان في القاعدة $\overline{ا ء}$ ، $\overleftrightarrow{ب و}$ // $\overline{ا ء}$

∴ م (▱ ا ب حـ ء) = م (▱ ا هـ و ء) (1)

∵ Δ ا ب س ، ▱ ا ب حـ ء مشتركان في القاعدة $\overline{ا ب}$ ، س ∈ $\overleftrightarrow{ء حـ}$

∴ م (Δ ا ب س) = $\frac{1}{2}$ م (▱ ا ب حـ ء) (2)

∵ Δ ء و س ، ▱ ا هـ و ء مشتركان في القاعدة $\overline{ء و}$ ، س ∈ $\overleftrightarrow{ا هـ}$

∴ م (Δ ء و س) = $\frac{1}{2}$ م (▱ ا هـ و ء) (3)

من (1) ، (2) ، (3) :

∴ م (Δ ا ب س) = م (Δ ء و س) (وهو المطلوب)

9

∵ متوازي الأضلاع ا ب هـ و ، المستطيل ا ب حـ ء مشتركان في القاعدة $\overline{ا ب}$ ، $\overleftrightarrow{ا ب}$ // $\overleftrightarrow{حـ و}$

∴ م (▱ ا ب هـ و) = م (المستطيل ا ب حـ ء)

= ٣ × ١٠ = ٣٠ سم٢

، ∵ Δ ا و س ، ▱ ا ب هـ و مشتركان في القاعدة $\overline{ا و}$ ، س ∈ $\overline{ب هـ}$

∴ م (Δ ا و س) = $\frac{1}{2}$ م (▱ ا ب هـ و)

= $\frac{1}{2}$ × ٣٠

= ١٥ سم٢ (وهو المطلوب)

10

∵ س ص هـ ء مستطيل ∴ $\overline{س ص}$ // $\overline{ء هـ}$

∴ $\overline{ا ب}$ // $\overline{ء هـ}$

، ∵ $\overline{ا ء}$ // $\overline{ب هـ}$ ∴ ا ب هـ ء متوازي أضلاع

، ∵ المستطيل س ص هـ ء ، ▱ ا ب هـ ء مشتركان في القاعدة $\overline{ء هـ}$

، $\overleftrightarrow{ا ب}$ // $\overleftrightarrow{ء هـ}$

∴ م (المستطيل س ص هـ ء) = م (▱ ا ب هـ ء) (1)

، ∵ Δ ا ب ء ، ▱ ا ب هـ ء مشتركان في القاعدة $\overline{ا ء}$

، ب ∈ $\overline{ب هـ}$

∴ م (Δ ا ب ء) = $\frac{1}{2}$ م (▱ ا ب هـ ء) (2)

من (1) ، (2) :

∴ م (Δ ا ب ء) = $\frac{1}{2}$ م (المستطيل س ص هـ ء)

= $\frac{1}{2}$ × ١٠ × ٣

= ١٥ سم٢ (وهو المطلوب)

11

∵ Δ هـ ب حـ ، ▱ ا ب حـ ء مشتركان في القاعدة $\overline{ب حـ}$ ، هـ ∈ $\overline{ا ء}$

∴ م (Δ هـ ب حـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ ا ب حـ ء) (1)

، ∵ ▱ ا ب حـ ء ، ▱ ا ب م ن مشتركان في القاعدة $\overline{ا ب}$ ، $\overline{ا ب}$ // $\overline{ن حـ}$

∴ م (▱ ا ب حـ ء) = م (▱ ا ب م ن) (2)

من (1) ، (2) :

∴ م (Δ هـ ب حـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ ا ب م ن)

(وهو المطلوب)

12

∵ ΔΔ ا ب حـ ، ء ب حـ مشتركان في القاعدة $\overline{ب حـ}$

، $\overline{ا ء}$ // $\overline{ب حـ}$

∴ م (Δ ا ب حـ) = م (Δ ء ب حـ)

وبطرح م (Δ ب م حـ) من الطرفين

∴ م (Δ ا م ب) = م (Δ ء م حـ) (وهو المطلوب)

13

∵ ء منتصف $\overline{ب حـ}$

∴ $\overline{ا ء}$ متوسط في Δ ا ب حـ

∴ م (Δ ا ب ء) = م (Δ ا حـ ء) (1)

، ∵ ء منتصف $\overline{ب حـ}$

∴ $\overline{هـ ء}$ متوسط في Δ ب هـ حـ

∴ م (Δ هـ ب ء) = م (Δ هـ حـ ء) (2)

بطرح (2) من (1)

∴ م (Δ ا هـ ب) = م (Δ ا هـ حـ) (وهو المطلوب)

14

∵ ΔΔ ا ب حـ ، ء ب حـ مشتركان في القاعدة $\overline{ب حـ}$

، $\overline{ا ء}$ // $\overline{ب حـ}$

∴ م (Δ ا ب حـ) = م (Δ ء ب حـ)

وبطرح م (Δ ب م حـ) من الطرفين

∴ م (Δ ا م ب) = م (Δ ء م حـ) (1)

(المطلوب أولاً)

، ∵ هـ منتصف $\overline{ب حـ}$

∴ $\overline{م هـ}$ متوسط في Δ ب م حـ

∴ م (Δ ب م هـ) = م (Δ حـ م هـ) (2)

بجمع (1) ، (2)

∴ م (الشكل ا ب هـ م) = م (الشكل ء حـ هـ م)

(المطلوب ثانياً)

١٥

∵ ΔΔ أ ب ء ، أ حـ ء مشتركان في القاعدة أ ء
، أ ء // ب حـ
∴ م(Δ أ ب ء) = م(Δ أ حـ ء)
وبطرح م(Δ أ م ء) من الطرفين
∴ م(Δ أ م ب) = م(Δ ء م حـ) (١)
، ∵ ΔΔ م ب س ، م حـ ص قواعدهما متساوية في الطول وعلى مستقيم واحد ومشتركان في الرأس م
∴ م(Δ م ب س) = م(Δ م حـ ص) (٢)
بجمع (١) ، (٢)
∴ م(الشكل أ ب س م) = م(الشكل ء حـ ص م)
(وهو المطلوب)

١٦

∵ Δ و ب حـ ، ▱ أ ب حـ ء مشتركان في القاعدة ب حـ ، و ∈ أ ء
∴ م(▱ أ ب حـ ء) = ٢ م(Δ و ب حـ) (١)
، ∵ و ب متوسط في Δ و هـ حـ
∴ م(Δ و هـ حـ) = ٢ م(Δ و ب حـ) (٢)
من (١) ، (٢)
∴ م(Δ و هـ حـ) = م(▱ أ ب حـ ء) (وهو المطلوب)

١٧

∵ ΔΔ س ص م ، س ص حـ مشتركان في القاعدة س ص
، س ص // ب حـ
∴ م(Δ س ص م) = م(Δ س ص حـ)
وبإضافة م(Δ أ س ص) للطرفين
∴ م(الشكل أ س م ص) = م(Δ أ س حـ)
(وهو المطلوب)

١٨

∵ ΔΔ أ ب حـ ، ء ب حـ مشتركان في القاعدة ب حـ
، أ ء // ب حـ
∴ م(Δ أ ب حـ) = م(Δ ء ب حـ)
وبطرح م(Δ م ب حـ) من الطرفين
∴ م(Δ أ ب م) = م(Δ ء حـ م) (١)
، ∵ ΔΔ ء م حـ ، م حـ هـ مشتركان في القاعدة م حـ
، م حـ // ء هـ
∴ م(Δ ء م حـ) = م(Δ م حـ هـ) (٢)
من (١) ، (٢):
∴ م(Δ أ م ب) = م(Δ م حـ هـ) (وهو المطلوب)

١٩

∵ ΔΔ أ ء ب ، أ ء حـ مشتركان في القاعدة أ ء
، ب حـ // أ ء
∴ م(Δ أ ء ب) = م(Δ أ ء حـ)
وبطرح م(Δ أ م ء) من الطرفين:
∴ م(Δ أ م ب) = م(Δ ء م حـ) (١)
، ∵ م ء متوسط في Δ هـ م حـ
∴ م(Δ م ء هـ) = م(Δ ء م حـ) (٢)
من (١) ، (٢):
∴ م(Δ م ء هـ) = م(Δ أ م ب) (وهو المطلوب)

٢٠

∵ م(Δ أ م ب) = م(Δ ء م حـ)
بإضافة م(Δ ب م حـ) للطرفين
∴ م(Δ أ ب حـ) = م(Δ ء ب حـ)
وهما مشتركان في القاعدة ب حـ وفي جهة واحدة منها
∴ أ ء // ب حـ (وهو المطلوب)

٢١

∵ م(Δ أ ب هـ) = م(Δ أ حـ ء)
وبطرح م(Δ أ ء هـ) من الطرفين
∴ م(Δ ب ء هـ) = م(Δ حـ ء هـ)
وهما مشتركان في القاعدة ء هـ وفي جهة واحدة منها
∴ ء هـ // ب حـ (وهو المطلوب)

٢٢

∵ ΔΔ أ ء ب ، أ ء حـ مشتركان في القاعدة أ ء
، أ ء // ب حـ
∴ م(Δ أ ء ب) = م(Δ أ ء حـ)
وبطرح م(Δ أ ء م) من الطرفين
∴ م(Δ أ ب م) = م(Δ ء حـ م)
، ∵ م(Δ أ ب م) = م(Δ هـ حـ م)
∴ م(Δ هـ حـ م) = م(Δ ء حـ م)
وهما مشتركان في القاعدة م حـ وفي جهة واحدة منها.
∴ ء هـ // أ حـ (وهو المطلوب)

٢٣

∵ حـ م متوسط في المثلث ء هـ حـ
∴ م(Δ حـ م هـ) = م(Δ حـ م ء)
، ∵ م(Δ حـ م هـ) = م(Δ أ م ب)
∴ م(Δ أ م ب) = م(Δ حـ م ء)
وبإضافة م(Δ أ م ء) للطرفين
∴ م(Δ أ ب ء) = م(Δ أ حـ ء)
وهما مشتركان في القاعدة أ ء وفي جهة واحدة منها.
∴ أ ء // ب حـ (وهو المطلوب)

٢٤

∵ مساحة المربع = $\frac{١}{٢}$ ل^{٢} ∴ ١٨ = $\frac{١}{٢}$ ل^{٢}
∴ ل^{٢} = ٣٦ ∴ ل = ٦ سم
∴ طول القطر = ٦ سم (وهو المطلوب)

٢٥

∵ مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب طولي القطرين
= $\frac{١}{٢}$ × ١٢ × ٦ = ٣٦ سم^{٢}
∴ طول ضلعه = $\frac{المساحة}{الارتفاع}$ = $\frac{٣٦}{٩}$ = ٤ سم

٢٦

بفرض أن طولي القطرين ٥ س سم ، ٨ س سم
∴ $\frac{١}{٢}$ × ٥ س × ٨ س = ٢٠٠٠
∴ ٢٠ س^{٢} = ٢٠٠٠
∴ س^{٢} = $\frac{٢٠٠٠}{٢٠}$ = ١٠٠
∴ س = ١٠
∴ طولا القطرين ٥٠ سم ، ٨٠ سم (وهو المطلوب)

٢٧

∵ قطرى المعين متعامدان وينصف كل منهما الآخر
∴ ق(∠ أ م ب) = ٩٠°
∴ من Δ أ م ب
(م ب)^{٢} = (أ ب)^{٢} − (أ م)^{٢}
= (١٣)^{٢} − (٥)^{٢} = ١٤٤
∴ م ب = ١٢ سم
∴ ب ء = ٢٤ سم
∴ مساحة سطح المعين = $\frac{١}{٢}$ × أ حـ × ب ء
= $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ٢٤
= ١٢٠ سم^{٢} (وهو المطلوب)

٢٨

مساحة شبه المنحرف = ٩ × ٦ = ٥٤ سم^{٢}

٢٩

نفرض أن طولي القاعدتين : ٣ س سم ، ٢ س سم

، ∵ مساحة شبه المنحرف = $\frac{1}{2}$ (ل١ + ل٢) × ع

∴ ١٨٠ = $\frac{1}{2}$ (٣ س + ٢ س) × ١٢

∴ ١٨٠ = ٣٠ س

∴ س = ٦

∴ طولا القاعدتين هما : ١٨ سم ، ١٢ سم

(وهو المطلوب)

٣٠

في الشكل أ ب هـ ء :

∵ $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

، ق (∠ ب) = ق (∠ ء هـ ب) = ٩٠°

∴ الشكل أ ب هـ ء مستطيل

∴ أ ء = ب هـ = ٧ سم

∴ هـ حـ = ١٢ − ٧ = ٥ سم

، في Δ ء هـ حـ : ∵ ق (∠ ء هـ حـ) = ٩٠°

، ق (∠ حـ) = ٤٥°

∴ ق (∠ هـ ء حـ) = ١٨٠° − (٩٠° + ٤٥°) = ٤٥°

∴ ق (∠ حـ) = ق (∠ هـ ء حـ) = ٤٥°

∴ ء هـ = هـ حـ = ٥ سم

∴ مساحة شبه المنحرف = $\frac{1}{2}$ [٧ + ١٢] × ٥

= ٤٧,٥ سم٢

(وهو المطلوب)

الوحدة الخامسة

أولًا إجابات أسئلة الاختيار من متعدد

١ (أ)	٢ (ب)	٣ (ب)	٤ (أ)
٥ (حـ)	٦ (د)	٧ (أ)	٨ (ب)
٩ (حـ)	١٠ (حـ)	١١ (حـ)	١٢ (حـ)
١٣ (أ)	١٤ (حـ)	١٥ (د)	١٦ (ب)
١٧ (ب)	١٨ (حـ)	١٩ (حـ)	٢٠ (د)
٢١ (أ)	٢٢ (ب)	٢٣ (أ)	٢٤ (أ)
٢٥ (ب)	٢٦ (أ)	٢٧ (حـ)	٢٨ (حـ)
٢٩ (د)	٣٠ (حـ)	٣١ (ب)	٣٢ (ب)
٣٣ (د)	٣٤ (د)	٣٥ (أ)	

ثانيًا إجابات أسئلة الإكمال

١ أطوال الأضلاع   ٢ الزوايا

٣ متطابقان   ٤ ١٥ ، ٢٥ ، ٣٥

٥ ٦٠°   ٦ ١٠٠°

٧ أ   ٨ نفس النقطة

٩ النقطة ب   ١٠ يساوى

١١ (٥ ، ٠)   ١٢ (٠ ، ٠)

١٣ أولًا : $\overline{\text{ء حـ}}$ ، ثانيًا : النقطة ء

١٤ ٢   ١٥ صفر

١٦ صفر ، ١

١٧ طول مسقط هذا الضلع على الوتر، وطول الوتر

١٨ ب حـ ، أ ب ، أ حـ

١٩ [١] $\overline{\text{أ ء}}$ [٢] أ حـ   [٣] ء حـ

[٤] حـ أ   [٥] أ ء ب ، ب ء حـ

٢٠ منفرجة   ٢١ ٥٠°

ثالثًا إجابات الأسئلة المقالية

١

∵ الشكل أ ب حـ ء ~ الشكل س ص ع ل

∴ ق (∠ ء) = ق (∠ ل) = ٨٠°

∴ من الشكل أ ب حـ ء :

ق (∠ ب حـ ء) = ٣٦٠° − (٦٠° + ١٢٥° + ٨٠°)

= ٨٥°   (المطلوب أولًا)

، $\frac{\text{أ ء}}{\text{س ل}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{ص ع}}$ ∴ $\frac{6}{\text{س ل}} = \frac{8}{2.4}$

∴ س ل = $\frac{6 \times 2.4}{8}$ = ١,٨ سم   (المطلوب ثانيًا)

٢

في ΔΔ أ ب حـ ، س ص ع :

∵ $\frac{\text{أ ب}}{\text{س ص}} = \frac{9}{3} = 3$ ، $\frac{\text{ب حـ}}{\text{ص ع}} = \frac{6}{2} = 3$

، $\frac{\text{أ حـ}}{\text{س ع}} = \frac{12}{4} = 3$

∴ $\frac{\text{أ ب}}{\text{س ص}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{ص ع}} = \frac{\text{أ حـ}}{\text{س ع}}$

∴ Δ أ ب حـ ~ Δ س ص ع   (وهو المطلوب)

٣

في ΔΔ أ ب حـ ، س ص ع

∵ $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ص ع}}$ قاطع لهما

∴ ق (∠ أ ب حـ) = ق (∠ ص) (بالتناظر)

، ∵ $\overline{\text{أ حـ}}$ // $\overline{\text{س ع}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{حـ ب}}$ قاطع لهما

∴ ق (∠ حـ) = ق (∠ س ع ص) (بالتناظر)

∴ ق (∠ أ) = ق (∠ س)

∴ Δ أ ب حـ ~ Δ س ص ع   (وهو المطلوب)

٤

في ΔΔ أ ب حـ ، أ ء هـ :

∵ $\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ قاطع لهما

∴ ق (∠ ب) = ق (∠ أ ء هـ) (بالتناظر)

، ∵ $\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ قاطع لهما

∴ ق (∠ حـ) = ق (∠ أ هـ ء) (بالتناظر)

، ∵ ∠ أ مشتركة

∴ Δ أ ب حـ ~ Δ أ ء هـ   (المطلوب أولًا)

، $\frac{\text{أ ب}}{\text{أ ء}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{ء هـ}} = \frac{\text{أ حـ}}{\text{أ هـ}}$

∴ $\frac{9}{5} = \frac{6}{\text{ء هـ}} = \frac{4}{\text{أ هـ}}$

∴ ء هـ = $\frac{6 \times 3}{5}$ = ٣,٦ سم

، أ هـ = $\frac{3 \times 4}{5}$ = ٢,٤ سم   (المطلوب ثانيًا)

٥

في ΔΔ أ ب حـ ، أ هـ ء :

∵ ق (∠ ب) = ق (∠ أ هـ ء) = ٩٠° ، ∠ أ مشتركة.

∴ ق (∠ حـ) = ق (∠ أ ء هـ)

∴ Δ أ ب حـ ~ Δ أ هـ ء   (المطلوب أولًا)

، في Δ أ ب حـ : ∵ ق (∠ ب) = ٩٠°

∴ (أ حـ)٢ = (أ ب)٢ + (ب حـ)٢

= (٨)٢ + (٦)٢ = ١٠٠

∴ أ حـ = ١٠ سم

، ∵ Δ أ ب حـ ~ Δ أ هـ ء

∴ $\frac{\text{ب حـ}}{\text{هـ ء}} = \frac{\text{أ حـ}}{\text{أ ء}}$ ∴ $\frac{6}{\text{هـ ء}} = \frac{10}{4}$

∴ هـ ء = $\frac{6 \times 4}{10}$ = ٢,٤ سم   (المطلوب ثانيًا)

٦

في ΔΔ ء هـ س ، ع ص س

∵ $\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ص ع}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ء ع}}$ قاطع لهما

∴ ق (∠ ء) = ق (∠ ع) (بالتبادل)

، ∵ $\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ص ع}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{هـ ص}}$ قاطع لهما

∴ ق(∠ هـ) = ق(∠ ص) (بالتبادل)

، ∵ ق(∠ ء س هـ) = ق(∠ ص س ع) (بالتقابل بالرأس)

∴ Δ ء هـ س ~ Δ ع ص س (المطلوب أولاً)

، ء س / ع س = هـ س / ص س = ء هـ / ص ع

∴ ٥ / ١٥ = هـ س / ١٨ = ء هـ / ٢١

∴ هـ س = (١٨ × ٥) / ١٥ = ٦ سم

، ء هـ = (٢١ × ٥) / ١٥ = ٧ سم (المطلوب ثانياً)

٧

في ΔΔ أ هـ ء ، حـ هـ ب

∵ أء // ب حـ ، أحـ قاطع لهما

∴ ق(∠ أ) = ق(∠ حـ) (بالتبادل)

، ∵ أء // ب حـ ، ء ب قاطع لهما

∴ ق(∠ ء) = ق(∠ ب) (بالتبادل)

، ∵ ق(∠ أ هـ ء) = ق(∠ حـ هـ ب) (بالتقابل بالرأس)

∴ Δ أ هـ ء ~ Δ حـ هـ ب (المطلوب أولاً)

∴ أ هـ / حـ هـ = ء هـ / ب هـ = أء / ب حـ

∴ ٣ / حـ هـ = ٢ / ب هـ = ٤ / ٨

∴ حـ هـ = (٨ × ٣) / ٤ = ٦ سم.

، ب هـ = (٨ × ٢) / ٤ = ٤ سم.

∴ محيط Δ هـ ب حـ = ٦ + ٤ + ٨ = ١٨ سم. (المطلوب ثانياً)

٨

في ΔΔ أ ء هـ ، أ حـ ب

∵ ∠ أ مشتركة

، ق(∠ أ ء هـ) = ق(∠ حـ)

∴ ق(∠ أ هـ ء) = ق(∠ ب)

∴ Δ أ ء هـ ~ Δ أ حـ ب (المطلوب أولاً)

، أء / أحـ = ء هـ / حـ ب = أ هـ / أب

∴ ٤ / أحـ = ٥ / ١٠ = ٦ / أب

∴ أب = (٦ × ١٠) / ٥ = ١٢ سم

∴ ب ء = ١٢ − ٤ = ٨ سم

، أحـ = (١٠ × ٤) / ٥ = ٨ سم

∴ هـ حـ = ٨ − ٦ = ٢ سم (المطلوب ثانياً)

٩

في ΔΔ أ ب حـ ، ء حـ أ

∵ أب / ء حـ = ١٢ / ٦ = ٢

، ب حـ / أحـ = ١٨ / ٩ = ٢ ، أحـ / أء = ٩ / ٤٫٥ = ٢

∴ أب / ء حـ = ب حـ / أحـ = أحـ / أء = ٢

∴ Δ أ ب حـ ~ Δ ء حـ أ (المطلوب أولاً)

، ق(∠ ء أ حـ) = ق(∠ أ حـ ب)

(وهما في وضع تبادل)

∴ أء // ب حـ (المطلوب ثانياً)

١٠

في Δ أ ب حـ :

∵ ق(∠ أ) = ٩٠°

∴ (ب حـ)^{2} = (أب)^{2} + (أحـ)^{2} = ٩ + ١٦ = ٢٥

في Δ ب حـ ء :

∵ (ب ء)^{2} = ١٦٩

، (ب حـ)^{2} + (حـ ء)^{2} = ٢٥ + ١٤٤ = ١٦٩

∴ (ب ء)^{2} = (ب حـ)^{2} + (حـ ء)^{2}

∴ ق(∠ ب حـ ء) = ٩٠° (وهو المطلوب)

١١

في Δ أ ب حـ

∵ ق(∠ أ ب حـ) = ٩٠°

∴ (ب حـ)^{2} = (أحـ)^{2} − (أب)^{2} = ١٦٩ − ٢٥ = ١٤٤

∴ ب حـ = ١٢ سم (المطلوب أولاً)

في Δ ب حـ ء :

∵ (ب ء)^{2} = ٢٢٥

، (ب حـ)^{2} + (حـ ء)^{2} = ١٤٤ + ٨١ = ٢٢٥

∴ (ب ء)^{2} = (ب حـ)^{2} + (حـ ء)^{2}

∴ ق(∠ ب حـ ء) = ٩٠° (المطلوب ثانياً)

١٢

في Δ أ ء ب :

∵ ق(∠ أ ء ب) = ٩٠°

∴ (أب)^{2} = (أء)^{2} + (ب ء)^{2} = ١٦ + ٤ = ٢٠

، في Δ أ ء حـ : ∵ ق(∠ أ ء حـ) = ٩٠°

∴ (أحـ)^{2} = (أء)^{2} + (ء حـ)^{2} = ١٦ + ٦٤ = ٨٠

في Δ أ ب حـ : ∵ (ب حـ)^{2} = ١٠٠

، (أب)^{2} + (أحـ)^{2} = ٢٠ + ٨٠ = ١٠٠

∴ (ب حـ)^{2} = (أب)^{2} + (أحـ)^{2}

∴ ق(∠ ب أ حـ) = ٩٠° (وهو المطلوب)

١٣

∵ مسقط أب على أحـ هو أحـ

، ∵ في Δ أ ب حـ : ق(∠ أ حـ ب) = ٩٠°

∴ (أحـ)^{2} = (أب)^{2} − (ب حـ)^{2}

= ١٦٩ − ٢٥ = ١٤٤

∴ أحـ = ١٢ سم (المطلوب أولاً)

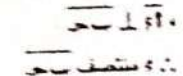
، ∵ مسقط حـ ء على أء هو أء

، ∵ في Δ أ حـ ء ق(∠ حـ أ ء) = ٩٠°

∴ (أء)^{2} = (حـ ء)^{2} − (أحـ)^{2} = ٢٢٥ − ١٤٤ = ٨١

∴ أء = ٩ سم (المطلوب ثانياً)

١٤



العمل : نرسم أء ⊥ ب حـ

البرهان : ∵ مسقط أب على ب حـ هو ء ب

، ∵ أب = أحـ

، أء ⊥ ب حـ

∴ ء منتصف ب حـ

∴ ب ء = ٣ سم (المطلوب أولاً)

، في Δ أ ء حـ ∵ ق(∠ أ ء حـ) = ٩٠°

∴ (أء)^{2} = (أحـ)^{2} − (ء حـ)^{2}

= (٥)^{2} − (٣)^{2} = ١٦

∴ أء = ٤ سم

∴ م(Δ أ ب حـ) = ١/٢ × ٦ × ٤ = ١٢ سم^{2} (المطلوب ثانياً)

١٥

العمل : نرسم ء هـ ⊥ أب

البرهان :

ب حـ هو مسقط أء على ب حـ

في الشكل هـ ب حـ ء

∵ ب حـ ⊥ أب ، ء هـ ⊥ أب

∴ ب حـ // ء هـ

∴ الشكل هـ ب حـ ء مستطيل

∴ هـ ب = ء حـ = ٩ سم

، ∵ أ هـ = أب − ب هـ

∴ أ هـ = ١٥ − ٩ = ٦ سم

، في △ أ هـ ء ∵ ق(∠ أ هـ ء) = ٩٠°
∴ (هـ ء)² = (أ ء)² − (أ هـ)² = ١٠٠ − ٣٦ = ٦٤
∴ هـ ء = ٨ سم
، من المستطيل هـ ب حـ ء
∵ هـ ء = ب حـ
∴ ب حـ = ٨ سم (وهو المطلوب)

١٦

∵ △ أ ب حـ قائم الزاوية في أ ، $\overline{أء} \perp \overline{بحـ}$
∴ (أ ب)² = ب ء × ب حـ = ١٦ × ٢٥ = ٤٠٠
∴ أ ب = ٢٠ سم
، (أ حـ)² = حـ ء × حـ ب = ٩ × ٢٥ = ٢٢٥
∴ أ حـ = ١٥ سم
، أ ء = (أ ب × أ حـ) / ب حـ = (٢٠ × ١٥) / ٢٥ = ١٢ سم
(وهو المطلوب)

١٧

في △ أ ب حـ :
∵ ق(∠ ب) = ٩٠°
∴ (ب حـ)² = (أ حـ)² − (أ ب)²
= ٤٠٠ − ٢٥٦ = ١٤٤
∴ ب حـ = ١٢ سم (المطلوب أولاً)
، ∵ مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{أحـ}$ هو $\overline{أء}$
، ∵ (أ ب)² = أ ء × أ حـ ∴ ٢٥٦ = أ ء × ٢٠
∴ أ ء = ٢٥٦ / ٢٠ = ١٢٫٨ سم (المطلوب ثانياً)

١٨

∵ △ ء ب أ ∼ △ أ ب حـ
∴ ق(∠ أ ء ب) = ق(∠ حـ أ ب) = ٩٠°
∴ $\overline{أء} \perp \overline{بحـ}$ (المطلوب أولاً)

في △ أ ب حـ ∵ ق(∠ ب أ حـ) = ٩٠°
∴ (ب حـ)² = (أ ب)² + (أ حـ)² = ٦٤ + ٣٦ = ١٠٠
∴ ب حـ = ١٠ سم (المطلوب ثانياً)
، ∵ مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{بحـ}$ هو $\overline{ءب}$
، ∵ (أ ب)² = ب ء × ب حـ ∴ ٦٤ = ب ء × ١٠
∴ ب ء = ٦٤ / ١٠ = ٦٫٤ سم (المطلوب ثالثاً)
، أ ء = (أ ب × أ حـ) / ب حـ = (٨ × ٦) / ١٠ = ٤٫٨ سم
(المطلوب رابعاً)

١٩

∵ △ أ ب حـ قائم الزاوية في ب
، ∵ $\overline{بس} \perp \overline{أحـ}$
∴ (ب س)² = س أ × س حـ
∴ ١٦ = ٢ × س حـ
∴ س حـ = ١٦ / ٢ = ٨ سم (وهو المطلوب)

٢٠

في △ أ ب حـ :
∵ ق(∠ أ ب حـ) = ٩٠°
∴ (أ ب)² = (أ حـ)² − (ب حـ)² = ٢٨٩ − ٦٤
= ٢٢٥
، في △ أ ب ء :
∵ (أ ء)² + (ب ء)² = ١٤٤ + ٨١ = ٢٢٥
، (أ ب)² = ٢٢٥
∴ (أ ب)² = (أ ء)² + (ب ء)²
∴ ق(∠ أ ء ب) = ٩٠° (المطلوب أولاً)
، ∵ $\overline{ءهـ} \perp \overline{أب}$ ، أ ب = ١٥ سم
∴ ء هـ = (أ ء × ء ب) / أ ب = (١٢ × ٩) / ١٥ = ٧٫٢ سم
(المطلوب ثانياً)

، ∵ $\overline{أهـ}$ هو مسقط $\overline{أء}$ على $\overleftrightarrow{أب}$
، ∵ (أ ء)² = أ هـ × أ ب
∴ ١٤٤ = أ هـ × ١٥
∴ أ هـ = ١٤٤ / ١٥ = ٩٫٦ سم (المطلوب ثالثاً)

٢١

في △ أ ب حـ
∵ $\overline{أحـ}$ هو أكبر الأضلاع طولاً ، (أ حـ)² = ٨١
، (أ ب)² + (ب حـ)² = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠
∴ (أ حـ)² < (أ ب)² + (ب حـ)²
∴ △ أ ب حـ حاد الزوايا (وهو المطلوب)

٢٢

في △ أ ب حـ : ∵ (أ ب)² = ١٠٠
، (أ حـ)² + (ب حـ)² = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠
∴ (أ ب)² = (أ حـ)² + (ب حـ)²
∴ △ أ ب حـ قائم الزاوية في حـ (وهو المطلوب)

٢٣

في △ أ ب حـ :
∵ $\overline{بحـ}$ هو أكبر الأضلاع طولاً ، (ب حـ)² = ١٤٤
، ∵ (أ حـ)² + (أ ب)² = ٦٤ + ٤٩ = ١١٣
∴ (ب حـ)² > (أ حـ)² + (أ ب)²
∴ زاوية أ منفرجة
∴ زاوية ب حادة
، △ أ ب حـ منفرج الزاوية (وهو المطلوب)

٢٤

في △ أ ب حـ ∵ $\overline{أب}$ أكبر الأضلاع طولاً
، (أ ب)² = ٦٤
، (ب حـ)² + (أ حـ)² = ٣٦ + ٢٥ = ٦١
∴ (أ ب)² > (ب حـ)² + (أ حـ)²
∴ ∠ حـ منفرجة (وهو المطلوب)

٢٥

∵ أ ب حـ ء متوازي أضلاع
∴ أ ب = ء حـ = ٤ سم
، في △ أ ب حـ
∵ $\overline{أحـ}$ أكبر الأضلاع طولاً
، (أ حـ)² = ٦٤
، ∵ (أ ب)² + (ب حـ)² = ١٦ + ٣٦ = ٥٢
∴ (أ حـ)² > (أ ب)² + (ب حـ)²
∴ △ أ ب حـ منفرج الزاوية (وهو المطلوب)

إجابات نماذج امتحانات الكتاب المدرسي في الهندسة

نمــوذج ١

١ [١] أحـ [٢] حـ [٣] أ
[٤] ١٥٥ [٥] ٤٥

٢ [١] (حـ) [٢] (ب) [٣] (حـ)
[٤] (أ) [٥] (ب) [٦] (ب)

٣ (أ) ٩ سم ، ١٢ سم ، ١٥ سم
(ب) أثبت بنفسك.

٤ (أ) أثبت بنفسك.
(ب) مساحة ▱ أ ب حـ ء = ١٨٠ سم²
، ء و = ١٠ سم

٥ (أ) أ ب ، أ حـ ، ب حـ
(ب) أثبت بنفسك.

نمــوذج ٢

١ [١] متناسبة فى الطول ، متساوية فى القياس
[٢] ٦ [٣] ب [٤] منفرج
[٥] الارتفاع المناظر لها.

٢ [١] (د) [٢] (ب) [٣] (ب)
[٤] (د) [٥] (ب) [٦] (د)

٣ [١] ب هـ = ٣,٥ سم
[٢] م (△ أ ب حـ) = ١٧,٥ سم²

٤ (أ) أثبت بنفسك
، مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ ء = ٩٦ سم²
(ب) برهن بنفسك.

٥ (أ) أثبت بنفسك ، ب ء = ٦,٤ سم
(ب) ب حـ = ٢٨ سم
، مساحة △ أ ب حـ = ٣٣٦ سم²

إجابة نموذج امتحان الدمج

١ [١] (حـ) [٢] (ب) [٣] (ب)
[٤] (د) [٥] (أ)

٢ [١] نقطة [٢] < [٣] ٣٢
[٤] يكونان متساويين فى المساحة
[٥] طول القاعدة

٣ [١] ٢,٤ [٢] ب هـ حـ [٣] أ حـ ء
[٤] متطابقان [٥] ٣,٦

٤

المعطيات :
مساحة الشكل أ ب ص س = مساحة الشكل ء حـ ص س

المطلوب : $\overline{أء}$ // $\overline{ب حـ}$

البرهان : ∵ $\overline{س ص}$ متوسط فى △ س ب حـ
∴ مساحة △ ب س ص = مساحة △ حـ س ص (١)
، ∵ مساحة الشكل أ ب ص س
= مساحة الشكل ء حـ ص س (٢)
بطرح (١) من (٢) :
∴ مساحة △ أ ب س = مساحة △ ء حـ س
بإضافة مساحة △ أ ء س للطرفين
∴ مساحة △ أ ب ء = مساحة △ أ حـ ء
∴ $\overline{أء}$ // $\overline{ب حـ}$

٥

∵ △ أ ب حـ ~ △ أ هـ ء ∴ $\frac{أ ب}{أ هـ} = \frac{ب حـ}{هـ ء} = \frac{أ حـ}{أ ء}$

∴ $\frac{٨}{٤} = \frac{٨}{هـ ء} = \frac{أ حـ}{٣}$

∴ $هـ ء = \frac{٤ \times ٨}{٨} = ٤$ سم ، $أ حـ = \frac{٣ \times ٨}{٤} = ٦$ سم

، هـ حـ = ٦ − ٤ = ٢ سم